

**Vorkurs Mathematik für Physiker und Materialwissenschaftler
Blatt 2 (28.09.2010)**

1. Bestimmen Sie ϕ , $\cos \phi$ und $\sin \phi$ für

$$\begin{aligned}e^{i\phi} &= 1, \\e^{-i\phi} &= i, \\e^{i\phi} &= \frac{1+i}{\sqrt{2}}\end{aligned}$$

2. Es sei $z(t) = -t + 2\pi it$ für $0 \leq t \leq \infty$ und $w(t) = e^{z(t)}$. Bestimmen Sie

- (a) $\operatorname{Re}[w(t)]$ und $\operatorname{Im}[w(t)]$,
- (b) die Periode von $\operatorname{Re}[w(t)]$,
- (c) die Amplitude von $w(t)$ zur Zeit $t = 2$.

3. Wie lauten die Real- und Imaginärteile der komplexen Sinus- und Kosinusfunktion, d.h. $\sin z$ und $\cos z$ (für $z = x + iy$), $x, y \in \mathbb{R}$?

4. Beweisen Sie das Additionstheorem für die Kosinusfunktion, d.h. daß für $a, b \in \mathbb{R}$

$$\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$$

gilt.

5. Beweisen Sie das Additionstheorem für die Sinusfunktion, d.h. für $a, b \in \mathbb{R}$

$$\sin(a + b) = \cos(a) \sin(b) + \sin(a) \cos(b)$$

gilt.

6. Die Hyperbelfunktionen $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ sind für $x \in \mathbb{R}$ durch

$$\begin{aligned}\cosh(x) &= \frac{\exp(x) + \exp(-x)}{2}, \\ \sinh(x) &= \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{2}\end{aligned}$$

definiert.

Zeigen Sie, daß

$$\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$$

ist.

7. Berechnen Sie alle Lösungen der Gleichungen

- (a) $z^6 + 7 = 0$
- (b) $z^9 + 3 = 0$

Hinweis: Gehen Sie zur Polardarstellung über!

Viel Erfolg!