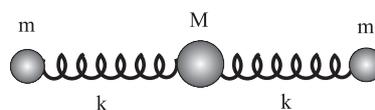


## Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 10

### Aufgabe 1 (10 Punkte): Eigenmoden eines dreiatomigen Moleküls

Diskutieren Sie die Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls. Im Gleichgewichtszustand des Moleküls haben die beiden Atome der Masse  $m$  den gleichen Abstand zum Atom der Masse  $M$ . Der Einfachheit halber betrachte man nur Schwingungen längs der Molekülachse, die die drei Atome verbindet, wobei das wirklich komplizierte zwischenatomare Potential durch zwei Federn (Federkonstante  $k$ ) angenähert wird.

Gehen Sie dazu wie folgt vor:



- (a) (4 Punkte) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen. Verwenden Sie als generalisierten Koordinaten die Auslenkungen  $\vec{u} = (x_1, x_2, x_3)^T$  der Moleküle aus ihrer Ruhelage entlang der Molekülachse.

Bringen Sie die Bewegungsgleichungen in die Form

$$\ddot{\vec{u}} = \hat{M} \vec{u} \quad (1)$$

mit einer  $3 \times 3$ -Matrix  $\hat{M}$ .

- (b) (4 Punkte) Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und diskutieren Sie die Eigenschwingungen des Systems, indem Sie den Exponentialansatz  $(x_1, x_2, x_3) = \vec{n}_\omega \exp(i\omega t)$  in die Bewegungsgleichungen einsetzen und das entstehende Eigenwertproblem lösen, d.h. die Eigenfrequenzen  $\omega$  und die dazugehörigen Eigenvektoren  $\vec{n}_\omega$  bestimmen.
- (c) (2 Punkte) Interpretieren Sie die durch die  $\vec{n}_\omega$  definierten Eigenmoden physikalisch, d.h. diskutieren Sie, wie sich die drei Massenpunkte bewegen, wenn die Anfangsbedingungen so gewählt sind, dass sich diese speziellen Lösungen ergeben.

**Hinweis:** Die Rechnung ist sehr ähnlich wie die im Manuskript behandelte Lösung für das Doppelpendel in Abschnitt 4.1.

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<https://itp.uni-frankfurt.de/~hees/theo1-13-WS2324/index.html>