H. van Hees **Sommersemester 2019**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 7

Aufgabe 1: Kondensator mit Dielektrikum

Wir betrachten einen Kondensator, der zunächst mit Luft (Vakuum) gefüllt sei. Nun füllen wir den Kondensator mit Wasser ($\epsilon_{\text{rel}} = 88$).

(a) Zeigen Sie anhand der Rechnung für den Plattenkondensator vom vorigen Übungsblatt, dass sich die Kapazität gemäß $C = \epsilon_{\text{rel}} C_{\text{vac}}$ ändert, wobei C_{vac} die Kapazität des Kondensator ohne Dielektrikum ist.

(b) Der leere Kondensator werde vor dem Füllen mit einer Batterie der Spannung U verbunden und dann von der Batterie getrennt. Wie ändern sich die Ladung auf den Kondensatorplatten, die Spannung und die im Kondensator gespeicherte Feldenergie, wenn das Wasser eingefüllt wird?

(c) Betrachten Sie dieselbe Fragestellung, wie in der vorigen Teilaufgabe, nur dass diesmal die Batterie mit dem Kondensator verbunden bleibt.

Aufgabe 2: Magnetfeld des unendlich langen Drahtes

Ein zylinderförmiger unendlich langer Draht mit Radius a entlang der x_3-Achse eines kartesischen Koordinatensystems sei von einem Strom $I = \text{const}$ durchflossen. Die Stromdichte sei entsprechend $\vec{j} = I\Theta(a - R)\vec{e}_3/(\pi a^2)$, wobei $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ist.

(a) Bestimmen Sie das Vektorpotential $\vec{A}$ ($\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$), indem Sie mit Hilfe des Ampèreschen Durchflutungsgesetzes

$$\operatorname{rot}\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} \tag{1}$$

zeigen, dass es in kartesischen Koordinaten die vektorielle Poisson-Gleichung

$$\operatorname{rot}\operatorname{rot}\vec{A} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\Delta\vec{A} = \mu_0 \vec{j} \tag{2}$$

erfüllt, vorausgesetzt, das Vektorpotential genügt der Coulomb-Eichbedingung

$$\operatorname{div}\vec{A} = 0. \tag{3}$$

Hinweis: Sie können die Formeln in Anhang C.3 des Manuskripts verwenden!

(b) Begründen Sie, dass aufgrund der Symmetrie des Problems der Ansatz

$$\vec{A} = A(R)\vec{e}_z \tag{4}$$

plausibel ist, wobei (R, φ, z) die üblichen Zylinderkoordinaten (vgl. Anhang A.2 des Manuskripts) sind.

(c) Zeigen Sie unter Verwendung der Formeln in Anhang A.2 des Manuskripts, dass die Coulomb-Eichbedingung (3) für beliebige Funktionen $A(R)$ erfüllt ist.

(d) Schreiben Sie nun die Gleichung (1) in Zylinderkoordinaten und lösen Sie unter Beachtung der Randbedingungen des Magnetfeldes am Zylinderrand die Differentialgleichung für $A(R)$. Berechnen Sie dann via $\vec{B} = \operatorname{rot}\vec{A}$ das Magnetfeld.