H. van Hees **Wintersemester 2019/2020**

Übungen zur Theoretischen Physik 3 für das Lehramt L3 – Blatt 5

Aufgabe 1: Freie Teilchen: Gaußsches Wellenpaket

Wir betrachten die Bewegung eines freien Teilchens in einer Raumdimension. Der Hamilton-Operator ist also einfach

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}. \tag{1}$$

Wir rechnen zunächst in der Impulsdarstellung, betrachten also die Wellenfunktion $\tilde{\psi}(t,p) = \langle p \mid \psi(t) \rangle$. Die Anfangswellenfunktion sei ein Gaußsches Wellenpaket

$$\tilde{\psi}(t=0,p) = \tilde{\psi}_0(p) = N \exp\left[-\frac{(p-p_0)^2}{4\Delta p_0^2}\right]. \tag{2}$$

(a) Berechnen Sie den Normierungsfaktor N.

(b) Schreiben Sie die Schrödinger-Gleichung in der Impulsdarstellung

$$\mathrm{i}\hbar \partial_t \tilde{\psi}(t,p) = \hat{H} \tilde{\psi}(t,p) \tag{3}$$

explizit hin und lösen Sie die Gleichung mit der Anfangsbedingung (2).

(c) Berechnen Sie Mittelwerte und Standardabweichungen für Ort und Impuls des Teilchens als Funktion der Zeit.

Hinweis: In der Impulsdarstellung gilt $\hat{x} = +\mathrm{i}\hbar\partial_p$!

(d) Diskutieren Sie das Resultat im Hinblick auf die Heisenbergsche Unschärferelations $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$.

Hinweis: Sie dürfen die Formel für Gaußintegrale

$$\int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}z \exp[-a(z-b)^2 + cz] = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{c^2}{4a} + bc\right), \tag{4}$$

die für $\mathrm{Re}\, a > 0$ gilt, ohne Beweis verwenden.
Außerdem sind die Ergebnisse von Aufgabe 2 auf dem Übungsblatt 2 nützlich.