

Übungen zur Quantenmechanik I

Blatt 11

06.07.2009, Abgabetermin für Hausübungen: 13.07.2009

Präsenzaufgabe 15 (Teilchen im Magnetfeld)

Ein Teilchen mit der Masse μ und der elektrischen Ladung q bewege sich in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = B\vec{e}_z$ mit $B = \text{const.}$ Der Hamiltonoperator lautet

$$\hat{H} = \frac{1}{2\mu} \left[\hat{\vec{p}} - \frac{q}{c} \vec{A}(\hat{\vec{x}}) \right]^2. \quad (1)$$

- (a) Zeigen Sie, daß

$$\vec{A}(\hat{\vec{x}}) = B\hat{x}\vec{e}_y \quad (2)$$

ein Vektorpotential für das gegebene magnetische Feld ist.

- (b) Wie lauten die Energieeigenwerte für den Hamiltonoperator (1)?

Hinweis: Vergleichen Sie den Hamiltonoperator mit dem eines Teilchens in einem harmonischen Oszillatorpotential!

- (c) Nach dem Ehrenfest'schen Theorem ist der Operator für die Geschwindigkeit durch

$$\hat{v} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{\vec{x}}, \hat{H}] \quad (3)$$

gegeben. Berechnen Sie den Kommutator und betrachten Sie die Relation zwischen Geschwindigkeits- und Impulsoperator $\hat{\vec{p}}$!

- (d) Ist der Erwartungswert der Geschwindigkeit eine eichabhängige Größe?

Präsenzaufgabe 15

Diskutieren Sie Fragen zu alten Übungsaufgaben im Hinblick auf die Klausur (10.07.2009, 15:00h).

Hausübung 13 (Wellenfunktion im Zentralpotential)

Die Wellenfunktion eines Teilchens im Zentralpotential sei durch

$$\psi(\vec{r}) = N(x + y + 3z)f(r), \quad \text{mit } r = |\vec{x}| \quad (4)$$

gegeben. Dabei ist $f(r)$ eine beliebige Radialfunktion.

- (a) Wie lautet $\psi(\vec{r})$ in Kugelkoordinaten (r, ϑ, φ) ?
- (b) Welche Eigenwerte von \hat{l}^2 und \hat{l}_z können bei einer Messung an Teilchen, die sich in diesem Zustand befinden, gemessen werden?

Hinweis: Schreiben Sie $\psi(\vec{r})$ mit Hilfe der Kugelflächenfunktionen $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$!

- (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich das Teilchen in den jeweils möglichen Eigenzuständen zu
- \hat{l}^2
- und
- \hat{l}_z
- ?

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<http://theorie.physik.uni-giessen.de/~hees/qm1-ss09/>