Prof. Marc Wagner
ITP, Universität Frankfurt - SS 2017

Organisation der Übungen: **Antje Peters** **Raum 2.107** **peters@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 1

vom 20.04.2017, Abgabe am 27.4.2017 in der Vorlesung

1) Spin und Messungen in der Quantenmechanik - Fortsetzung *(4+2+2=8 Punkte)*

Setze Aufgabe 0 wie folgt fort.

(a) Ein System befindet sich in dem Eigenzustand von $\hat{s}_x$, dem der Eigenwert $+\hbar/2$ zugeordnet ist. Zunächst wird eine Messung des Spins in Richtung $(+1,+1,0)/\sqrt{2}$ durchgeführt. Berechne den Erwartungswert einer danach stattfindenden Messung von s_y. Welche Messergebnisse treten mit welchen Wahrscheinlichkeiten auf?

Gib Darstellungen der genannten Drehimpulsalgebra sowohl für Operatoren, als auch für die zugehörigen Zustände an, so dass die Eigenwerte von $\hat{s}_x$, $\hat{s}_y$ und $\hat{s}_z$ jeweils $+\hbar$, 0 und $-\hbar$ sind. Benutze dazu für die Operatoren

(b) 3×3-Matrizen,

(c) geeignete Kombinationen von $\mathbf{r}$ und ∇.

Welche physikalische Systeme werden von den von Dir gefundenen Darstellungen beschrieben?

2) Ortsraum- und Impulsraumdarstellung *(3+2+2=7 Punkte)*

In der Vorlesung wurde diskutiert, dass Orts- und Impulsoperator für ein Teilchen in 1 Raumdimension z.B.

- gemäß $\hat{p} \equiv -i\hbar(d/dx)$, $\hat{x} = x$ (Ortsraumdarstellung) oder
- gemäß $\hat{p} = p$, $\hat{x} \equiv +i\hbar(d/dp)$ (Impulsraumdarstellung)

dargestellt werden können.

(a) Formuliere die Eigenwertgleichung für den Hamilton-Operator mit beliebigem Potential $V(x)$ (d.h. die stationäre Schrödinger-Gleichung) einmal in Ortsraumdarstellung und einmal in Impulsraumdarstellung. Warum ist die Ortsraumdarstellung für die meisten Potentiale zweckmäßiger? Diskutiere mathematische Probleme in der Impulsraumdarstellung z.B. bei Verwendung eines Kastenpotentials.

(b) Gib die Lösungen der Eigenwertgleichungen (sowohl Eigenwerte als auch Eigenfunktionen) in beiden Darstellungen für das Potential $V(x) = m\omega^2 x^2/2$ an. Ist hier die Eigenwertgleichung in Ortsraum- oder Impulsraumdarstellung zweckmäßiger?

(c) Bestimme durch explizite Rechnung die Eigenwerte und Eigenfunktionen in beiden Darstellungen für ein freies Teilchen.

3) Zeitentwicklung *(5 Punkte)*

Betrachte ein Teilchen in einer Raumdimension im unendlich hohen Kastenpotential,

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{falls } 0 \leq x \leq L \\ +\infty & \text{sonst} \end{cases} .$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ ist das Teilchen im durch die Wellenfunktion

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{L}} \Big(\sin(\pi x/L) + \sin(2\pi x/L) \Big)$$

beschriebenen Zustand präpariert. Bestimmte die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens als Funktion von Ort x und Zeit t. Visualisiere Dein Ergebnis mit Hilfe eines Computers, z.B. indem Du diese Wahrscheinlichkeit für einige feste x als Funktion von t (beziehungsweise umgekehrt) zeichnest.