Organisation der Übungen: **Antje Peters** **Raum 2.107** **peters@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 12

vom 06.07.2017, Abgabe am 13.07.2017 in der Vorlesung

28) U(1)-Eichtheorie *(5+5=10 Punkte)*

In der Vorlesung wurde skizziert, warum es sich bei der Elektrodynamik um eine U(1)-Eichtheorie handelt. Dazu wurden die gekoppelten Wellen- bzw. Feldgleichungen

$$\begin{aligned} \Big((\partial^\mu + ieA^\mu)(\partial_\mu + ieA_\mu) + m^2\Big)\phi &= 0 \\ \partial_\mu F^{\mu\nu} &= 4\pi ie\Big(\phi^*((\partial^\nu + ieA^\nu)\phi) - ((\partial^\nu + ieA^\nu)\phi)^*\phi\Big) \end{aligned}$$

betrachtet.

(a) Zeige, dass beide Gleichungen invariant unter einer U(1)-Eichtransformation

$$\phi'(x) = g(x)\phi(x) \quad , \quad A'^\mu(x) = g(x)\bigg(A^\mu(x) + \frac{i}{e}\partial^\mu\bigg)g^{-1}(x)$$

mit $g(x) \in \mathrm{U}(1)$ sind.

(b) Neben $\partial_\mu F^{\mu\nu}$ gibt es nur eine weitere Kombination, in der A^μ linear und ∂_μ quadratisch auftritt, die eichinvariant ist und die sich als Baustein für eine unter Poincare-Transformationen forminvariante Gleichung eignet. Finde diesen Term und konstruiere daraus eine Dir bekannte Gleichung. Schränkt diese Gleichung A^μ in irgendeiner Weise ein? Falls nein, warum und unter welchen Umständen ist diese Gleichung dennoch nutzbringend?

29) Transformationsverhalten von Dirac-Spinoren in Standard- und chiraler Darstellung *(1 Punkte)*

In der Vorlesung wurde auf unterschiedlichen Wegen das Transformationsverhalten eines 4-komponentigen Dirac-Spinors hergeleitet. In der Standard-Darstellung wurde

$$\psi' = \exp\bigg(-\frac{i}{4}\epsilon^{\mu\nu}\sigma_{\mu\nu}\bigg)\psi \quad , \quad \sigma_{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$$

angegeben, in der chiralen Darstellung

$$\tilde{\psi}' = \begin{pmatrix} e^{+i\alpha_j\sigma_j/2+\eta_j\sigma_j/2} & 0 \\ 0 & e^{+i\alpha_j\sigma_j/2-\eta_j\sigma_j/2} \end{pmatrix}\tilde{\psi}.$$

Zeige, dass beide Gleichungen äquivalent sind. Gehe dazu z.B. wie folgt vor:

(1) Zeige, dass die erste der beiden Gleichungen auch in der chiralen Darstellung gilt, wenn man $\psi \to \tilde{\psi}$ und $\gamma^\mu \to \tilde{\gamma}^\mu$ ersetzt.

(2) Stelle die Verbindung zwischen den Parametern $\epsilon^{\mu\nu}$ und α_j, η_j her, z.B. indem Du Lorentz-Transformationen betrachtest, die auf Vierervektoren wirken.

(3) Nach Ausführen der Schritte (1) und (2) sollte ein Vergleich der beiden Gleichungen problemlos möglich sein.