Organisation der Übungen: **Antje Peters** **Raum 2.107** **peters@th.physik.uni-frankfurt.de**

Blatt 2

vom 27.04.2017, Abgabe am 04.05.2017 in der Vorlesung

4) Streuung in einer Raumdimension am Potentialtopf *(5+5+5+5=20 Punkte)*

Betrachte die in der Vorlesung diskutierte Streuung in einer Raumdimension am Potentialtopf

$$V(x) \quad = \quad \begin{cases} -V_0 & \text{für } -a \leq x \leq +a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) Führe die in der Vorlesung ausgelassene Rechnung zur Bestimmung der Lösungen der stationären Schrödinger-Gleichung mit $E > 0$ (d.h. Streuzustände) im Detail aus. Zeige damit insbesondere, dass

$$B_1 \quad = \quad A_1 S(E) \frac{i}{2} \left(\frac{q}{k} - \frac{k}{q}\right) \sin(2qa) \quad , \quad A_3 \quad = \quad A_1 S(E)$$

mit

$$S(E) \quad = \quad \frac{e^{-2ika}}{\cos(2qa) - (i/2)((q/k) + (k/q)) \sin(2qa)}$$

(Notation und Benennung der Größen wie in der Vorlesung).

(b) Führe die Entwicklung von $S(E)$ in der Gegend von Resonanzen E_R in der kleinen Größe $E - E_R$ aus und zeige damit, dass für einen sehr tiefen Potentialtopf ($V_0 \gg E_R$) gilt:

$$S(E) \quad \approx \quad (-1)^n e^{-2ika} \frac{i\Gamma/2}{E - E_R + i\Gamma/2}. \tag{1}$$

Beachte, dass gilt: $2qa\Big|_{E=E_R} = n\pi$.

(c) Berechne aus den Ergebnissen der Vorlesung bzw. Deinen Ergebnissen aus Teilaufgabe (a) die Wellenfunktionen der gebundene Zustände, indem Du Energien $-V_0 < E < 0$ betrachtest und somit $k = i(2m|E|)^{1/2}/\hbar$ als rein imaginäre Größe verwendest. Beachte dabei, dass gebundene Zustände eine normierbare Wellenfunktion besitzen müssen. Welches ,,merkwürdige" Verhalten weist $S(E)$ auf und wie lässt sich dieses anschaulich begründen?

(d) Diskutiere Existenz und Lage der Pole von $S(E)$, wobei Du auch komplexe Werte für E zulässt. Skizziere die Pole in der komplexen E-Ebene. Überlege dabei insbesondere, welche Probleme der Faktor e^{-2ika} bereitet. Unterscheide in Deiner Diskussion Energien im Bereich der gebundenen Zustände ($\text{Re}(E) < 0$) und im Bereich der Streuzustände ($\text{Re}(E) > 0$).