Organisation der Übungen: Antje Peters Raum 2.107 peters@th.physik.uni-frankfurt.de

Blatt 4

vom 11.05.2017, Abgabe am 18.05.2017 in der Vorlesung

7) Wahrscheinlichkeitsdichte, Wahrscheinlichkeitsstromdichte, Kontinuitätsgleichung *(2+2+1+5=10 Punkte)*

(a) Zeige, dass für eine Lösung $\psi(\mathbf{r}, t)$ der Schrödinger-Gleichung eine Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte $\rho(\mathbf{r}, t) = \psi(\mathbf{r}, t)(\psi(\mathbf{r}, t))^*$ gilt. Leite im Rahmen Deines Beweises die zugehörige Stromdichte $\mathbf{j}(\mathbf{r}, t)$ her.

(b) Zeige, ausgehend von der in (a) gefundenen Kontinuitätsgleichung, dass die Gesamtwahrscheinlichkeit zeitlich erhalten ist.

(c) Zeige, dass für eine Lösung $\psi(\mathbf{r})$ der stationären Schrödinger-Gleichung und beliebiges Volumen V

$$\oint_{\partial V} d\mathbf{A}\, \mathbf{j}(\mathbf{r}) \quad = \quad 0$$

gilt ($\oint_{\partial V} d\mathbf{A}$ bezeichnet die Integration über die das Volumen V begrenzende geschlossene Fläche).

(d) Zeige unter Verwendung von Ergebnissen aus (a) und (c), dass für die in der Vorlesung eingeführte Funktion $S_l(E)$ die Gleichung

$$\Big|S_l(E)\Big| \quad = \quad 1$$

gilt.

8) Entwicklung einer ebenen Welle nach Drehimpulseigenfunktionen *(5 Punkte)*

Entwickle die Ebene Welle e^{+ikz} nach Drehimpulseigenfunktionen, d.h. zeige die in der Vorlesung verwendete Beziehung

$$e^{+ikz} \quad = \quad \sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1) j_l(kr) P_l(\cos(\vartheta)).$$

9) Teilchen im spärisch symmetrischen Potential *(4+1=5 Punkte)*

Ein Teilchen (Masse m) bewegt sich im Potential

$$V(r) \quad = \quad \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{falls } R_1 < r < R_2 \\ \infty & \text{sonst} \end{array} \right. .$$

(a) Bestimme sämtliche Energieeigenzustände (d.h. Wellenfunktionen und Energieeigenwerte) mit verschwindendem Drehimpuls. *Hinweis: Die Normierung der Wellenfunktion ist nicht notwendig.*

(b) Welche Schwierigkeiten ergeben sich bei analytischer Bestimmung von Energieeigenzuständen mit nicht-verschwindendem Drehimpuls?