
Numerische Methoden der Physik – Aufgabenblatt 09

Marc Wagner – Christopher Czaban – Joshua Berlin
Institut für Theoretische Physik – Goethe-Universität Frankfurt am Main

2. Juli 2014 (Besprechung 16. Juli 2014)

Aufgabe 14

Das Potential zwischen einem unendlich schweren Quark und einem unendlich schweren Antiquark (das sogenannte statische Potential) als Funktion des Abstands kann mit Hilfe der Gitter-QCD und geeigneten Monte-Carlo-Methoden numerisch berechnet werden. Hierbei liegen sowohl der Abstand $\hat{r} = r/a$ als auch das Potential $\hat{V}_{Q\bar{Q}} = V_{Q\bar{Q}}a$ dimensionslos in Einheiten des unbekanntes Gitterabstands a vor ($\hbar = c = 1$).

Unter

<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~mwagner/teaching/numerik/V.dat>

finden Sie ein Beispielresultat einer Gitterberechnung des statischen Potentials, welches mit einem $24^3 \times 48$ Raumzeitgitter erzeugt wurde. In der ersten Spalte steht \hat{r} , in der zweiten Spalte $\hat{V}_{Q\bar{Q}}$, in der dritten Spalte der statistische Fehler von $\hat{V}_{Q\bar{Q}}$.

- (a) Das statische Potential lässt sich erfahrungsgemäß gut durch

$$V(r) = V_0 + \frac{\alpha}{r} + \sigma r$$

parametrisieren. Drücken Sie diese Gleichung durch ausschließlich dimensionslose Größen in Einheiten des Gitterabstands a aus. Führen Sie damit dann einen χ^2 -minimierenden Fit an das Gitterresultat aus, um die dimensionslosen Größen \hat{V}_0 , $\hat{\alpha}$ und $\hat{\sigma}$ zu bestimmen (ignorieren Sie dabei Datenpunkte mit $\hat{r} \leq 2$, die bekanntlich starke Diskretisierungsfehler aufweisen). Beurteilen Sie die Qualität Ihres Fits, indem Sie $\chi^2/\text{d.o.f.}$ berechnen.

- (b) Benutzen Sie den bekannten physikalischen Wert der sogenannten Stringsplanung, $\sigma = 4.97/\text{fm}^2$, um den für obige Gitterrechnung vorliegenden Gitterabstand a in fm zu bestimmen.¹
- (c) Überlegen Sie sich ein geeignetes Verfahren, um die mit V_0 , α , σ und a assoziierten statistischen Fehler zu berechnen, und wenden Sie das Verfahren an.

¹Der Gitterabstand kann in Gitter-QCD-Simulationen nur indirekt über die sogenannte Kopplungskonstante eingestellt beziehungsweise variiert werden; da die Beziehung zwischen der Kopplungskonstante und dem Gitterabstand von der konkreten Wahl der Diskretisierung abhängt und in der Regel nicht bekannt ist, muss für jede Gitter-QCD-Simulation die Skala, also der Wert des Gitterabstands in fm, nachträglich mit Hilfe einer geeigneten Observablen (zum Beispiel wie hier der Stringsplanung) bestimmt werden.