Organisation Übungen: Dr. Christopher Pinke Raum 2.105 pinke@th.physik.uni-frankfurt.de

Blatt 13

vom 29.01.2016, Abgabe am 05.02.2016 in der Vorlesung

47) Periheldrehung (schriftlich) *(6 Punkte)*

Korrekturen zum Newtonschen Graviationsgesetz führen dazu, dass Planetenbahnen keine geschlossenen elliptischen Kurven sind, sondern dass sich der Perihel, also der Ort des geringsten Abstands zwischen Planet und Stern, verändert. Beispielsweise verschiebt sich der Perihel des Merkur pro Umlauf um die Sonne um $\Delta\varphi = 0,103''$. Dies wurde zur Überprüfung der Allgemeinen Relativitätstheorie benutzt, die eine solche Korrektur vorhersagt.

Um die Periheldrehung zu untersuchen, betrachten Sie das Kepler-Problem für den Fall, dass zusätzlich zum Newtonschen Graviationsgesetz eine Kraft der Form $\boldsymbol{F} = -\frac{\delta}{r^3}\hat{\boldsymbol{r}}$ wirkt, mit δ konstant und klein. Bestimmen Sie r als Funktion von φ, mit $r(0) = k/(1+\epsilon)$ und $\dot{r}(0) = 0$. Hierbei seien k und ϵ ähnlich zur Vorlesung definiert. Es seien nur gebundene Zustände von Interesse (d.h. Energie $E < 0$). Skizzieren Sie die Lösung. Bestimmen Sie, wie weit sich der Perihel nach einer Drehung verändert hat.

48) Streuung im Gravitationsfeld I (mündlich) *(6 Punkte)*

Ein Asteroid der Masse m_A nähere sich der Erde, aus dem Unendlichen kommend. Unter welchen Umständen wird er nicht auf einer Hyperbelbahn an der Erde vorbeifliegen, sondern diese treffen? Vernachlässigen Sie den Einfluss anderer Himmelskörper. Drücken Sie Ihr Ergebnis, neben den üblichen Konstanten G, R und M (Masse der Erde), als Funktion des Stoßparameters b und der Geschwindigkeit des Asteroiden im Unendlichen v_∞ aus.

49) Streuung im Gravitationsfeld II (schriftlich) *(8 Punkte)*

Eine große Wolke von Asteroiden bewege sich mit Geschwindigkeit $\boldsymbol{v} = v_\infty \boldsymbol{e}_z$ aus dem Unendlichen kommend Richtung Erde. Die Dichte der Asteroiden pro Fläche in der $x-y$-Ebene sei mit einem Asteroiden pro eine Million Quadratkilometer gegeben. Fertigen Sie eine Skizze an. Berechnen Sie dann, wieviele Asteroiden durch das Gravitationspotential der Erde ihre Richtung umkehren. Bestimmen Sie hierzu den Wirkungsquerschnitt σ (d.h. die Kreisfläche σ in der $x-y$-Ebene), der einem Streuwinkel von $\theta > 90°$ entspricht. Integrieren Sie dazu sowohl den differentiellen Wirkungsquerschnitt bzgl. Ω (d.h. $\frac{d\sigma}{d\Omega}$) als auch bzgl. des Stoßparameters b (d.h. $\frac{d\sigma}{db}$). Gehen Sie dabei davon aus, dass alle Asteroiden viel kleiner als der Erdradius sind, dass sie gleich schwer sind (Masse m_A), dass kein Asteroid auf der Erde aufschlägt und dass die Wolke sehr viel größer ist als die Erde. Die Geschwindigkeit der Asteroid im Unendlichen betrage $v_\infty = 10\frac{km}{s}$. Vernachlässigen Sie den Einfluss der Asteroiden untereinander und den anderer Himmelskörper.