

Probeklausur

Diese Klausur dient der Übung und ist nicht relevant für einen Leistungsnachweis.

NAME: _____

MATRIKELNUMMER: _____

STUDIENGANG: _____

ÜBUNGSGRUPPENLEITER: _____

Bitte halten Sie ein **Dokument zur Identifikation** bereit (Studienausweis, Personalausweis).
Bitte bearbeiten Sie die verschiedenen Aufgaben auf **getrennten Blättern**.
Bitte schreiben Sie ihren **Namen** auf jedes abzugebene Blatt.
Es gibt insgesamt 4 Aufgaben mit jeweils 10 Punkten. Bestehensgrenze bei einer gewerteten Klausur wären 20 Punkte (50% der Gesamtpunktzahl).

1) Differentiation und Integration (6+4=10 Punkte)

(a) Gegeben sei die Trajektorie

$$\mathbf{r}(t) = (A \cos(\omega t), Bt^{3/2} e^{-\beta t}, C \ln(\gamma t)) .$$

A, B, C, ω, β und γ seien Konstanten. Bestimmen Sie Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t)$ und Beschleunigung $\mathbf{a}(t)$.

(b) Bestimmen Sie das Volumen eines Zylinders der Höhe H und des Radius R , indem Sie ein geeignetes Integral in Zylinderkoordinaten aufstellen und lösen.

2) Kräfte (5+5=10 Punkte)

Gegeben seien folgende Kräfte:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1 &= \alpha (-y, x, 0) , \\ \mathbf{F}_2 &= \beta \frac{(x, y, z)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} . \end{aligned}$$

$\alpha \neq 0$ und $\beta \neq 0$ seien Konstanten.

(a) Bestimmen Sie jeweils, ob die Kräfte konservativ sind und, wenn möglich, deren Potential.

(b) Berechnen Sie die Arbeit, die nötig ist, um ein Teilchen im jeweiligen Kraftfeld einmal entlang eines Kreises mit Radius $r = R$ entgegen dem Uhrzeigersinn zu bewegen.

3) Harmonischer Oszillator (10 Punkte)

Betrachten Sie einen zwei-dimensionalen harmonischen Oszillator (Masse m , Auslenkung $\mathbf{r}(t) = (x(t), y(t))$). Lösen Sie die Bewegungsgleichung des Oszillators mit den Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$, $\dot{x}(0) = 0$, $y(0) = 0$, $\dot{y}(0) = v_0$, mit x_0 und v_0 konstant. Welche Bahnkurve beschreibt $\mathbf{r}(t)$? Skizzieren Sie die Lösung.

4) Torpedo (1+4+3+2=10 Punkte)

Ein Torpedo der Masse m wurde in Richtung eines sich nicht bewegenden Schiffes gefeuert. Die Anfangsgeschwindigkeit des Torpedos sei v_0 und seine Entfernung zum Schiff sei L . Der Torpedo erfährt die Reibungskraft des Wassers, $-\gamma v$, mit v der Geschwindigkeit des Torpedos und γ dem konstanten Reibungskoeffizienten des Wassers. Vernachlässigen Sie Auftrieb und Gravitation.

- Fertigen Sie eine Skizze an, in der Sie insbesondere alle auftretenden Kräfte einzeichnen.
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Torpedos auf bestimmen Sie daraus zunächst $v(t)$.
- Berechnen Sie den vom Torpedo zurückgelegten Weg $l(t)$ in Abhängigkeit der Zeit t .
- Wie groß muss v_0 mindestens sein, damit der Torpedo das Schiff erreicht?