

Aufgabenblatt 3

vom 05.11.21, Abgabe am 12.11.21, Besprechung in der Woche vom 15.11.21

Aufgabe 1 [Kräfte in verschiedenen Systemen] (1+1+1=3 Pkt.)

Skizziere die folgenden Situationen und gebe hierbei die jeweils auftretenden Kräfte an:

- Fadenpendel: Ein Massenpunkt ist an einem Faden mit Länge l befestigt und um einen Winkel α aus der Ruhelage ausgelenkt. Wie sehen die Kräfte für $\alpha = 0^\circ$, 45° und 90° aus?
- Auto am Berg: Ein “punktförmiges” Auto fährt einen Berg mit Geschwindigkeit v herunter. Hierbei kann der Berg als schiefe Ebene genähert werden.
- Flaschenzug: Ein Gewicht hängt an einem Seil, welches reibungslos über eine an der Decke des Raums angebrachte Rolle geführt wird. Um das Gewicht anzuheben, muss eine Kraft am offenen Ende des Seils angelegt werden. Wie lässt sich die aufzuwendende Kraft verringern, wenn weitere Rollen zur Verfügung stehen?

Aufgabe 2 [Schiefer Wurf] (1+2+2=5 Pkt.)

Der Ortsvektor

$$\mathbf{r}(t) = (v_0 t \cos(\alpha), v_0 t \sin(\alpha) - \frac{1}{2} g t^2)$$

beschreibt den schiefen Wurf eines Massenpunktes (die Erdanziehung wirkt in negative y -Richtung). Hierbei ist v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, α der Abwurfinkel und g die Erdbeschleunigung.

- Berechne die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t)$ und die Beschleunigung $\mathbf{a}(t)$.
- Zu welchem Zeitpunkt t_{\max} hat der Massenpunkt seine maximale Höhe erreicht? In welcher Höhe befindet er sich dann?
- Berechne die Wurfweite des Massepunktes (der Wurf endet, wenn die y -Komponente der Trajektorie den Wert 0 annimmt, d.h. der Massenpunkt am Boden aufschlägt). Wie muss α gewählt werden, damit der Massenpunkt möglichst weit fliegt?

Aufgabe 3 [Konstante Kräfte I] (4+3=7 Pkt.)

Skizziere die folgenden Situationen und stelle die zugehörigen Bewegungsgleichungen auf. Löse dann die Bewegungsgleichungen. Die Schwerkraft kann in beiden Fällen als konstant angenommen werden.

- (a) Bestimme die Trajektorie des schiefen Wurfes aus Aufgabe 2), ausgehend von der Newtonschen Bewegungsgleichung. Betrachte hierzu einen Massenpunkt, welcher unter einem Winkel α mit Geschwindigkeit v_0 vom Ursprung aus abgeworfen wird. Die Masse bewege sich in positive x - und z -Richtung. Der Winkel ist bezüglich der x -Achse definiert. Wie verändert sich die Trajektorie, wenn der Abwurfpunkt in der Höhe h liegt? Wie verändert sich dadurch die maximale Höhe, die in Aufgabe 2(a) berechnet wurde?
- (b) Zwei Steine werden im zeitlichen Abstand $\Delta t > 0$ mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit v_0 im Schwerfeld der Erde senkrecht nach oben geworfen. Bestimme die Zeit T_S , bei der die Steine zusammenstoßen. Wie groß sind zu diesem Zeitpunkt deren Geschwindigkeiten?

Aufgabe 4 [*Konstante Kräfte II*]

(2+1.5+1.5=5 Pkt.)

Ein Massenpunkt bewegt sich, vom Ursprung startend, kräftefrei mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v_0(1, 2, 0)$. Sobald er eine Distanz d in x -Richtung zurückgelegt hat, wirkt eine konstante Kraft $\mathbf{F}_0 = -F_0\mathbf{e}_y$ auf ihn.

- (a) Gib die Trajektorie $\mathbf{r}_1(t)$ für den kräftefreien Teil der Bewegung an. Zu welchem Zeitpunkt t_1 beginnt die konstante Kraft auf die Masse zu wirken? Bestimme auch Ort und Geschwindigkeit bei t_1 .
- (b) Bestimme die Trajektorie $\mathbf{r}_2(t)$ des Massenpunktes für den Teil der Bewegung unter Einfluss der Kraft \mathbf{F}_0 . Stelle hierzu die Bewegungsgleichung auf und löse sie.
- (c) Betrachte im Folgenden den Fall, dass $F_0 = \frac{mv_0^2}{d}$ gilt. Sobald die Masse $y = 0$ erreicht hat sei sie wieder kräftefrei. Bestimme die Zeit t_2 , bei der dies der Fall ist. Gib die Geschwindigkeit an, mit der sich die Masse dann weiter fortbewegt.