Theoretische Physik 2 - Mechanik

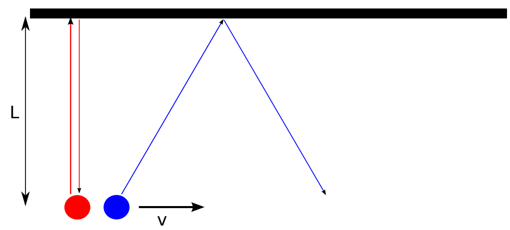
Sommersemester 2020 – Prof. Marc Wagner

Martin Pflaumer: pflaumer@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 2

vom 24.04.20, Abgabe am 01.05.20, Besprechung in der Woche vom 04.05.20

Aufgabe 1 [*Experimente mit Licht*] (2+2+1=5 Pkt.)



Zwei Physiker führen ein Experiment mithilfe eines Spiegels durch. Einer der beiden Physiker befindet sich ruhend im Laborsystem, während sich der andere Physiker auf einer Trajektorie parallel zu dem Spiegel mit Geschwindigkeit v bewegt. Zur selben Zeit senden beide Physiker ein Lichtsignal in Richtung Spiegel aus. Die Signale werden von dem Spiegel reflektiert und von den Physikern wieder detektiert.

1. Führe folgende Aufgaben im Laborsystem aus:

   (a) Bestimme die Zeit, die das Signal des im Laborsystem ruhenden Physikers benötigt, um zum ruhenden Physiker zurückzukehren.

   (b) Bestimme die Zeit, die das Signal des im Laborsystem bewegten Physikers benötigt, um zum bewegten Physiker zurückzukehren.

   (c) Welcher Physiker empfängt sein Signal zuerst?

2. Wiederhole 1.(a)-1.(c) im Ruhesystem des bewegten Physikers.

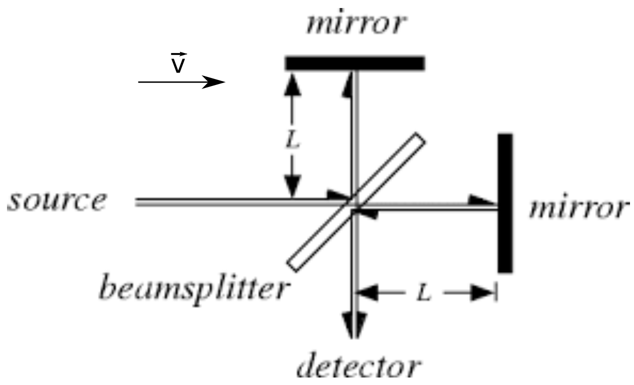
3. Vergleiche die Zeiten, die das Signal des bewegten Physikers benötigt, um im Laborsystem bzw. im Ruhesystem des bewegten Physikers zurückzukehren. Warum sprechen wir von Zeitdilatation?

Hinweis: Licht soll sich in all diesen Überlegungen, in jedem System mit der konstanten Lichtgeschwindigkeit $c = \text{const}$ ausbreiten.

Aufgabe 2 [*Michelson-Morley Experiment*] (1+2+1+1=5 Pkt.)

Das Michelson–Morley Experiment wurde durchgeführt, um die Existenz des Äthers nachzuweisen. Unter dem Äther stellte man sich eine Substanz - eine Art Fluid - vor, welche den gesamten "leeren" Raum ausfüllt und die Propagation

von Licht ermöglicht. Ähnlich wie Wellen in Wasser, soll sich das Licht mit konstanter Geschwindigkeit c bezüglich des Äthers bewegen.
Das Experiment hat einen einfachen Aufbau und verwendet das sog. Michelson Interferometer. Von einer Quelle wird ein Lichtstrahl ausgesandt, welcher dann unter einem Winkel von 90 Grad aufgespalten wird. Die beiden Strahlen werden dann, wie dargestellt, jeweils von einem Spiegel reflektiert und zum Detektor zurückgeleitet. Das Experiment wurde so durchgeführt, dass die Geschwindigkeit des Erdorbits $\vec{v}$ relativ zum Äthersystem ausgenutzt wird. Ein Spiegel steht parallel zur Erdbewegung, der andere senkrecht dazu, wie es in der Abbildung dargestellt ist.



1. Zur Zeit des Experiments war die spezielle Relativitätstheorie noch nicht formuliert. Deshalb gehen wir davon aus, dass die Lichtgeschwindigkeit nicht absolut ist, d.h. die Lichtgeschwindigkeit nicht gleich in jedem System gleich ist. Beschreibe qualitativ, welche Ergebnisse zu erwarten waren.

2. Die Geschwindigkeit der Erde beträgt $v = 30\text{km/s}$ und der Abstand zwischen Strahlteiler und Spiegeln $L = 30\text{m}$. Berechne im Rahmen der Äthertheorie die Zeitdifferenz zwischen zwei gleichzeitig emittierten Photonen, die an jeweils einem der Spiegel reflektiert werden.

3. Wir nehmen an, dass das Experiment ausreichend genau und ohne Messfehler durchgeführt wurde. Die erwartete Zeitdifferenz konnte jedoch nicht gemessen werden. Welche Schlussfolgerungen konnte man daraus ziehen? Erläutere dies qualitativ, ausgehend von Deinem Wissen über Relativitätstheorie.

4. Nehme nun Dein Wissen hinzu, dass nichts schneller als Licht sein kann und bestimme erneut die Zeitdifferenz zwischen den beiden Photonen.

Aufgabe 3 [*Rotationsmatrizen 3*] `(2+2=4 Pkt.)`

Gegeben sei die Rotationsmatrix A:

$$A = \frac{1}{4}\begin{pmatrix} 3 & 1 & \sqrt{6} \\ 1 & 3 & -\sqrt{6} \\ -\sqrt{6} & \sqrt{6} & 2 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

1. Bestimme die Rotationsachse.
2. Berechne den Rotationswinkel.

Hinweis: Die Rotationsachse wird von der Rotation nicht verändert.

Aufgabe 4 [*Lorentz- und Rotations-Gruppe*] `(1+2+3=6 Pkt.)`

Eine Gruppe G ist eine Menge von Elementen, mit einer Operation $\circ$ auf G, die die folgenden vier Axiome erfüllt:

1. $\forall a, b \in G,\ a \circ b \in G$ (Abgeschlossenheit)
2. $\forall a, b, c \in G,\ (a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$ (Assoziativität)
3. $\exists e \in G / \forall a \in G, a \circ e = e \circ a = a$ (Existenz der Identität)
4. $\forall a \in G, \exists a^{-1} \in G / a \circ a^{-1} = e$ (Existenz der Inverse)

Die SO(3)-Gruppe (Rotationsgruppe).

Die SO(3) ist die Gruppe aller Rotationen im reellen dreidimensionalen Raum. Sie ist folgendermaßen charakterisiert:

$$\forall U \in \mathrm{SO}(3), U^T U = \mathbb{1} \text{ und } \det(U) = 1 \tag{2}$$

1. Beweise, dass die SO(3) eine Gruppe ist.

Die Lorentz-Gruppe.

Die Lorentz-Gruppe O(3,1) ist die Gruppe mit den folgenden Eigenschaften:

$$\forall U \in \mathrm{O(3{,}1)}, U^T \eta U = \eta \tag{3}$$

mit $\eta = \mathrm{diag}(+1, -1, -1, -1)$.

1. Beweise, dass auch die O(3,1) eine Gruppe ist.
2. Matrizen
$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix} \tag{4}$$
mit $R \in$SO(3) sind auch Elemente von O(3,1)
   (a) Beweise diese Aussage, d.h. zeige $M \in O(3,1), \forall R \in \mathrm{SO}(3)$.
   (b) Zeige, dass die Menge aller M eine Gruppe bildet.