**Organisation der Übungen: Jonas Scheunert Raum 02.104 scheunert@th.physik.uni-frankfurt.de**

# Blatt 5

vom 16.11.2018, Abgabe am 23.11.2018 in der Vorlesung,
Besprechung in den Übungen in der Woche vom 26.11.2018 bis 30.11.2018

## 17) Energiefunktional *(1+3=4 Punkte)*

i. Wie lautet das Funktional der Feldenergie in Abhängigkeit vom elektrostatischen Potential $\Phi$ in einem Volumen $V$?

ii. Leiten Sie eine Differenzialgleichung für $\Phi$ in $V$ her, indem Sie fordern, dass die Energie stationär unter Variation von $\Phi$ ist. Am Rand $R$ des Volumens $V$ ist das Potential $\Phi(\mathbf{r})$ vorgegeben. Die Variation soll die Randbedingungen respektieren.

## 18) Methode der Bildladung *(3+2+2=7 Punkte)*

Informiere Dich via Internet oder Bibliothek über die Methode der Bildladungen. Löse mit dieser Methode das folgende Randwertproblem: Eine Punktladung $q$ befindet sich im Abstand $d$ von einer unendlich ausgedehnten planaren Metallplatte mit elektrostatischem Potential $\Phi = 0$. Die Randbedingungen im Unendlichen lauten ebefalls $\Phi(r \to \infty) = 0$.

i. Berechne $\Phi(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.

ii. Berechne die auf der Metallplatte influenzierte Ladungsdichte und nachfolgend durch Integration die Gesamtladung.

Betrachte nun zusätzlich eine zweite ebenfalls unendlich ausgedehnten planare Metallplatte mit elektrostatischem Potential $\Phi = 0$, die im rechten Winkel zur ersten Platte steht und Abstand $\tilde{d}$ zur Punktladung $q$ hat.

iii. Berechne $\Phi(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.

## 19) Punktladung vor Metallkugel *(3+2=5 Punkte)*

Außerhalb einer geerdeten, leitenden Metallkugel (Radius $R$, Zentrum $\mathbf{r} = 0$) befindet sich eine Punktladung $q_1$ bei $\mathbf{r}_1$.

i. Berechnen Sie das Potential außerhalb der Kugel mithilfe einer geeigneten Bildladung $q_2$ bei $\mathbf{r}_2$.

ii. Berechnen Sie die Ladungsdichte auf der Kugeloberfläche.

## 20) Separationsansatz für Laplace-Gleichungen in kartesischen Koordinaten *(1+1+2=4 Punkte)*

Betrachte die Laplace-Gleichung (d.h. die homogene Poisson-Gleichung)

$$\triangle\Phi(\mathbf{r}) \quad = \quad 0$$

in drei kartesischen Koordinaten $\mathbf{r} = (x, y, z)$.

i. Vereinfache diese partielle DGl mit Hilfe eines Separationsansatzes zu drei gewöhnlichen DGls.

ii. Löse diese gewöhnlichen DGls.

iii. Gib die allgemeine Lösung an.