Theoretische Physik 3 - Klassische Elektrodynamik

Wintersemester 2020/2021 – Prof. Marc Wagner

Martin Pflaumer: pflaumer@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 5

vom 27.11.20, Abgabe am 04.12.20, Besprechung in der Woche vom 07.12.20

Aufgabe 1 [*Homogen geladener Zylinder*] (4+1=5 Pkt.)

Gegeben ist ein unendlich langer, homogen geladener Zylinder (Ladungsdichte ρ) mit Radius R.

1. Berechne E-Feld beziehungsweise elektrostatisches Potential auf zwei der drei in der Vorlesung diskutierten Wegen:

   (A) Mit dem Gaußschen Gesetz.

   (B) Durch Lösen der Poisson-Gleichung.

2. Formuliere einen Integralausdruck für das elektrostatische Potential ähnlich wie in Aufgabe 2 auf Blatt 4 (*Elektrostatisches Potential und E-Feld einer homogen geladenen Kugel*). Begründe, warum sich das Integral nicht auf so einfachem Wege berechnen lässt wie im Falle einer kugelsymmetrischen Ladungsverteilung (beschreibe nur die Schwirigkeiten, das Integral muss nicht vollständig gelöst werden).

Aufgabe 2 [*Geladene Platten*] (2+3=5 Pkt.)

1. Gegeben ist eine unendlich ausgedehnte, homogen geladene Platte in der yz-Ebene (Flächenladungsdichte σ). Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.

2. Betrachte nun drei unendlich ausgedehnte, homogen geladene, parallele Platten (Flächenladungsdichten σ_j, $j = 1, 2, 3$) mit Abständen d_{12} zwischen Platte 1 und Platte 2 und d_{23} zwischen Platte 2 und Platte 3. Berechne das E-Feld und das elektrostatische Potential.
   Hinweis: Es ist zweckmäßig mit den Positionen der Platten, d.h. x_j, statt mit den Abständen zu arbeiten.

Aufgabe 3 [*Kugelkondensator*] (3+3=6 Pkt.)

Betrachte einen Kugelkondensator, der aus zwei konzentrischen Kugelschalen aus Metall, Radien R_1 und $R_2 > R_1$, besteht. Das elektrostatische Potential auf den Metallkugeln ist $\Phi_1 = \text{const}$ bzw. $\Phi_2 = \text{const}$.

1. Löse das Randwertproblem zwischen den beiden Kugeln, d.h. für $R_1 < r < R_2$. Gib sowohl $\Phi(\mathbf{r})$ als auch $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ an.

2. Berechne die auf den Metalloberflächen influenzierten Ladungsdichten und Ladungen sowie die Kapazität des Kugelkondensators.

Unter `http://www.falstad.com/emstatic/index.html` *findet sich eine Java-Anwendung zur Visualisierung von physikalischen Konzepten. U. a. kann man sich die Felder und Potentiale aus dieser Aufgabe anzeigen lassen.*

Aufgabe 4 [*Energiefunktional*] `(1+3=4 Pkt.)`

1. Wie lautet das Funktional der Feldenergie in Abhängigkeit vom elektrostatischen Potential Φ in einem Volumen V?
2. Leite eine Differenzialgleichung für Φ in V her, indem Du forderst, dass die Energie stationär unter Variation von Φ ist. Am Rand R des Volumens V ist das Potential $\Phi(\mathbf{r})$ vorgegeben. Die Variation soll die Randbedingungen respektieren.

Aufgabe 5 [*Methode der Bildladung*] `(Präsenzaufgabe 0 Pkt.)`

Informiere Dich via Internet oder Bibliothek über die Methode der Bildladungen. Löse mit dieser Methode das folgende Randwertproblem: Eine Punktladung q befindet sich im Abstand d von einer unendlich ausgedehnten planaren Metallplatte mit elektrostatischem Potential $\Phi = 0$. Die Randbedingungen im Unendlichen lauten ebenfalls $\Phi(r \to \infty) = 0$.

1. Berechne $\Phi(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.
2. Berechne die auf der Metallplatte influenzierte Ladungsdichte und nachfolgend durch Integration die Gesamtladung.

Betrachte nun zusätzlich eine zweite ebenfalls unendlich ausgedehnten planare Metallplatte mit elektrostatischem Potential $\Phi = 0$, die im rechten Winkel zur ersten Platte steht und Abstand $\tilde{d}$ zur Punktladung q hat.

iii. Berechne $\Phi(\mathbf{r})$ und $\mathbf{E}(\mathbf{r})$.