

Aufgabe 1: Elektron-Photon-Streuung (13 Punkte = 3 + 3 + 3 + 1 + 3)

Gegeben seien im Bezugssystem SR ein Elektron mit Vierer-Impuls $P_e^{in} = (m_e c, 0, 0, 0)$ und ein Photon mit Vierer-Impuls $P_\gamma^{in} = (\frac{h\nu}{c}, \frac{h\nu}{c}, 0, 0)$, die miteinander streuen.

1. Berechnen Sie die Vierer-Impulse P_γ^{out} und P_e^{out} nach der Streuung, wenn sich das auslaufende Photon entlang der x -Achse bewegt.
2. Berechnen Sie die Vierer-Impulse P_γ^{out} und P_e^{out} nach der Streuung, wenn sich das auslaufende Elektron entlang der y -Achse bewegt.
3. Gegeben sei ein Beobachter O' , der sich im System SR mit konstanter Geschwindigkeit v entlang der x -Achse bewegt. Sei SR' das Bezugssystem von O' . Berechnen Sie die anfänglichen Vierer-Impulse des Photons P_γ^{in} und des Elektron P_e^{in} im Bezugssystem SR' .
4. Für welchen Wert von v haben die x' -Komponenten von P_γ^{in} und P_e^{in} denselben Betrag, aber entgegengesetztes Vorzeichen? Wie lautet in diesem System die Frequenz des Photons?
5. Sei θ der Winkel im Bezugssystem SR zwischen dem einlaufenden und dem auslaufenden Photon. Wie lautet der entsprechende Winkel θ' im Bezugssystem SR' ?

Aufgabe 2: Bragg-Reflexion (7 Punkte)

Elektronen mit kinetischen Energien von 0 bis 5.5 keV werden in einem Winkel von 30° auf einen Kristall mit einem Gitterebenenabstand von $d = 0.25 \text{ (keV)}^{-1}$ gestrahlt. Die reflektierten Elektronen treffen auf eine Wand mit einem Spalt, wie in der Zeichnung dargestellt. Hinter dem Spalt wird ein diskretes Geschwindigkeitsspektrum der reflektierten Elektronen festgestellt.

Wie viele dieser Geschwindigkeiten findet man und wie groß sind diese? (In dieser Aufgabe werden natürliche Einheiten benutzt.)

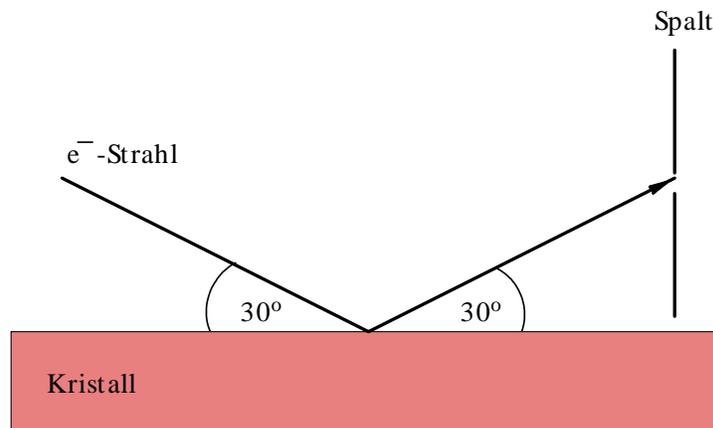


Figure 1: Bragg

Aufgabe 3: Normierung von Wellenfunktionen (10 Punkte = 1.5 + 1.5 + 1 + 3 + 3)

Eine Funktion $\psi(\mathbf{r})$ ist normiert, wenn $\int d\mathbf{r} |\psi(\mathbf{r})|^2 = 1$. Bestimmen Sie die komplexen Konstanten N_1 bis N_5 so, dass die folgenden Wellenfunktionen normiert sind:

1. $\psi_1(\mathbf{r}) = N_1 \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$,
2. $\psi_2(\mathbf{r}) = N_2 \exp\left(-\frac{r}{a}\right)^2$,
3. $\psi_3(\mathbf{r}) = N_3 \theta(a - r)$,
4. $\psi_4(\mathbf{r}) = N_4 \theta(-r^2 + 3ar - 2a^2)$,
5. $\psi_5(\mathbf{r}) = N_5 \frac{1}{r^\alpha} \theta(r - a)$,

wobei $r \equiv |\mathbf{r}|$ und a, α reelle und positive Konstanten sind.

(Achtung: im Aufgabenteil 3.5 ist die Normierung nicht für alle α möglich. Erklären Sie, warum das so ist.)