

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
12. MAI, 2017*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

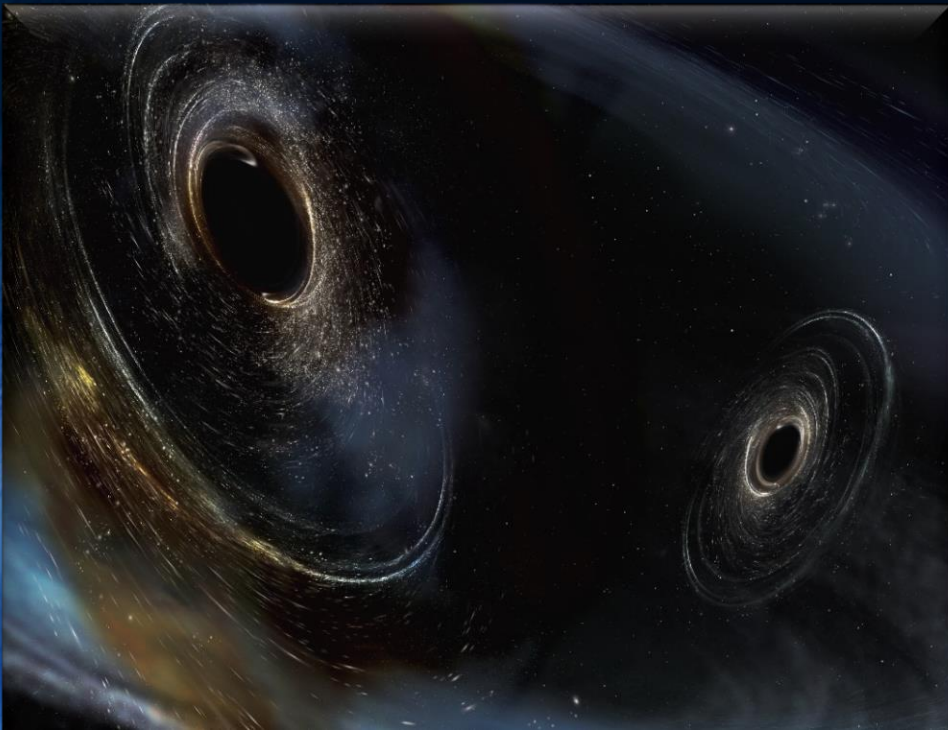
5. und 6. Vorlesung

Noch eine (die dritte) Gravitationswellen gefunden!!!

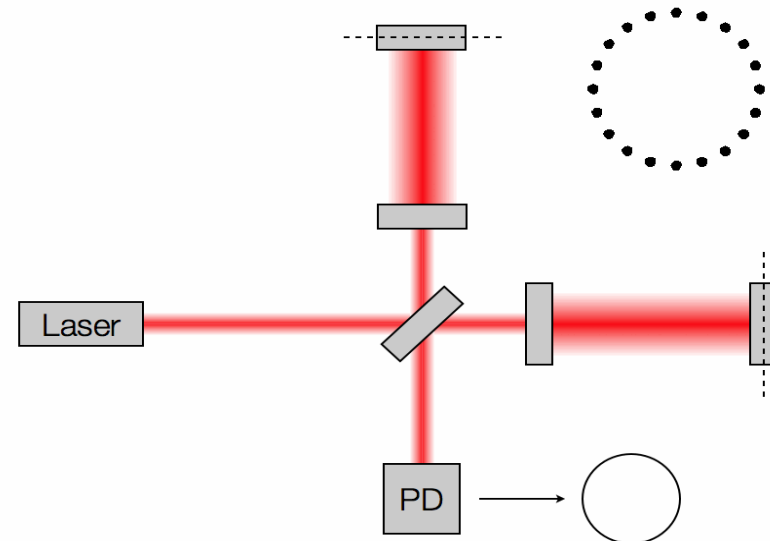
Kollision zweier Schwarzer Löcher GW170104

Massen: 31 & 19 Sonnenmassen

Abstand zur Erde 880 Mpc
(mehr als 2.5 Milliarden Lichtjahre)

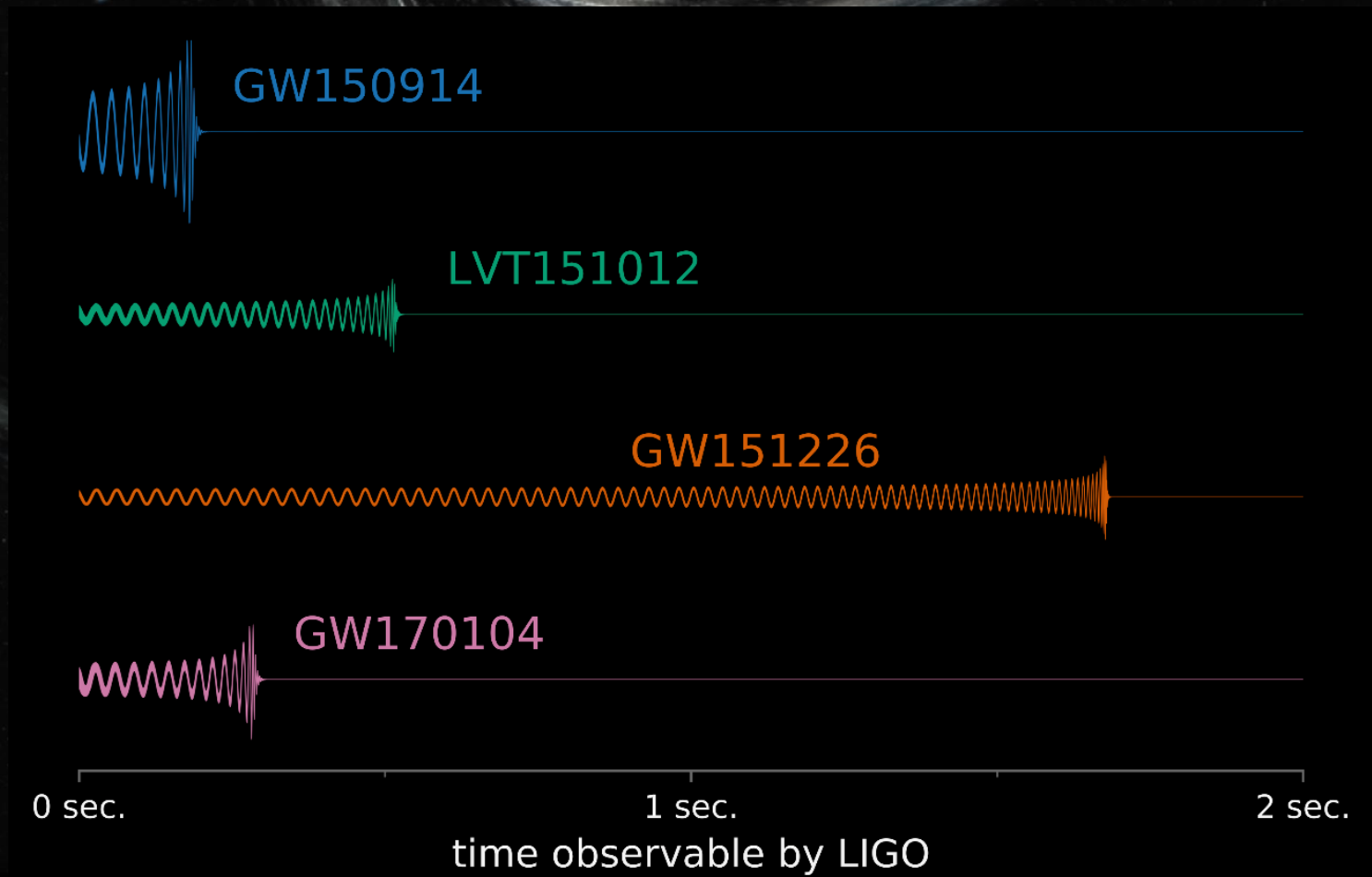


Längen – Differenz $< 10^{-18}$ m



Credit: Les Wade from Kenyon College

GW170104 and the other GWs





GW170104: Observation of a 50-Solar-Mass Binary Black Hole Coalescence at Redshift 0.2

B. P. Abbott *et al.**

(LIGO Scientific and Virgo Collaboration)

(Received 9 May 2017; published 1 June 2017)

We describe the observation of GW170104, a gravitational-wave signal produced by the coalescence of a pair of stellar-mass black holes. The signal was measured on January 4, 2017 at 10:11:58.6 UTC by the twin advanced detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory during their second observing run, with a network signal-to-noise ratio of 13 and a false alarm rate less than 1 in 70 000 years. The inferred component black hole masses are $31.2_{-6.0}^{+8.4} M_{\odot}$ and $19.4_{-5.9}^{+5.3} M_{\odot}$ (at the 90% credible level). The black hole spins are best constrained through measurement of the effective inspiral spin parameter, a mass-weighted combination of the spin components perpendicular to the orbital plane, $\chi_{\text{eff}} = -0.12_{-0.30}^{+0.21}$. This result implies that spin configurations with both component spins positively aligned with the orbital angular momentum are disfavored. The source luminosity distance is 880_{-390}^{+450} Mpc corresponding to a redshift of $z = 0.18_{-0.07}^{+0.08}$. We constrain the magnitude of modifications to the gravitational-wave dispersion relation and perform null tests of general relativity. Assuming that gravitons are dispersed in vacuum like massive particles, we bound the graviton mass to $m_g \leq 7.7 \times 10^{-23}$ eV/ c^2 . In all cases, we find that GW170104 is consistent with general relativity.

GW170104

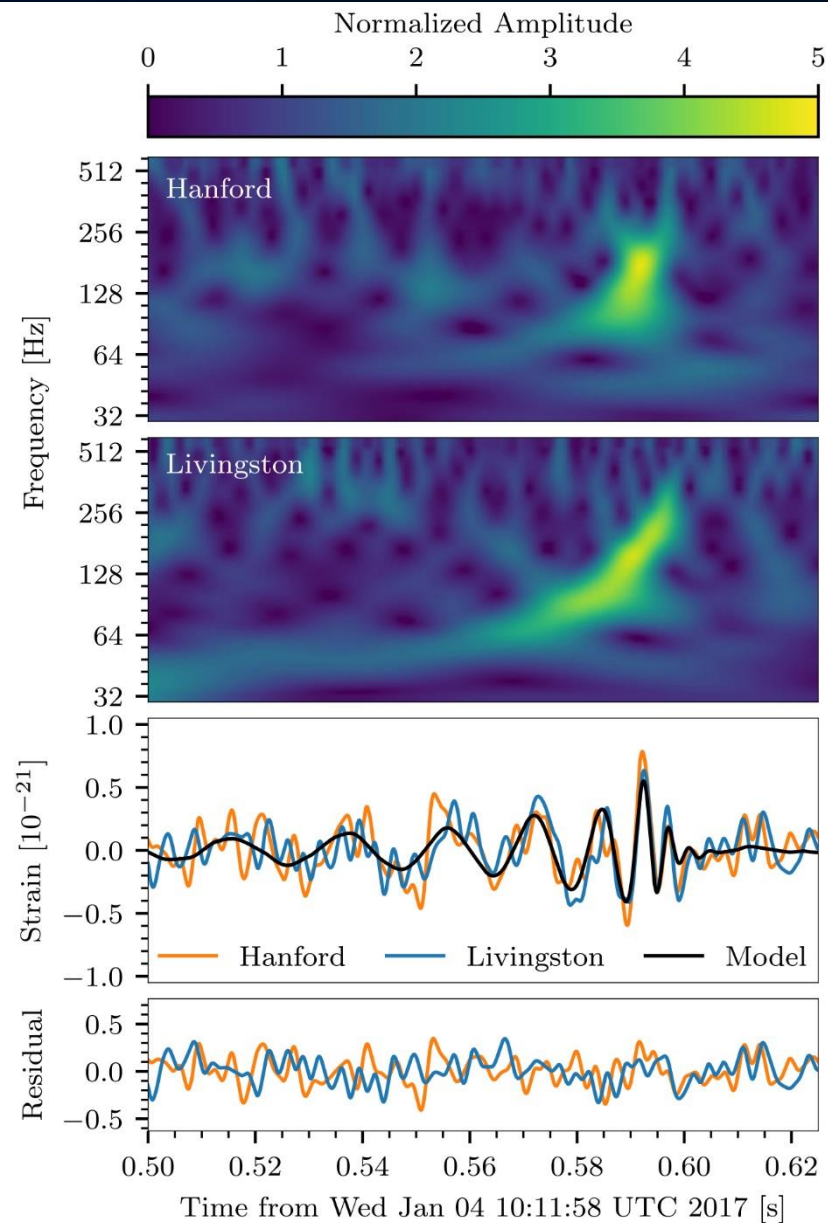


TABLE I. Source properties for GW170104: median values with 90% credible intervals. We quote source-frame masses; to convert to the detector frame, multiply by $(1+z)$ [50,51]. The redshift assumes a flat cosmology with Hubble parameter $H_0 = 67.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ and matter density parameter $\Omega_m = 0.3065$ [52]. More source properties are given in Table I of the Supplemental Material [11].

Primary black hole mass m_1	$31.2^{+8.4}_{-6.0} M_\odot$
Secondary black hole mass m_2	$19.4^{+5.3}_{-5.9} M_\odot$
Chirp mass \mathcal{M}	$21.1^{+2.4}_{-2.7} M_\odot$
Total mass M	$50.7^{+5.9}_{-5.0} M_\odot$
Final black hole mass M_f	$48.7^{+5.7}_{-4.6} M_\odot$
Radiated energy E_{rad}	$2.0^{+0.6}_{-0.7} M_\odot c^2$
Peak luminosity ℓ_{peak}	$3.1^{+0.7}_{-1.3} \times 10^{56} \text{ erg s}^{-1}$
Effective inspiral spin parameter χ_{eff}	$-0.12^{+0.21}_{-0.30}$
Final black hole spin a_f	$0.64^{+0.09}_{-0.20}$
Luminosity distance D_L	$880^{+450}_{-390} \text{ Mpc}$
Source redshift z	$0.18^{+0.08}_{-0.07}$

GW170104

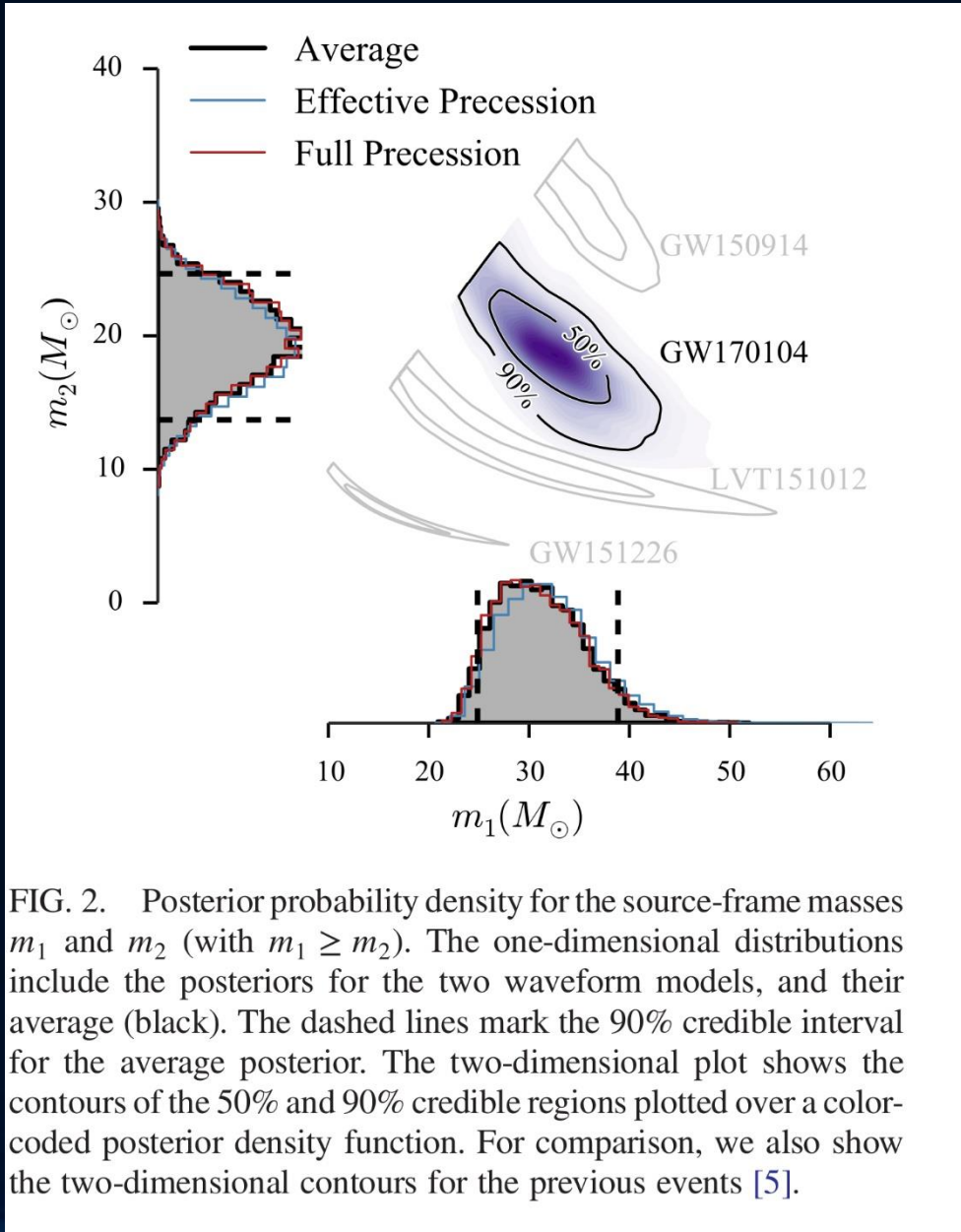
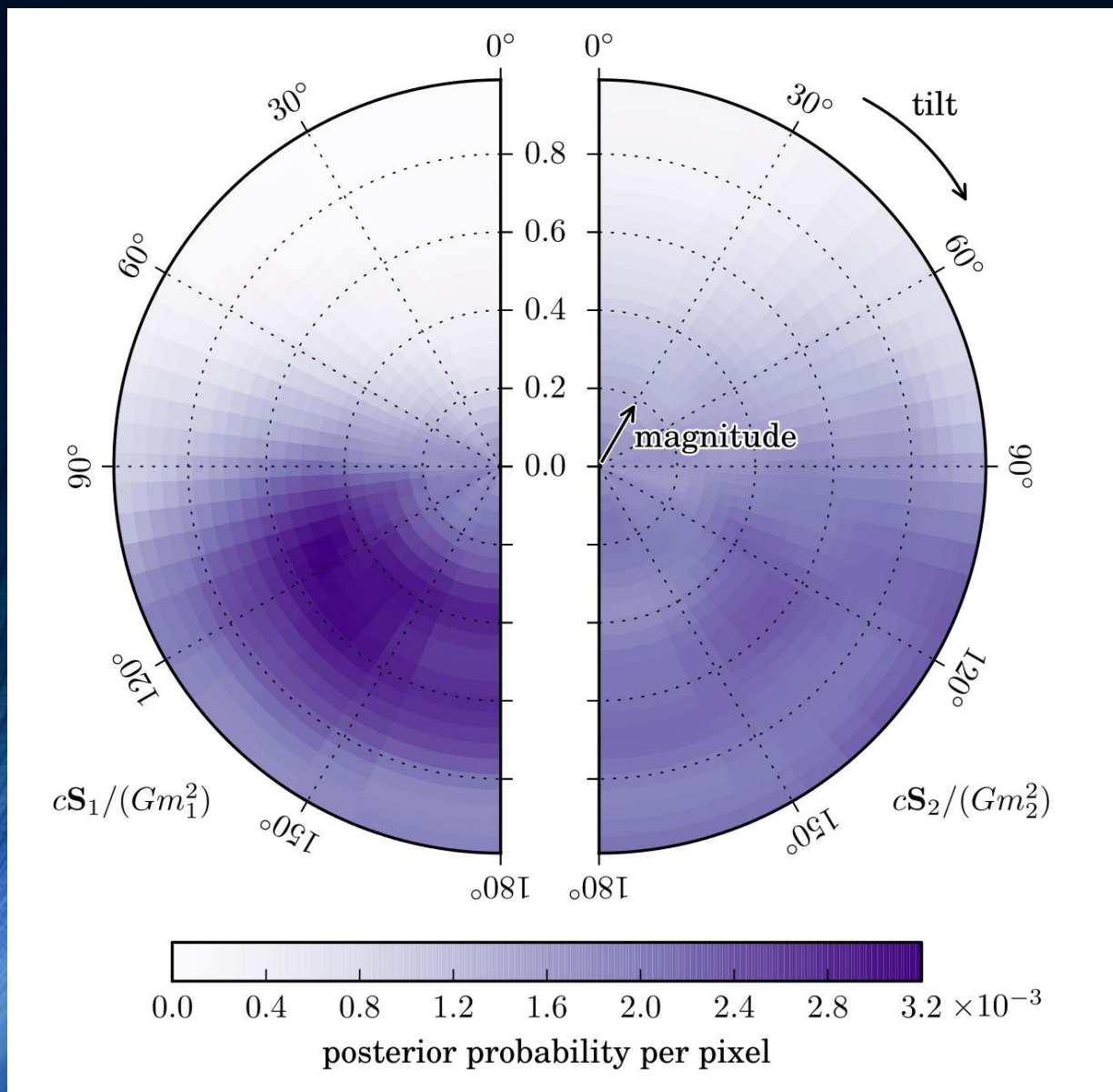


FIG. 2. Posterior probability density for the source-frame masses m_1 and m_2 (with $m_1 \geq m_2$). The one-dimensional distributions include the posteriors for the two waveform models, and their average (black). The dashed lines mark the 90% credible interval for the average posterior. The two-dimensional plot shows the contours of the 50% and 90% credible regions plotted over a color-coded posterior density function. For comparison, we also show the two-dimensional contours for the previous events [5].

Allgemeines zur Vorlesung

- Der ausgefallene Vorlesungstermin am 26.05.2017 wird verschoben. Zusätzlich muss die Vorlesung am 14.07.2017 ebenfalls verschoben werden. Mögliche neue Termine (Mo. 03.07. oder Mo. 10.07. oder Di. 11.07.2017) .
- Die Online Materialien der von mir in Peking (Beijing, China) gehaltenen Vorlesungreihe finden sich unter dem folgenden Internetlink:
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/VARTC/ssnr2017/>
- Der Vorlesungstermin am 19.05.2017 (5. Vorlesung) wurde von Herrn Elias Most vertreten. Behandelte Inhalte: numerisches Lösen der TOV-Gleichung in Maple, Einführung in die Kerr-Metrik eines rotierenden schwarzen Loches, Ereignishorizonte und Flächen der stationären Grenze (bzw. der unendlichen Rotverschiebung), der Mitführungseffekt der Raumzeit ("Frame-Dragging"), geodätische Bewegung eines Probekörpers in der Kerr Metrik

Plan für die heutige Vorlesung

- Kurze Vorstellung der Peking Frühlingschule über „Numerische Relativität und die Physik der Gravitationswellen“
- Wiederholung der letzten Vorlesung (Einführung in die Kerr-Metrik eines rotierenden schwarzen Loches, Ereignishorizonte und Flächen der stationären Grenze (bzw. der unendlichen Rotverschiebung), der Mitführungseffekt der Raumzeit (“Frame-Dragging”), geodätische Bewegung eines Probekörpers in der Kerr Metrik)
- Klassifizierung der möglichen Bahnbewegungen um ein rotierendes schwarzes Loch (Kerr Metrik) mittels eines effektiven Potentials
- Kreisförmige Bewegungen in der äquatorialen Ebene
- Der “Innermost Stable Circular Orbit” für einen Probekörper der mit und entgegen der Rotationsrichtung des schwarzen Loches bewegt
- Der gravitomagnetische Effekt

Spring School on Numerical Relativity and Gravitational Wave Physics

Gravitational Waves from colliding Compact Star Binaries in the context of Strange/Exotic Matter

*ROOM 6620
ITP NEW BUILDING, BEIJING
15.-25. MAY, 2017*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITY
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
DEPARTEMENT OF RELATIVISTIC ASTROPHYSICS
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

Contents of the whole Lecture

- **Chapter 1**

- General Relativity of Black Holes and Compact Stars
- Elementary Particle Physics and the Interior of a Compact Star

- **Chapter 2**

- Numerical Relativity and Relativistic Hydrodynamics
- The Einstein Toolkit

- **Chapter 3**

- Binary Mergers of Compact Stars
- Gravitational Waves and Internal Properties of Hypermassive Neutron Stars

[Intro 介绍](#)

[Chapter I 第一章](#)

[Chapter II 第二章](#)

[Chapter III 第三章](#)

[e-learning 电子学习](#)

Spring School on Numerical Relativity and Gravitational Wave Physics

15th-25th May 2017, Beijing
Room 6620, ITP New Building, Beijing



Invited Lecturers:

Niels Warburton (University College Dublin)
Andrea Taracchini (Max Planck Institute for Gravitational Physics)
David Hilditch (Theoretical Physics Institute, University of Jena)
David Weir (Helsinki Institute of Physics, University of Helsinki)
Koutarou Kyutoku (KEK, IPNS)
Matthias Hanauskę (Goethe University Frankfurt)

(Spring School on Numerical Relativity and Gravitational Wave Physics)

Vorlesungsreihe (6 Vorlesungen) über
Gravitationswellen von kollidierenden kompakten Sternen und die
Eigenschaften seltsamer Materie
(Gravitational waves from colliding compact star binaries in the context of
strange/exotic matter)
致密星碰撞引起的引力波和奇异物质的性质
Beijing, China, 15.-25. May 2017

Die im Jahre 2017 gehaltene Vorlesungsreihe führt einerseits in die Allgemeine Relativitätstheorie ein, andererseits fokussiert sie sich auf den speziellen Teilaspekt der relativistischen Astrophysik kollidierender hybrider Neutronensterne, in deren innerem Bereich es zur Bildung seltsamer und exotischer Materie kommen kann. Kollabiert ein instabiler Neutronenstern zu einem schwarzen Loch oder zu einem Quark Stern? Wie kann man anhand des ausgesandten Gravitationswellen-Signals zweier kollidierender kompakter Sterne die Eigenschaften der Nuklearen- und Quark-Materie entschlüsseln?

(The series of lectures held in 2017. Topics: theory of general relativity theory, relativistic astrophysics of colliding hybrid neutron stars, strange and exotic matter in the interior of compact stars. Questions: Does an unstable neutron star collapse to a black hole or quark star? How can we extract the strange properties of high density nuclear and quark matter by means of the emitted gravitational wave signal of two colliding compact stars?)

在2017年开设的课程,一方面介绍广义相对论理论,另一方面聚焦于相对论天体物理中的一个特殊部分:混合致密星碰撞,以及在其内部可能生成的奇异和异常物质。一个不稳定的中子星是会坍缩成黑洞还是夸克星?如何根据两个致密星碰撞发射的引力波信号来解码核物质和夸克物质的奇异特性?

Chapter I

Practical part of Chapter I

- Learn how to use Maple to solve several (not too complicated) problems in GR
 - Learn the basics of parallel programming in C/C++ MPI-OpenMP

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

Non-Rotating Black Holes

Event horizon, photon-sphere, test particle falls into a black hole, geodesic motion of a massive test particle (or a massless photon) around a black hole, ISCO, ...

Properties of Neutron Stars

Density profile inside a neutron star, mass-radius relation, spacetime curvature inside and outside the neutron star, ...

Rotating Black Holes

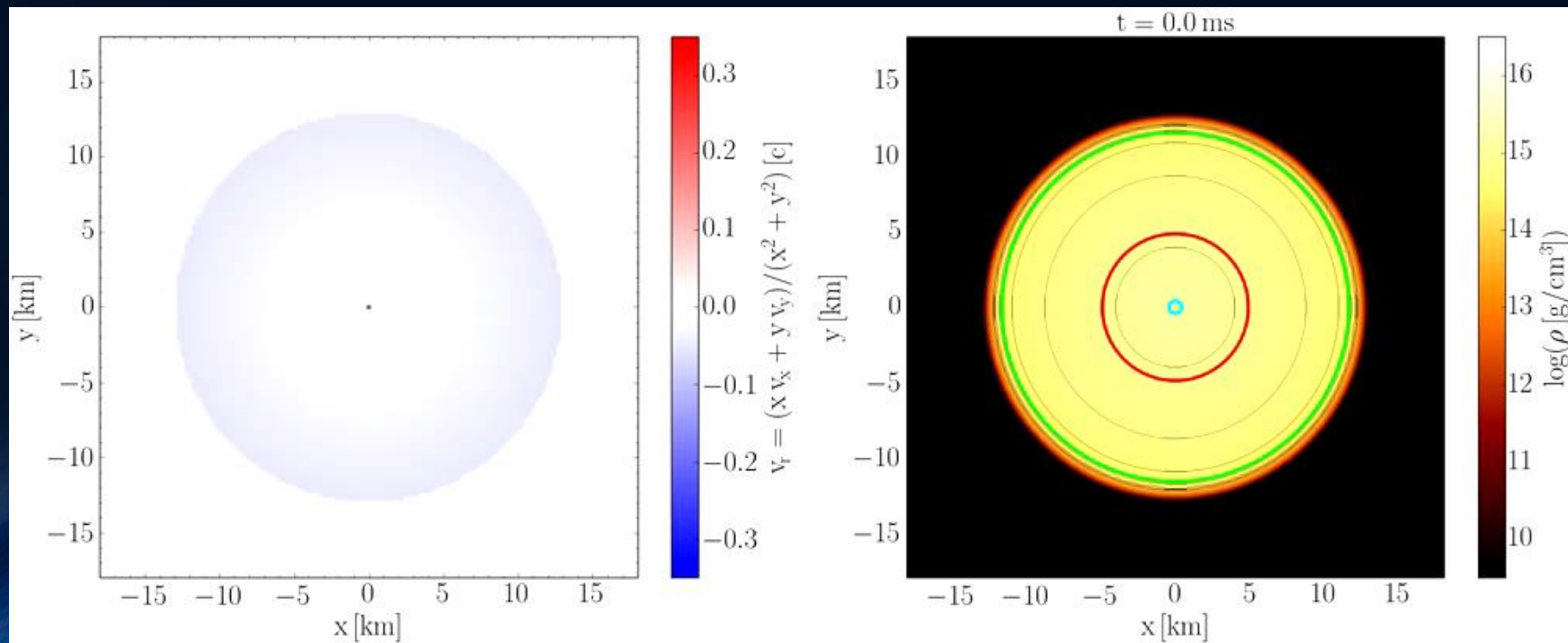
Horizons, ergosphere, the frame-dragging effect, ISCO's, ...

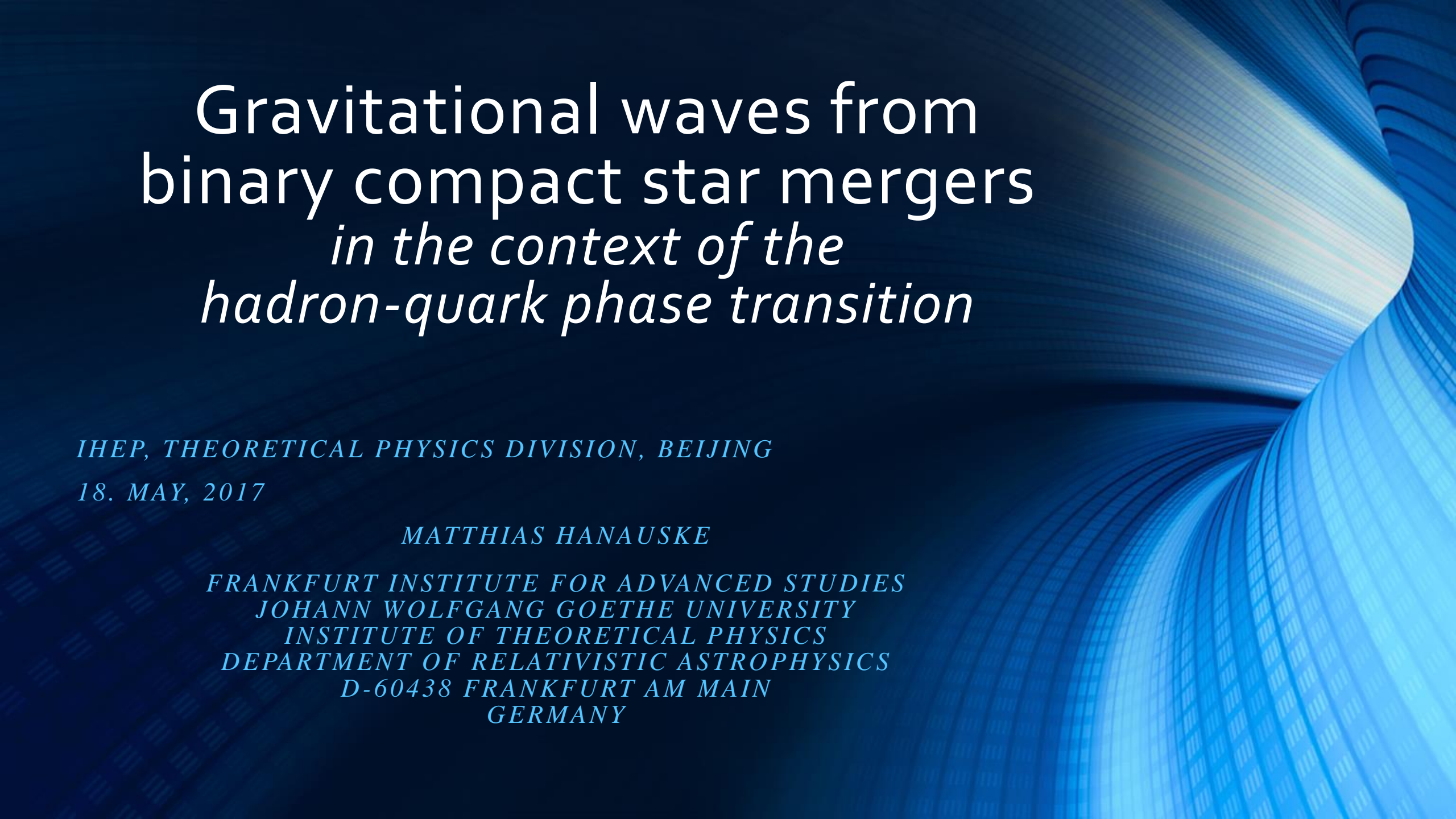
Chapter II



Practical part of Chapter II

- How to download and build (compile) the Einstein Toolkit
- How to run a test simulation (static_tov.par)
- Run and visualize (Mathematica or Python) one of the following problems
 - Migration of an unstable neutron star to a stable configuration
 - Collapse of an unstable neutron star to a black hole
 - Collapse of a neutron star to a quark star (twin star collapse)





Gravitational waves from
binary compact star mergers
*in the context of the
hadron-quark phase transition*

IHEP, THEORETICAL PHYSICS DIVISION, BEIJING

18. MAY, 2017

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITY
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
DEPARTMENT OF RELATIVISTIC ASTROPHYSICS
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

International Symposium on Gravitational Waves

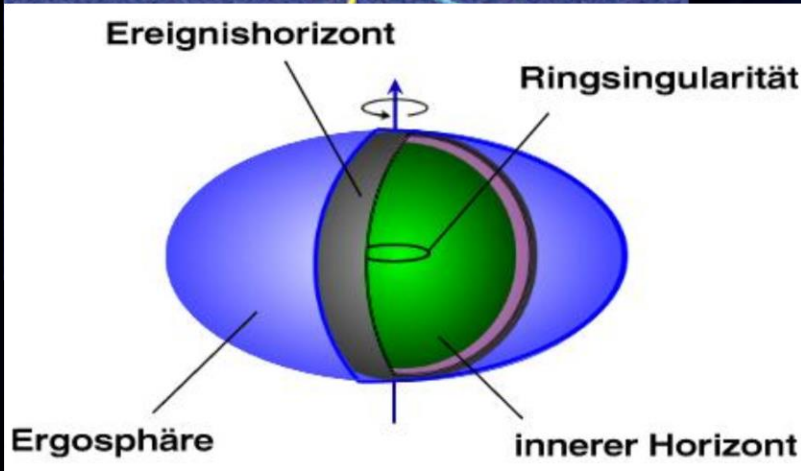
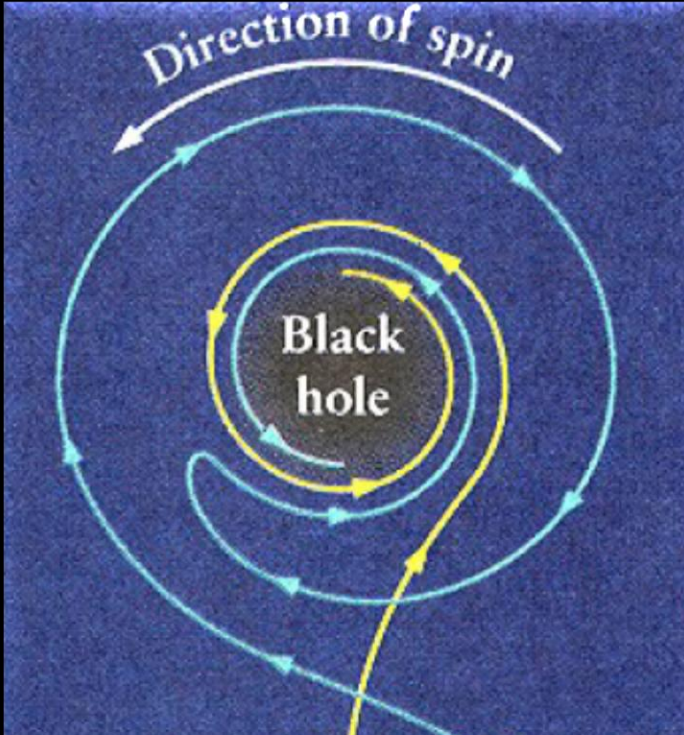
Gravitational Wave Emission and Rotational properties of Hypermassive Neutron Stars from Binary Neutron Star Mergers

*UNIVERSITY OF CHINESE ACADEMY OF SCIENCE
BEIJING, CHINA, 25.-29. MAY, 2017*

MATTHIAS HANAUSKE, LUCIANO REZZOLLA AND HORST STÖCKER

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITY
INSTITUTE OF THEORETICAL PHYSICS
DEPARTEMENT OF RELATIVISTIC ASTROPHYSICS
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

Rotierende schwarze Löcher und die Kerr Metrik



Der Mitführungseffekt der Raumzeit ("Frame-Dragging")

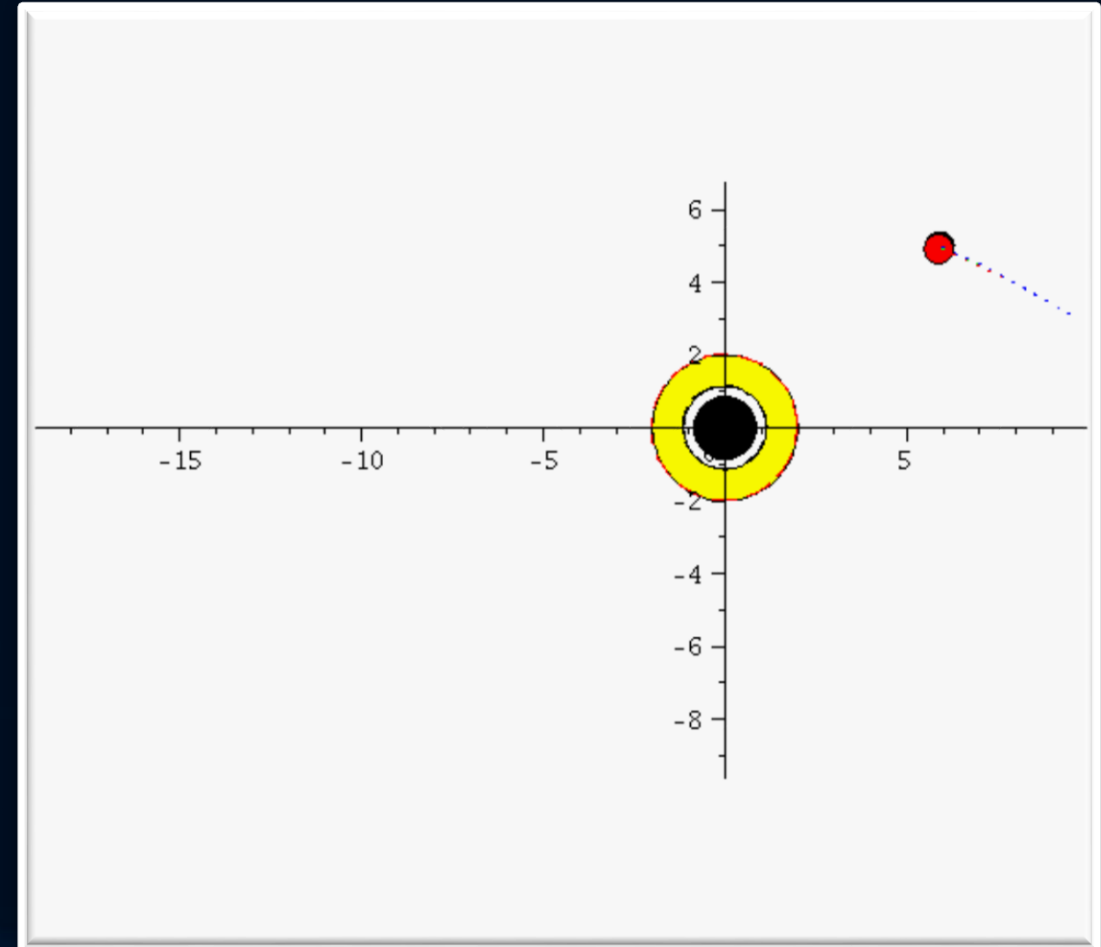
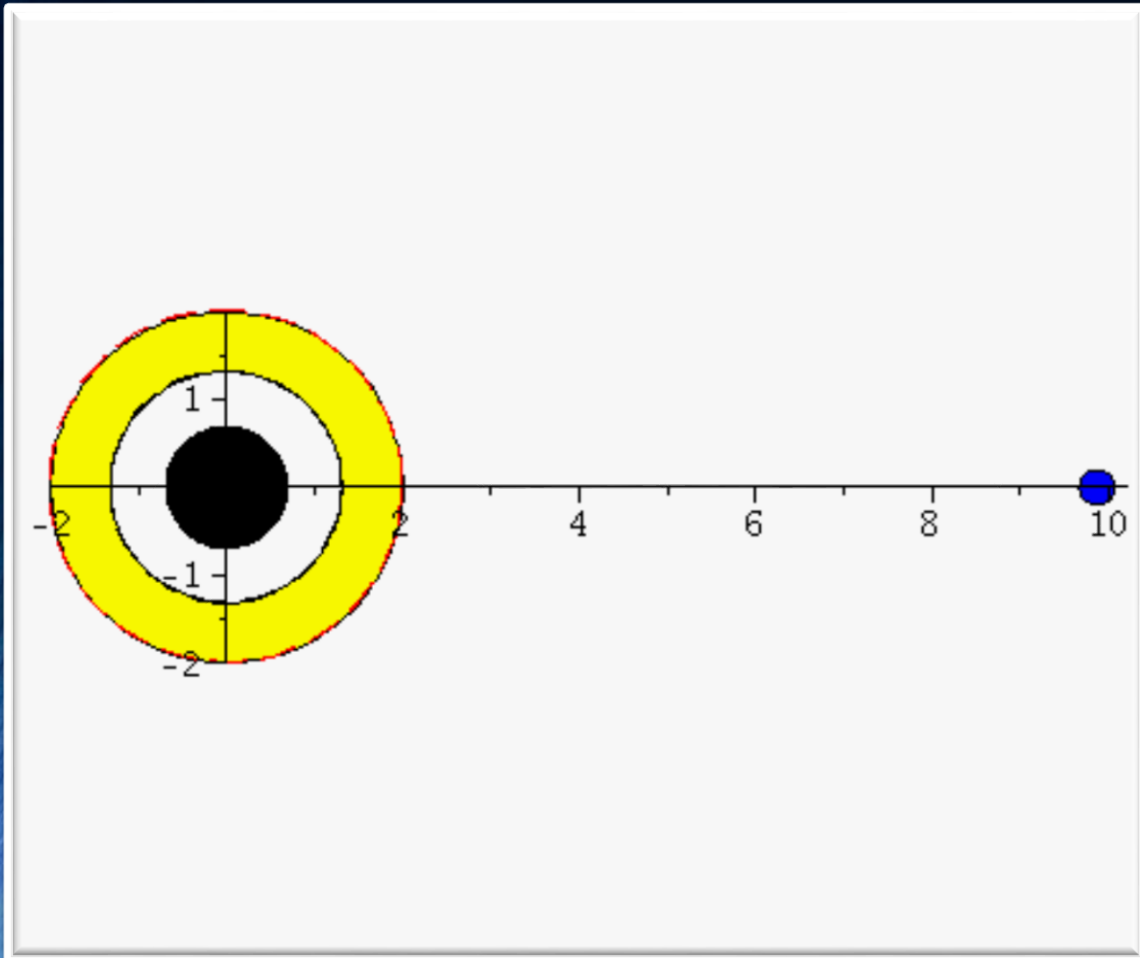
Experimente zur Bestätigung des Effektes: LARES, Gravity Probe B

$$\omega(r, \theta) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\frac{d\phi}{d\tau}}{\frac{dt}{d\tau}} = \frac{u^\phi}{u^t} = \frac{g^{t\phi}}{g^{tt}}$$



Gravity Probe B

Der Mitführungseffekt der Raumzeit ("Frame-Dragging") und der Gravitomagnetische Effekt

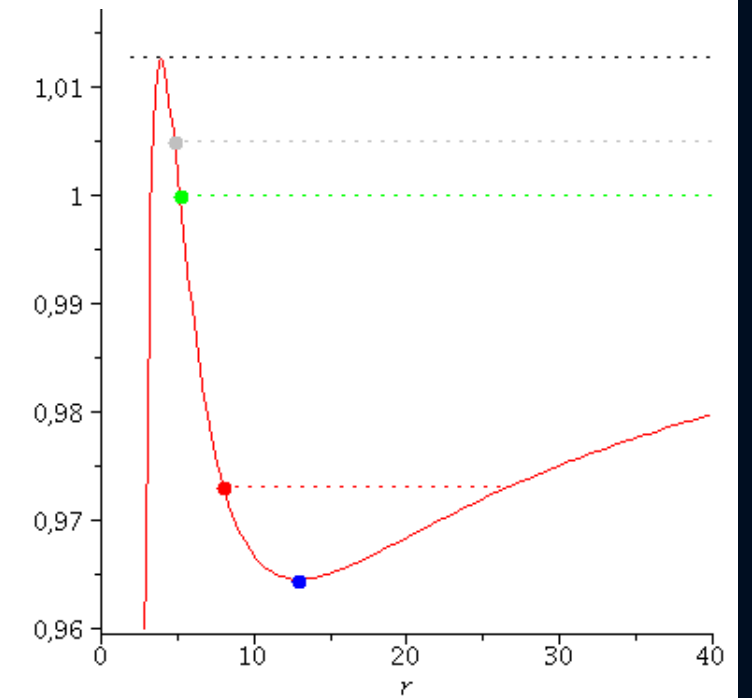
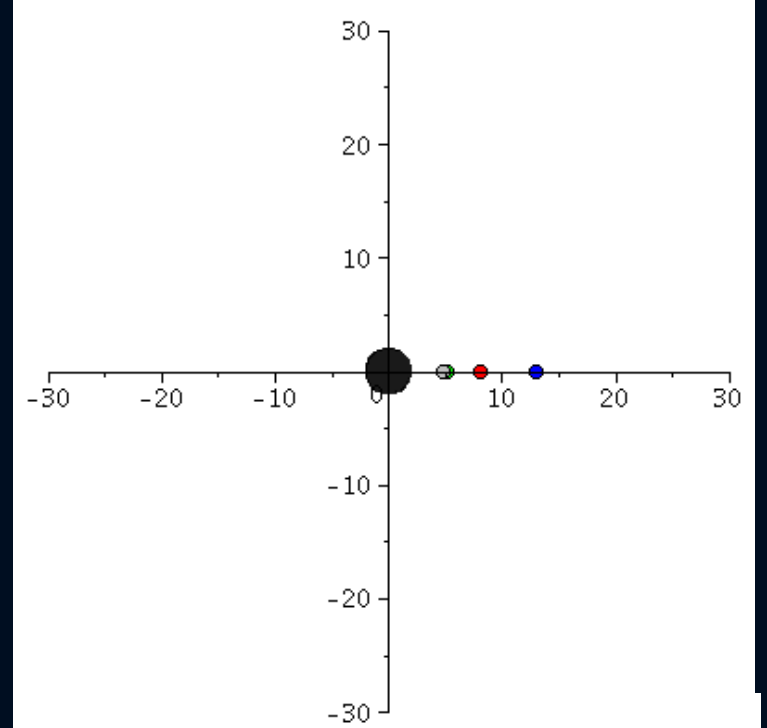
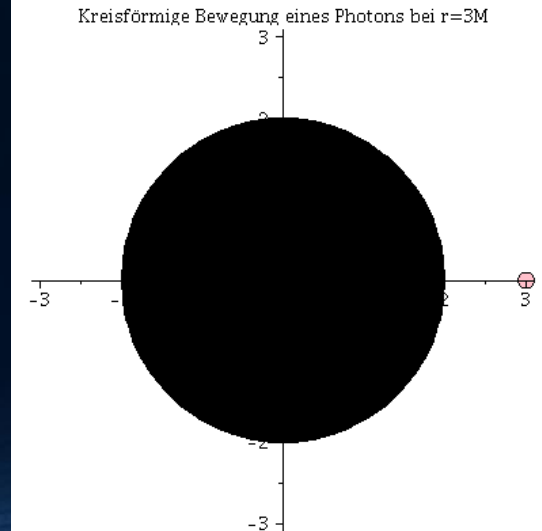
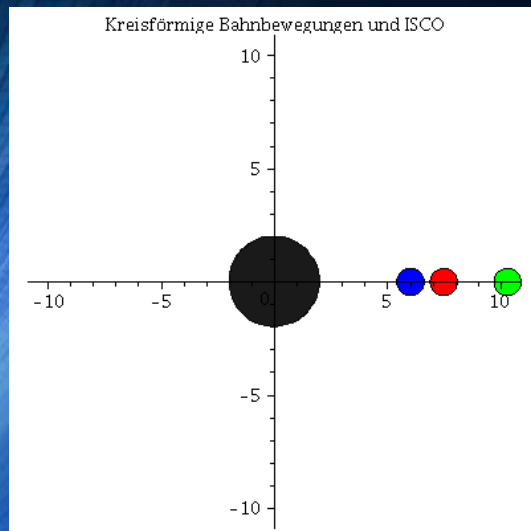


Geodätische Bewegung um ein nicht-rotierendes schwarzes Loch

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\nu\rho} \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

The *ISCO* and the *photon sphere*



Effektives Potential des nicht-rotierendes schwarzes Loch

4. Gleichung: $\rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + V(r, M, l) = \frac{1}{2} (E^2 - 1)$

wobei: $V(r, M, l) = \frac{l^2}{2r^2} \left(1 - \frac{2M}{r} \right) - \frac{M}{r}$,

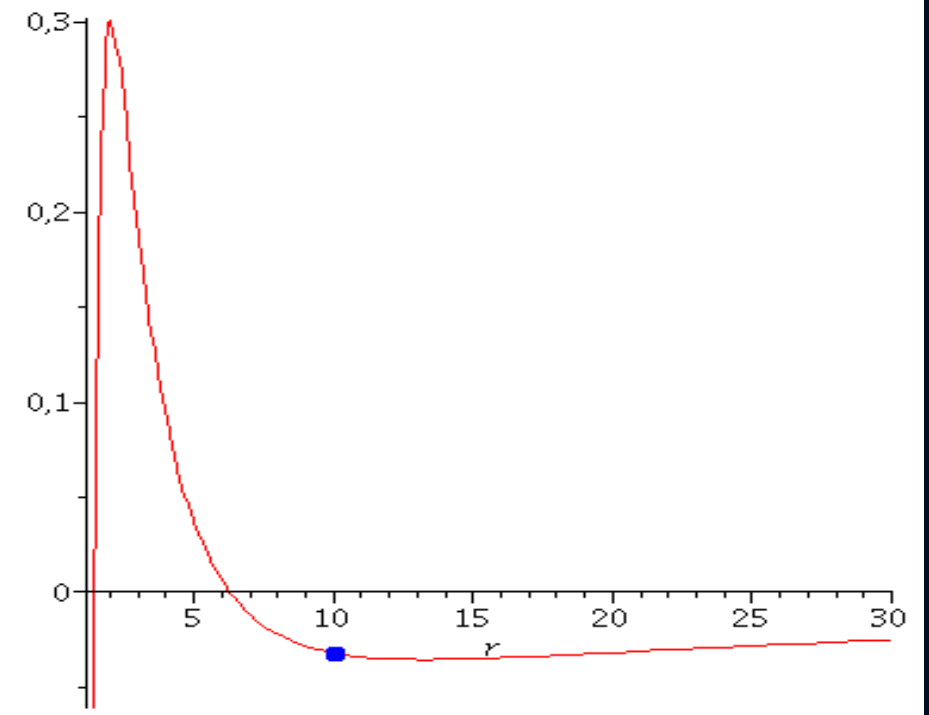
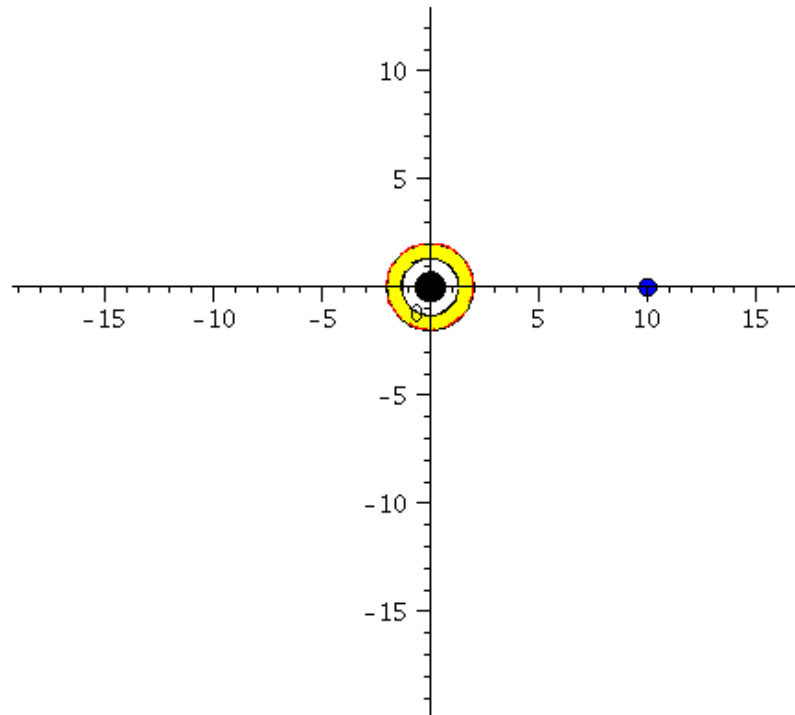
das Potential $V(r, M, l)$ hingegen wie folgt definiert:

4. Gleichung: $\rightarrow \left(\frac{dr}{d\tau} \right)^2 + (V(r, M, l))^2 = E^2$

wobei: $V(r, M, l) = \sqrt{\left(1 - \frac{2M}{r} \right) \left(1 + \frac{l^2}{r^2} \right)}$,

Kerr Metrik: Effektives Potential

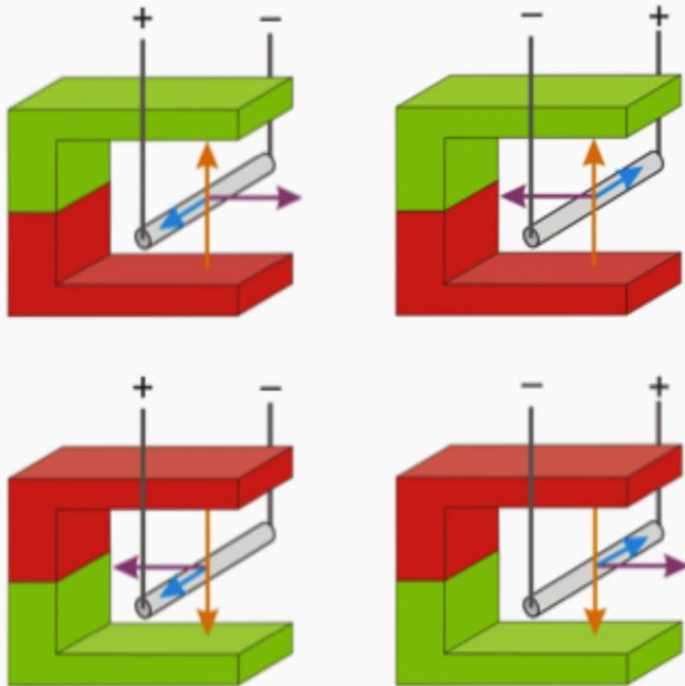
$$V_{eff}(r, M, l, a, E) = -\frac{M}{r} + \frac{l^2 - a^2(E^2 - 1)}{2r^2} - \frac{M(l - aE)^2}{r^3}$$



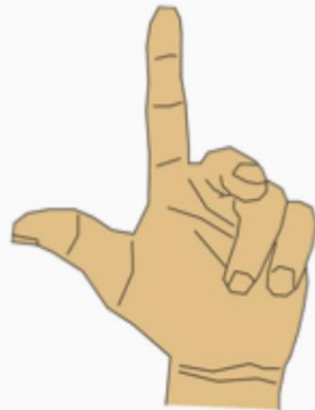
Der gravitomagnetische Effekt

Beobachtung

a) + b)



Versuche eine Regel mit Daumen, Zeigefinger und Mittelfinger deiner linken Hand zu formulieren.



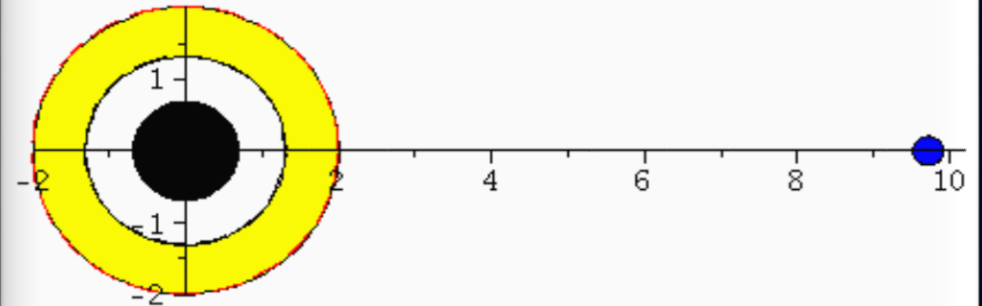
(C) Lorenz K Schröfl



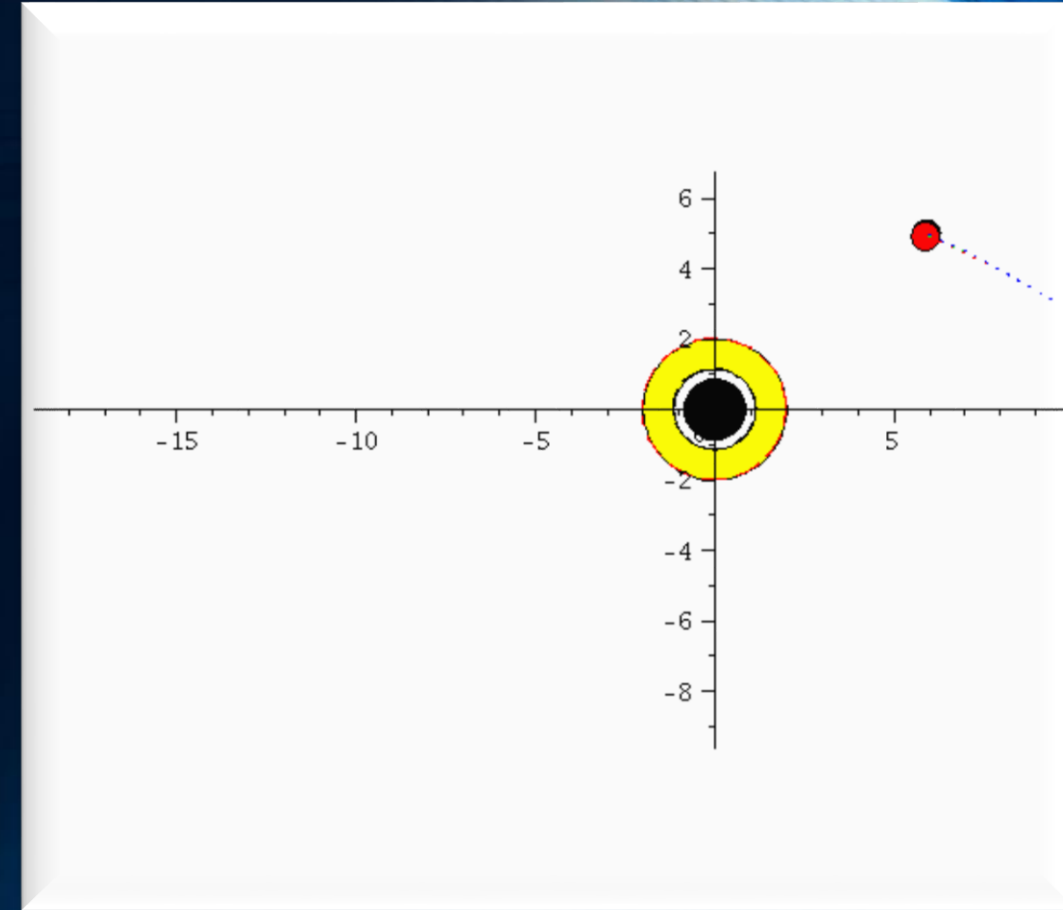
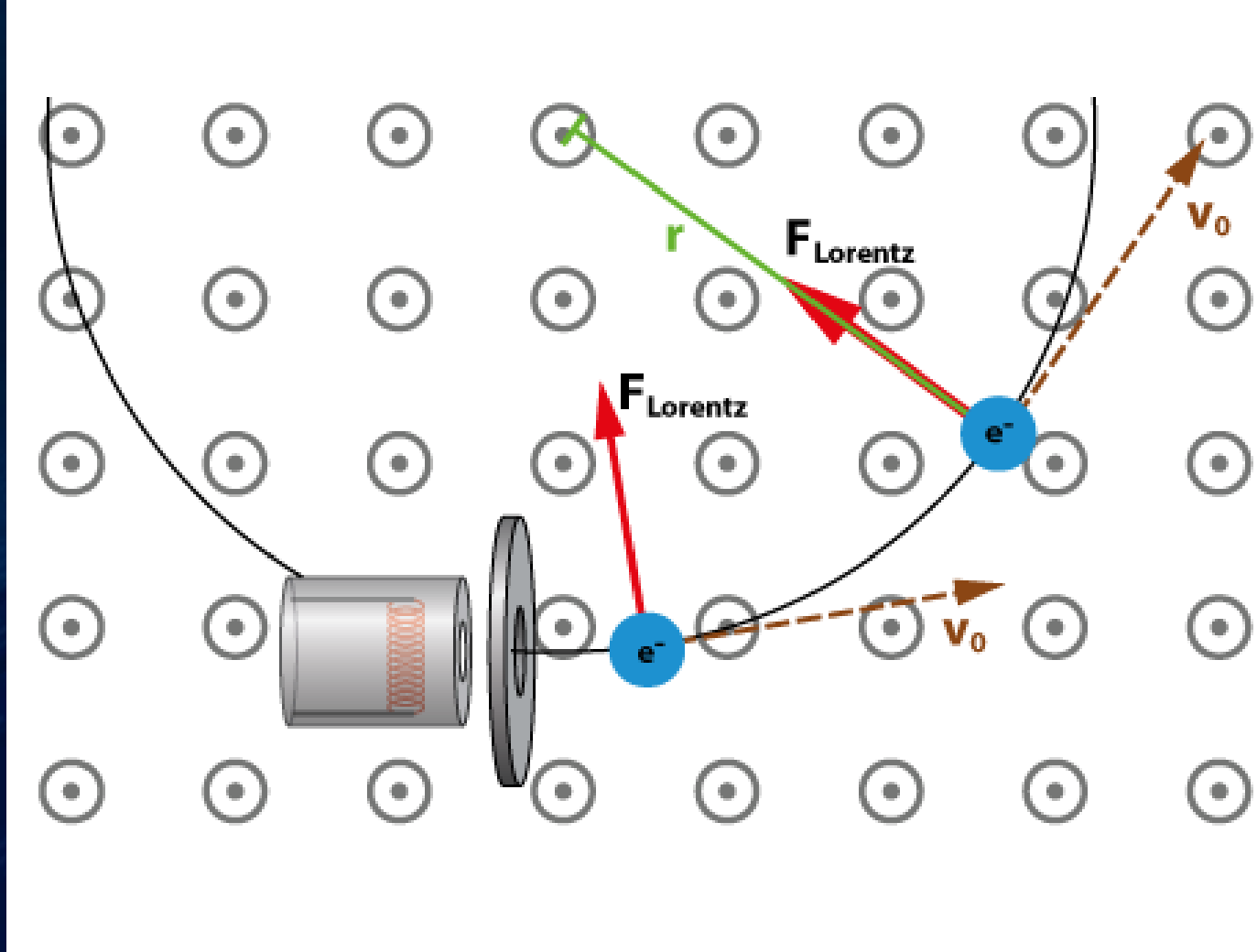
Magnetfeld geht in die Zeichenebene

Elektronenstrahl

Positronenstrahl

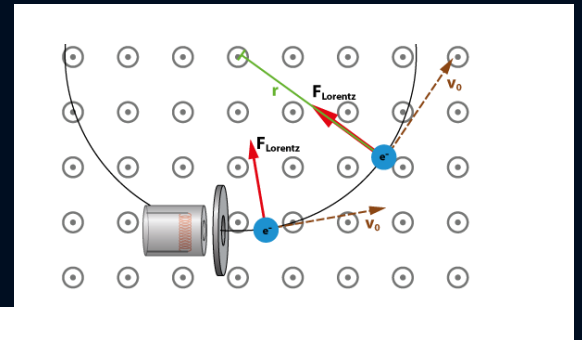


Der gravitomagnetische Effekt



Der gravitomagnetische Effekt

Elektromagnetischer Effekt der Lorentzkraft:



Gravito-magnetischer Effekt:

$$\omega(r, \theta) = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\frac{d\phi}{d\tau}}{\frac{dt}{d\tau}} = \frac{u^\phi}{u^t} = \frac{g^{t\phi}}{g^{tt}}$$

Diese "Frame dragging" Frequenz wirkt in ähnlicher Weise auf die Geschwindigkeit von Probekörpern, wie das Magnetfeld in der Elektrodynamik die Lorentzkraft verursacht. Im Fall 1 (grün) ist das gravitomagnetische Feld Null, im Fall 2 (blau) ist es aus der äquatorialen Ebene nach oben gerichtet und im Fall 3 zeigt es nach unten. In erster Näherung (siehe Fließbach Buch, S:172) ist die gravitomagnetische Lorentzkraft gleich $\sim 2(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v})$, wobei \times das Kreuzprodukt, $\boldsymbol{\omega}$ der axiale Vektor der "Frame dragging" Frequenz und \mathbf{v} der Geschwindigkeitsvektor des Probekörpers ist. Die Änderung des Geschwindigkeitsvektors nimmt in Schwachfeldnäherung dann die folgende Gestalt an:

$$\frac{d\mathbf{v}}{d\tau} = \underbrace{-\text{grad } \Phi(\mathbf{r})}_{\text{gewöhnlicher Teil der gravitativen Kraft}} + \underbrace{2\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r}) \times \mathbf{v}}_{\text{gravitomagnetische Lorentzkraft}} + \mathcal{O}(v^2/c^2),$$

wobei $\Phi(\mathbf{r})$ das Newtonsche Gravitationspotential und $\mathbf{v} = (v^r, v^\theta, v^\phi)$ der Geschwindigkeitsvektor des Probekörpers ist. Die unten abgebildete Grafik zeigt die "Frame dragging" Frequenz $\omega = \omega_z(r)$ für die Kerr Metrik, wobei bei der schwarzen Kurve $a=0$, bei der blauen Kurve $a=0.99$ und bei der roten Kurve $a=-0.99$ ist.