

# Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

*PC-POOL RAUM 01.120  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
24. APRIL, 2020*

*MATTHIAS HANAUSKE*

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN  
GERMANY*

Aufgrund der Corona Krise findet die Vorlesung und die freiwilligen Übungstermine in diesem Semester nur Online statt.

## 1. Vorlesung

# Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:  
Nur Online/Virtuell  
Live-Streaming (synchrone Lehrangebote, Zoom Meetings):  
Freitags von 16.15-17.00 Uhr: Vorlesungstermine  
Freitags von 15.15-16.00 Uhr :freiwillige Übungstermine
- Vorlesungs-Materialien (asynchronen Lehrangebote):  
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/VARTC/> bzw.  
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/VARTC/VARTCorona.html>
- Übungsaufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:  
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Generelles zur Vorlesung:  
Bei erfolgreicher Teilnahme 3 Creditpoints  
Benoteter Schein mittels einer mündlichen Prüfung (30 Min.)
- Plan für die heutige Vorlesung:  
Motivation, Kurzer Überblick der Inhalte der Vorlesung, kleine Einführung in Maple



# Vorlesung besteht aus drei Teilen

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. [Matthias Hanauske](#)

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)



<http://itp.uni-frankfurt/~hanauske/VARTC/>

## Online Vorlesungen und Zusatzmaterialien

Augrund der Corona Krise findet die Vorlesung und die freiwilligen Übungstermine in diesem Semester nur Online statt. Auf die dafür eingerichtete Internetseite gelangen Sie, wenn Sie die nebenstehende Abbildung anklicken.



Allgemeine Relativitätstheorie mit dem  
Computer  
(General Theory of Relativity on the  
Computer)

Vorlesung SS 2020, Fr. 15-17.00 Uhr

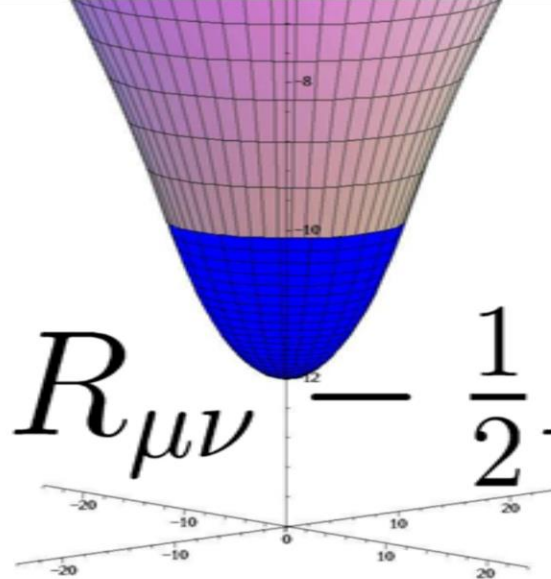
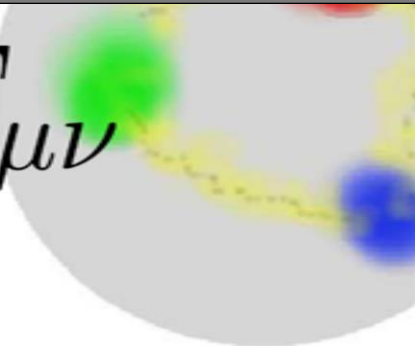
Augrund der Corona Krise findet die Vorlesung und die freiwilligen Übungstermine in diesem Semester nur Online statt (näheres siehe [HIER](#)).

In dieser Vorlesung werden die mathematisch anspruchsvollen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) in diversen Programmierungsumgebungen analysiert.

Im ersten Teil des Kurses erlernen die Studierenden die Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica). Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der tensoriellen Gleichungen der ART können mit Hilfe dieser Programme erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein- und Geodätengleichung werden in Maple implementiert, quasi analytische Berechnungen durchgeführt und entsprechende Lösungen berechnet und visualisiert. Der zweite Teil

# Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie

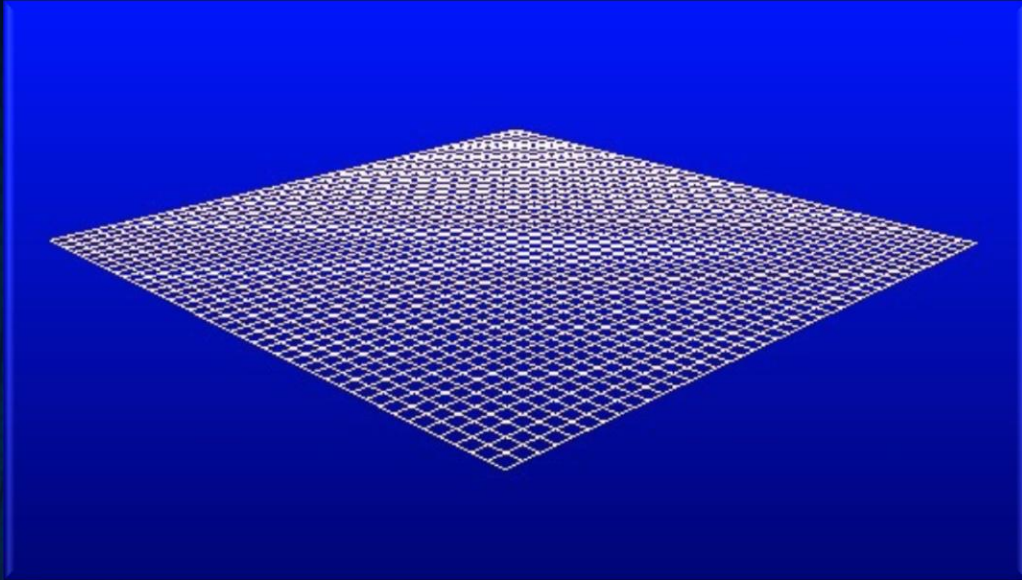
Vor etwa hundert Jahren (1915) stellte Albert Einstein seine „Allgemeine Relativitätstheorie“ (ART) der Öffentlichkeit vor.


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$


Die ART ist eine sehr revolutionäre Theorie. Sie besagt, dass jegliche Energieformen (z.B. Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

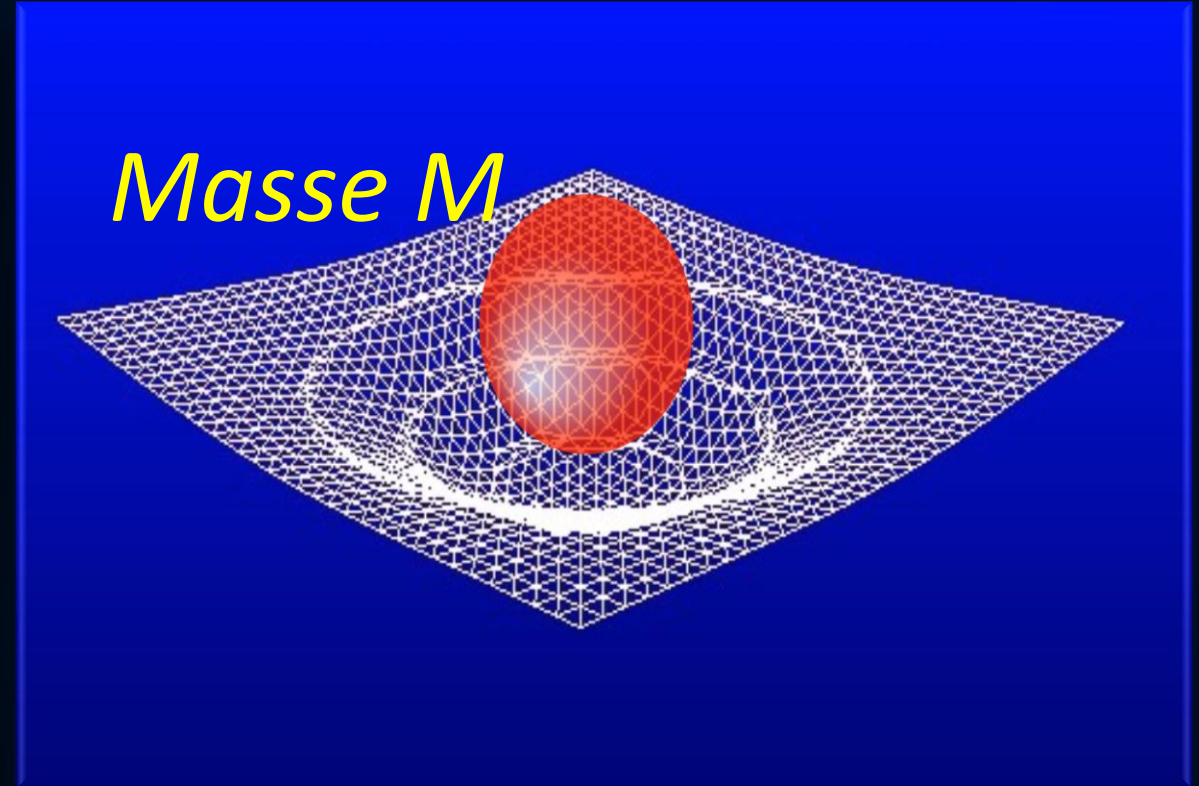


# Was ist Raumzeit-Krümmung?



## Flache Raumzeit

Raumzeit ohne Materie und Energie hat keine Krümmung



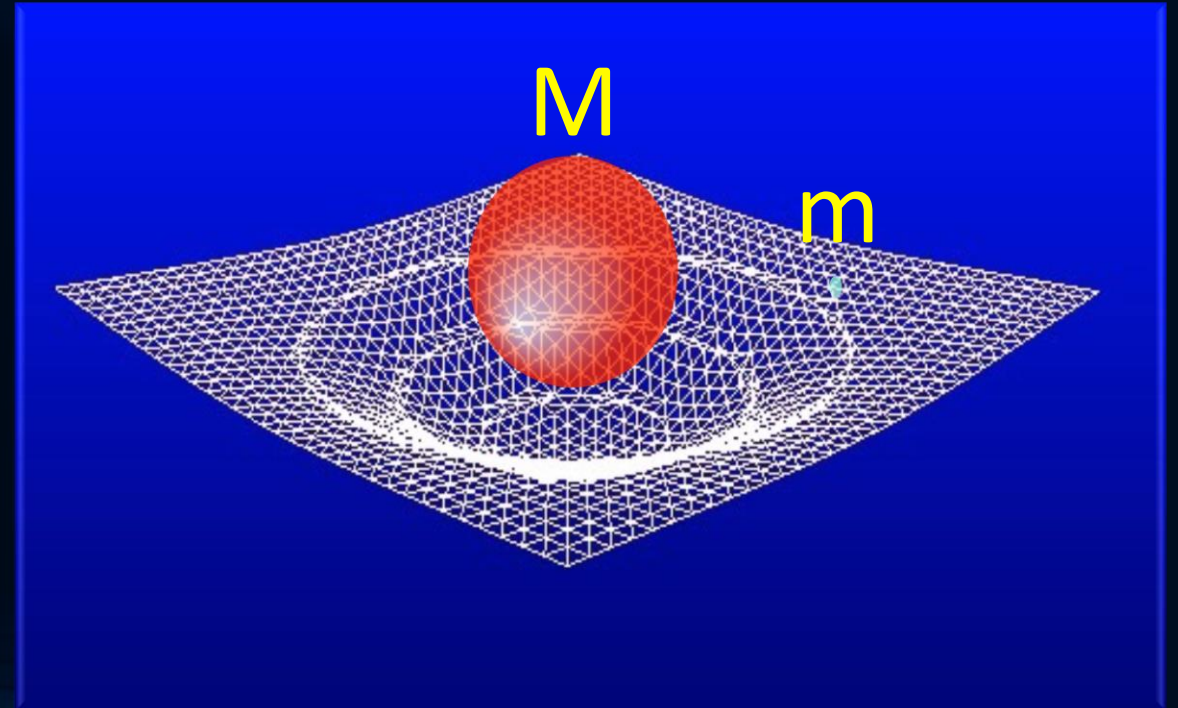
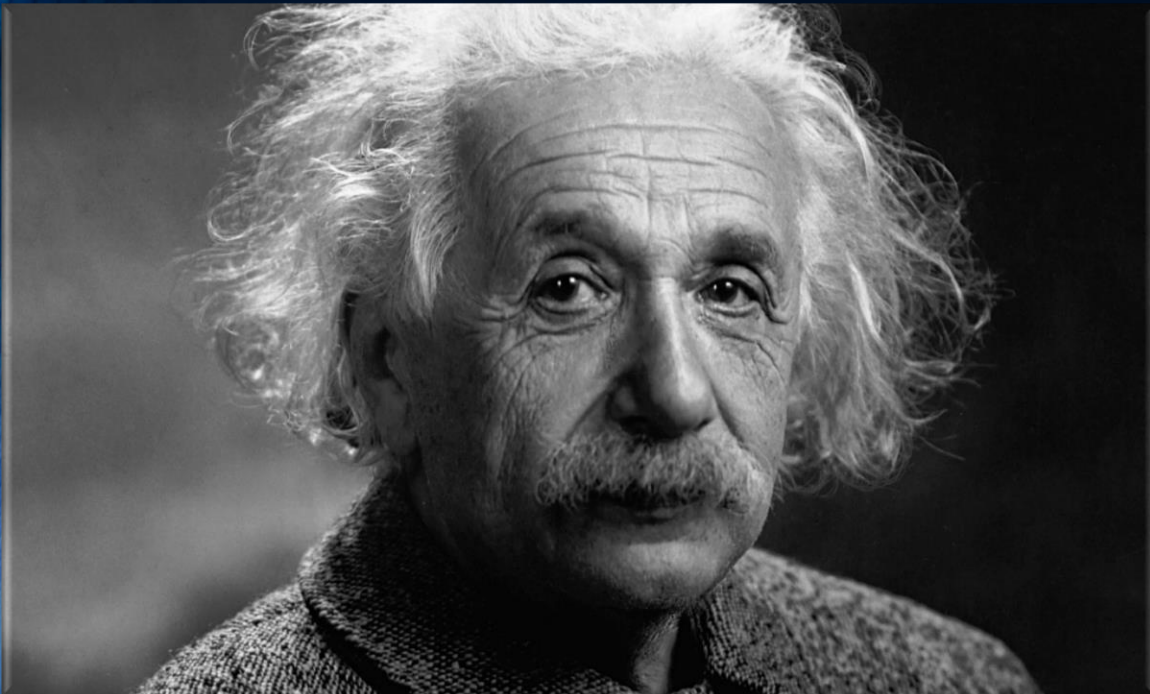
## Gekrümmte Raumzeit

Raumzeit mit Materie verbiegt sich

# Raumzeit-Krümmung ist Gravitation?

Betrachten wir einen Objekt kleiner Masse  $m$  das um ein Objekt großer Masse  $M$  kreist (z.B. Erde um die Sonne)

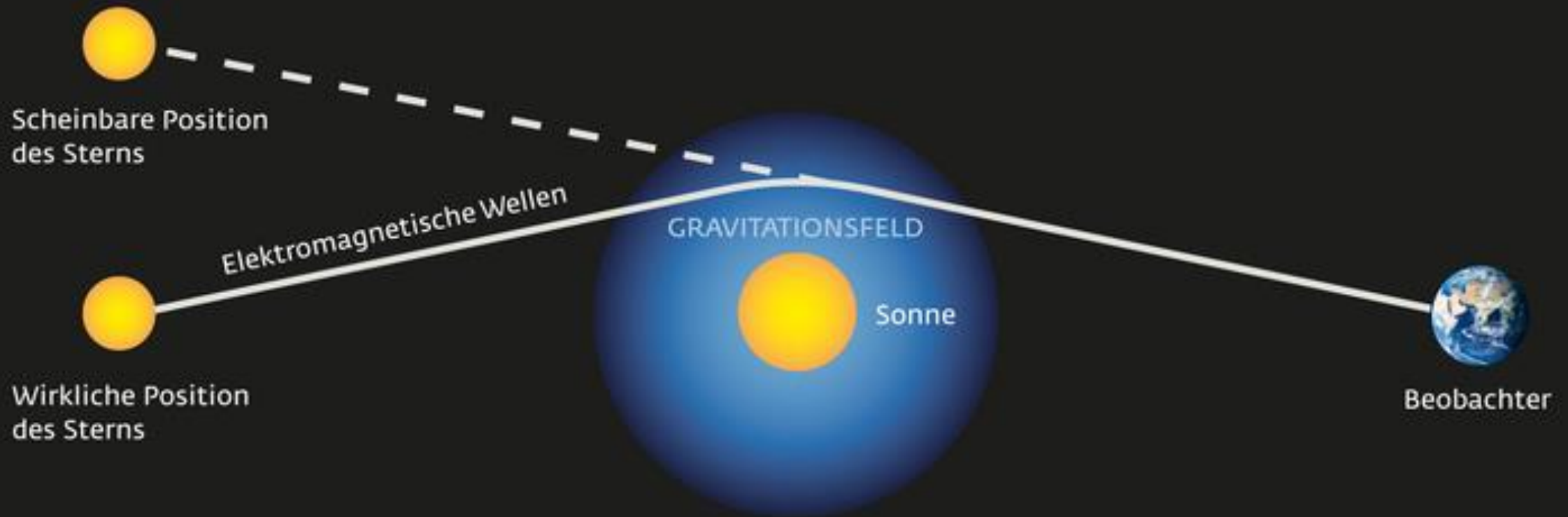
Einstein: Die Krümmung der Raumzeit, verursacht durch die große Masse, bestimmt die Umlaufbahn des kleinen Körpers und ist ursächlicher Grund der gravitativen Wechselwirkung



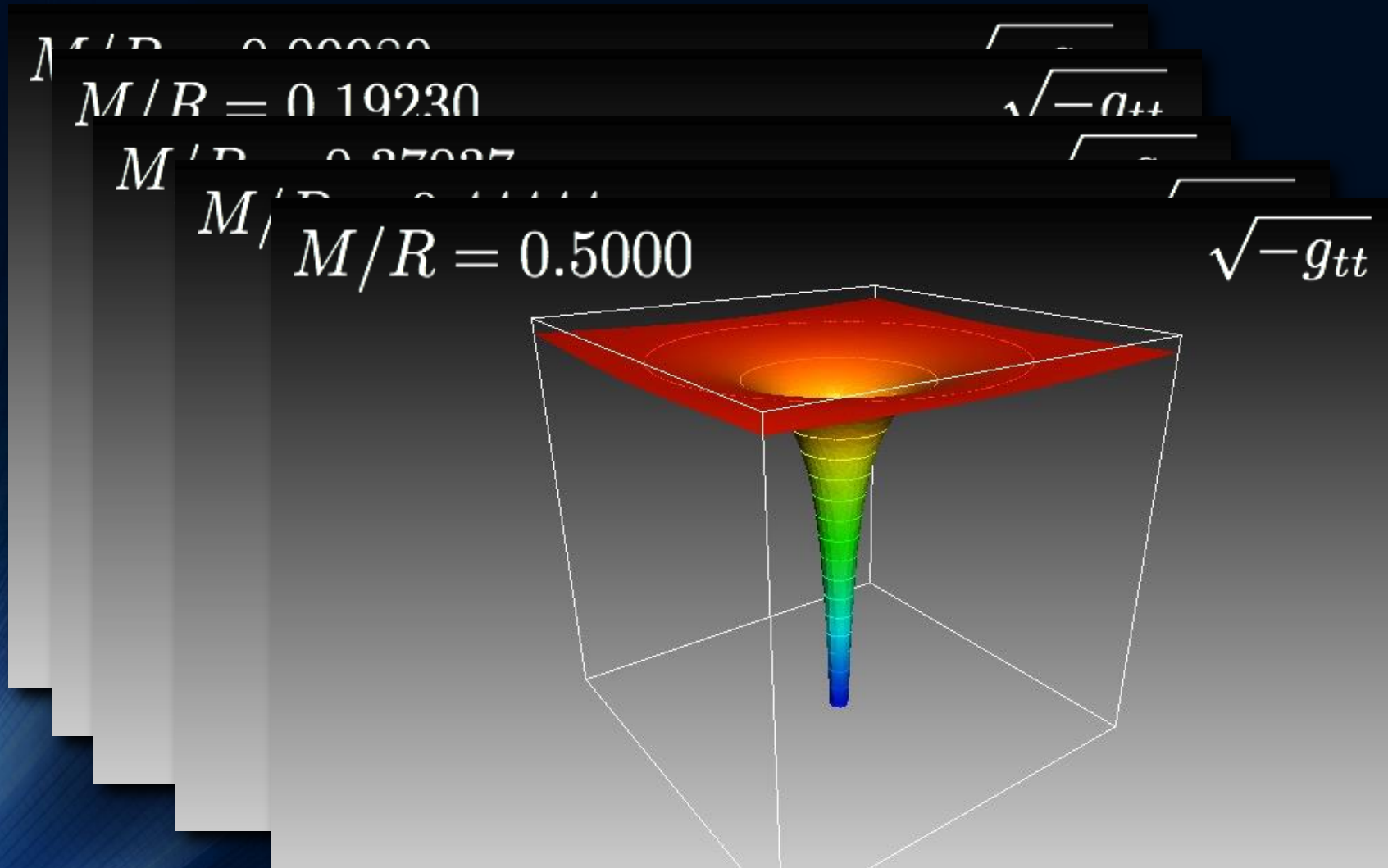


# Erste Bestätigung der ART: Sonnenfinsternis 1919

Aufgrund des extrem revolutionären Charakters der ART glaubten viele Physiker zunächst nicht an Einsteins Theorie. Das änderte sich schlagartig im Jahre 1919:



# Was sind schwarze Löcher?



Wir sind über den Grenzwert gekommen und haben ein schwarzes Loch erzeugt!

Grenzwert der Krümmung: Stabile Objekte (Neutronensterne) sind nicht mehr möglich



# Die Schwarzschild Lösung

1915 Einsteins Gravitation:  
Krümmung der „Raumzeit“

1916 Karl Schwarzschild:

... geboren 1873 in Frankfurt nahe dem Haus der Rothschild's. Erste Lösung der ART – drei Monate nach Einsteins Artikel! Aussenraummetrik eines nichtrotierenden schwarzen Loches.

Schwarzschild stirbt einen Monat später an einer Infektion die er sich an der russischen Front einfing...



# Herleitung der Schwarzschild Metrik

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} e^{\nu(r,t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{\lambda(r,t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$ds^2 = c^2 e^{\nu(r,t)} dt^2 - e^{\lambda(r,t)} dr^2 - r^2 (\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2) \quad (2.27)$$

Die Masse eines kugelsymmetrischen schwarzen Loches befindet sich (wie wir im folgenden sehen werden) konzentriert im Ursprung, so dass der gesamte Raum (ohne den Punkt  $r = 0$ ) leer ist. Der Energieimpulstensor verschwindet demnach im Außenraum, so dass sich die Einsteingleichung (Gl. 2.23) wie folgt

$$\begin{aligned} R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} &= 8\pi\kappa T^{\mu\nu} = 0 \\ \Rightarrow R^{\mu\nu} &= 0 \end{aligned}$$

Setzt man diesen sphärisch symmetrischen Ansatz der Metrik in die Einsteingleichung ein, so erkennt man, dass die Lösung zeitunabhängig sein muss (Birkhoff-Theorem).

Diese Lösung wird als Schwarzschild-Metrik bezeichnet und sie hängt nur von einem Parameter, der Masse des schwarzen Loches, ab



# Herleitung der Schwarzschild Metrik

wird als Schwarzschildradius bezeichnet

$$R_S = \frac{2G M}{c^2} . \quad (2.36)$$

Die Schwarzschildmetrik und das zugehörige Weglängenelement nimmt nun die folgende Form an

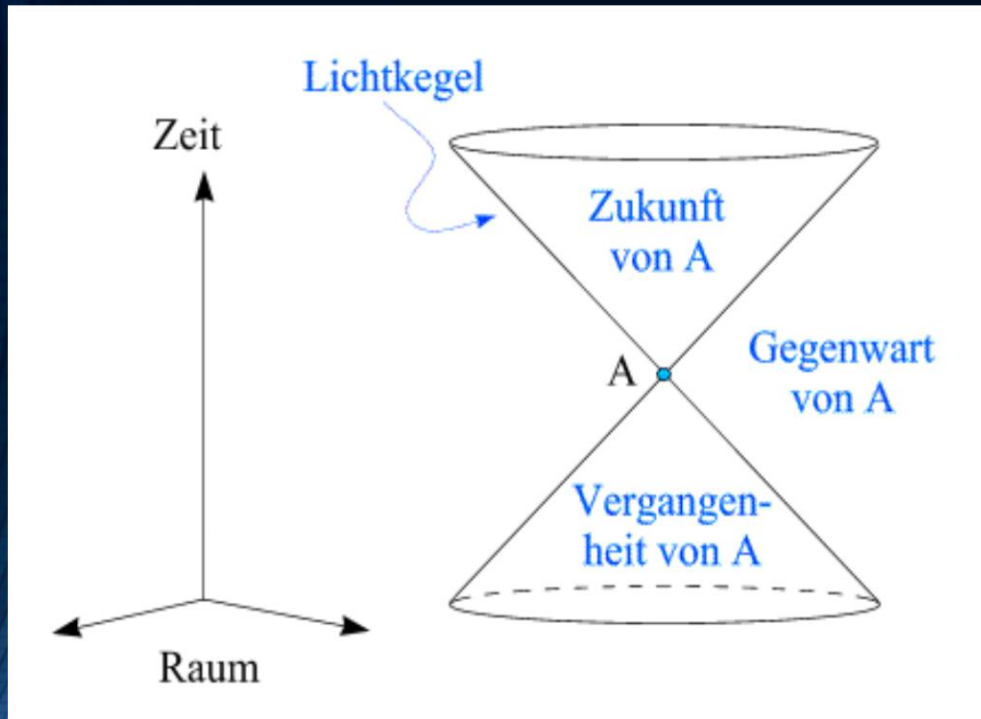
$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2) .$$

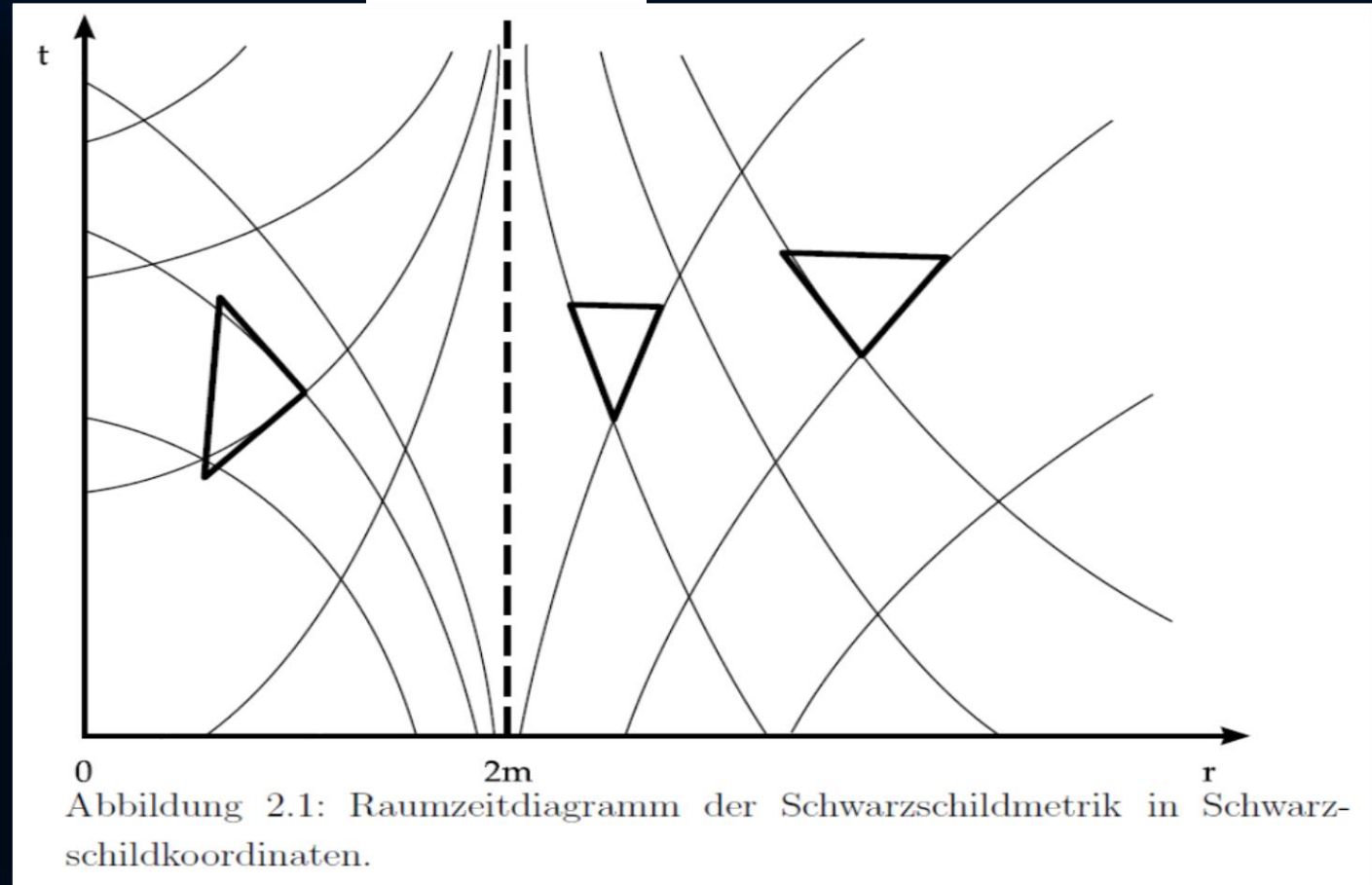
# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise ruhender Beobachter im Unendlichen

Ereignis-  
horizont



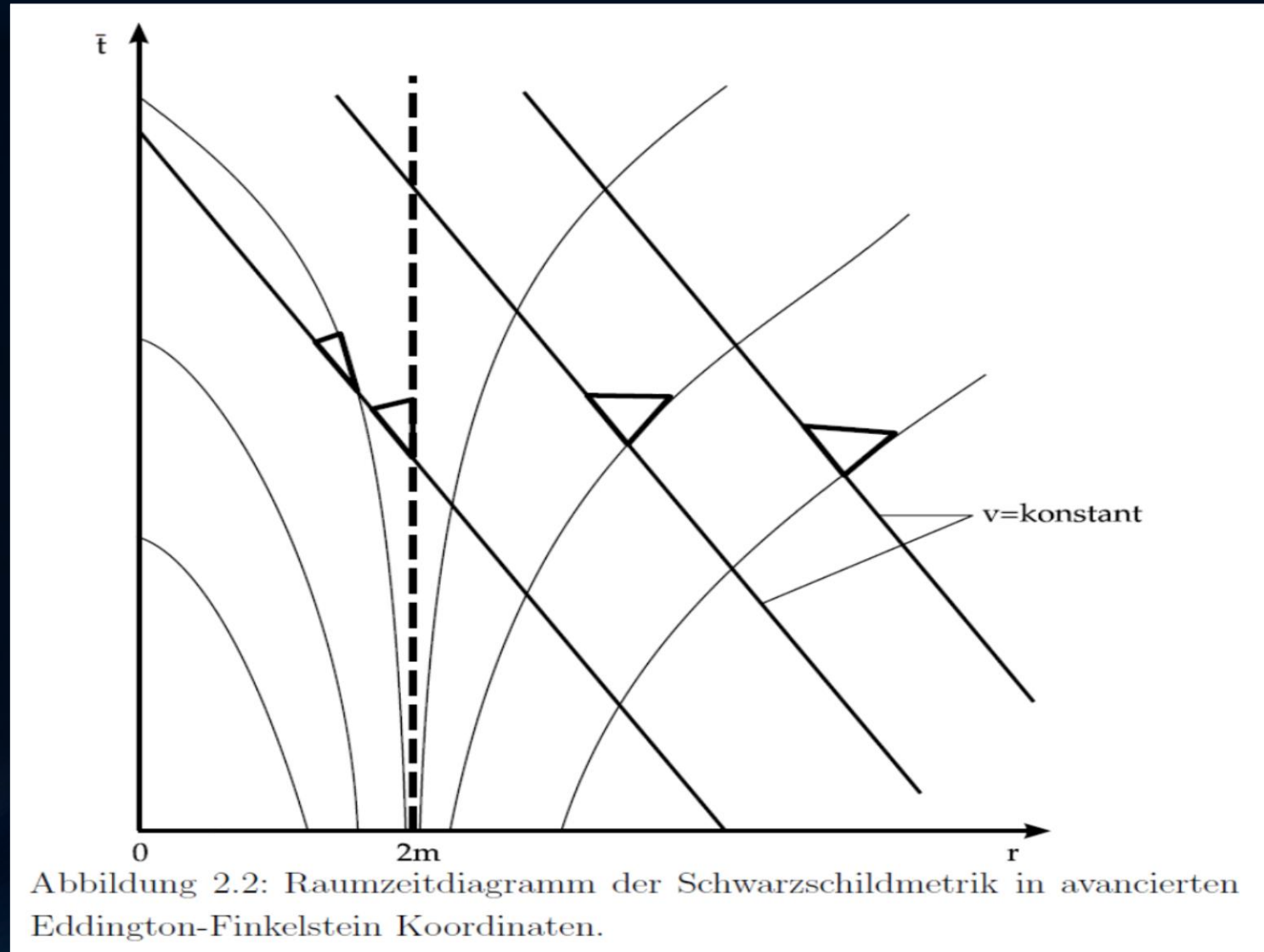
Raumzeit-Struktur  
im flachen Raum



Raumzeit-Struktur um ein schwarzes Loch

# Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise eines in das schwarze Loch fallenden Beobachters

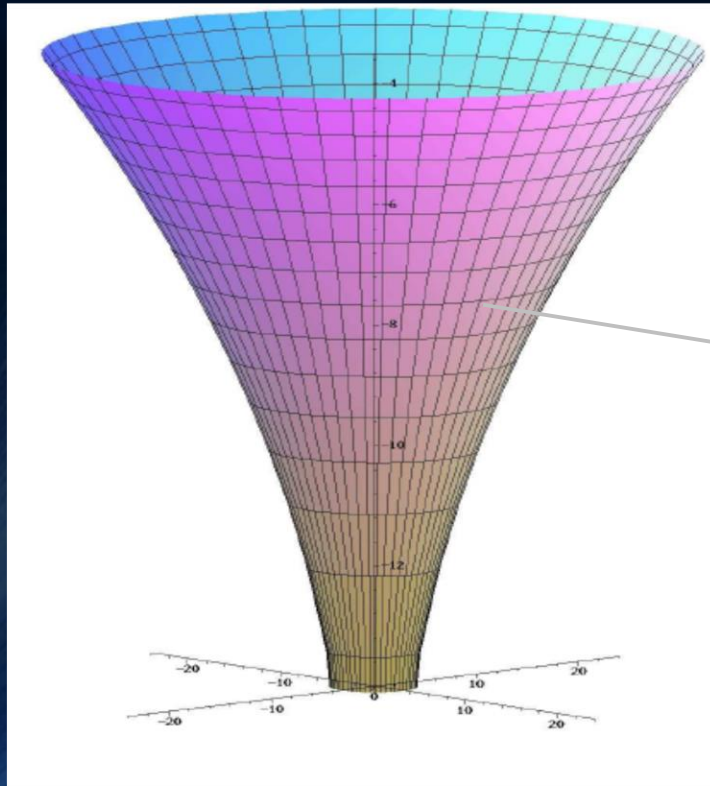




# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)

## Der Raumzeit-Trichter im Reichstagsgebäude





# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Ereignis-  
horizont

Ereignishorizont

Echte Singularität



# Das Bildnis des schwarzen Loches

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Der Aufzug im Reichstagsgebäude befindet sich ca. bei  $3/2 * R_s$



# Black holes and the German Reichstag

One day a couple of years ago I was attending a meeting of the German Astronomical Society in Berlin, when I was gripped with an almost irrepressible sense of inner unrest. There was no other option – I simply had to leave the lecture halls of the Technical University and enjoy the gorgeous day outside. Before I left, however, I carefully taped my poster to the wall between the entrances to the men's and women's toilets, which seemed the perfect spot for it. Every congress delegate would now be forced – subliminally at least – to notice my creation.

After leaving the university buildings, I first soaked up the summer sunshine in the zoological gardens before heading towards the Reichstag – the home of the German parliament. As I did so, my thoughts wandered off in a different direction. What a waste of time, it occurred to me, all those boring lectures are. What physics desperately needs, I reasoned, is a new and exciting way of presenting the subject.

Unfortunately, modern physics is impossible to comprehend using intuition alone. How can bizarre concepts such as the curvature of space-time or the event horizon of a black hole be understood? What possible imagery could help non-scientists to grasp the significance and vital importance of some of the major insights of theoretical physics? Finding a simple way of conveying those ideas seemed an impossible task.



The funnel looks exactly like the diagrams used to illustrate the curvature of a black hole

Along the barrier are displayed various photographs of decisive events in German history that are designed to remind visitors of their responsibilities to the future. They are a warning against forgetfulness and against the repression of the Nazi era.

Suddenly I saw the significance of the information frozen on the pictures. Just as the politicians sit in the inner area of the black hole from which no useful information ever escapes, so the pictures represent external



# Was sind schwarze Löcher?

... und wie können wir sie wahrnehmen?



INSPIRAL

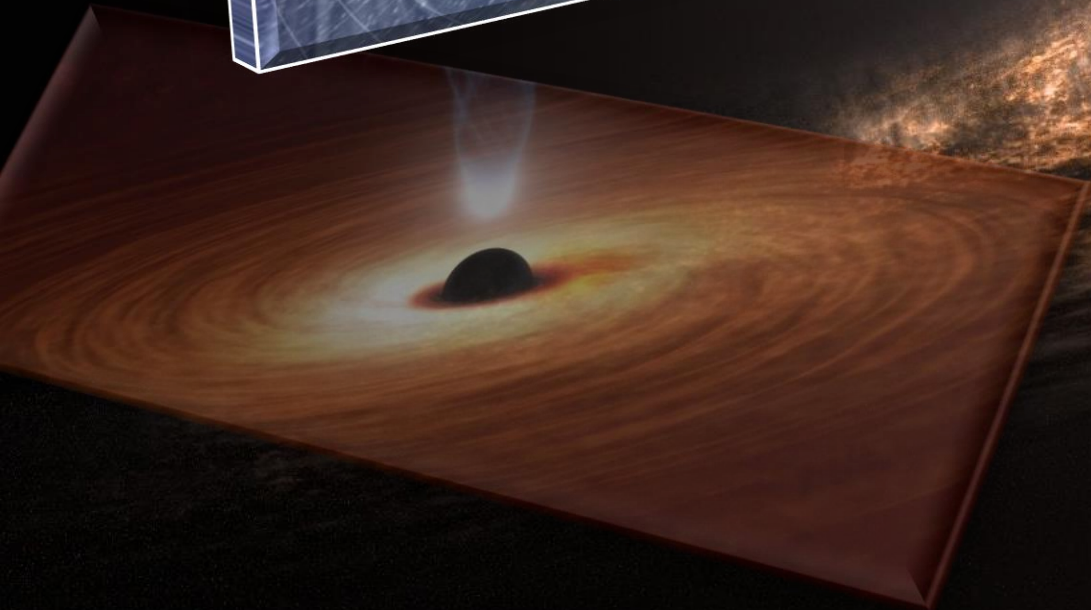
MERGER

RINGDOWN

HANFORD, WASHINGTON  
LIVINGSTON, LOUISIANA



Wie sieht ein schwarzes Loch aus?





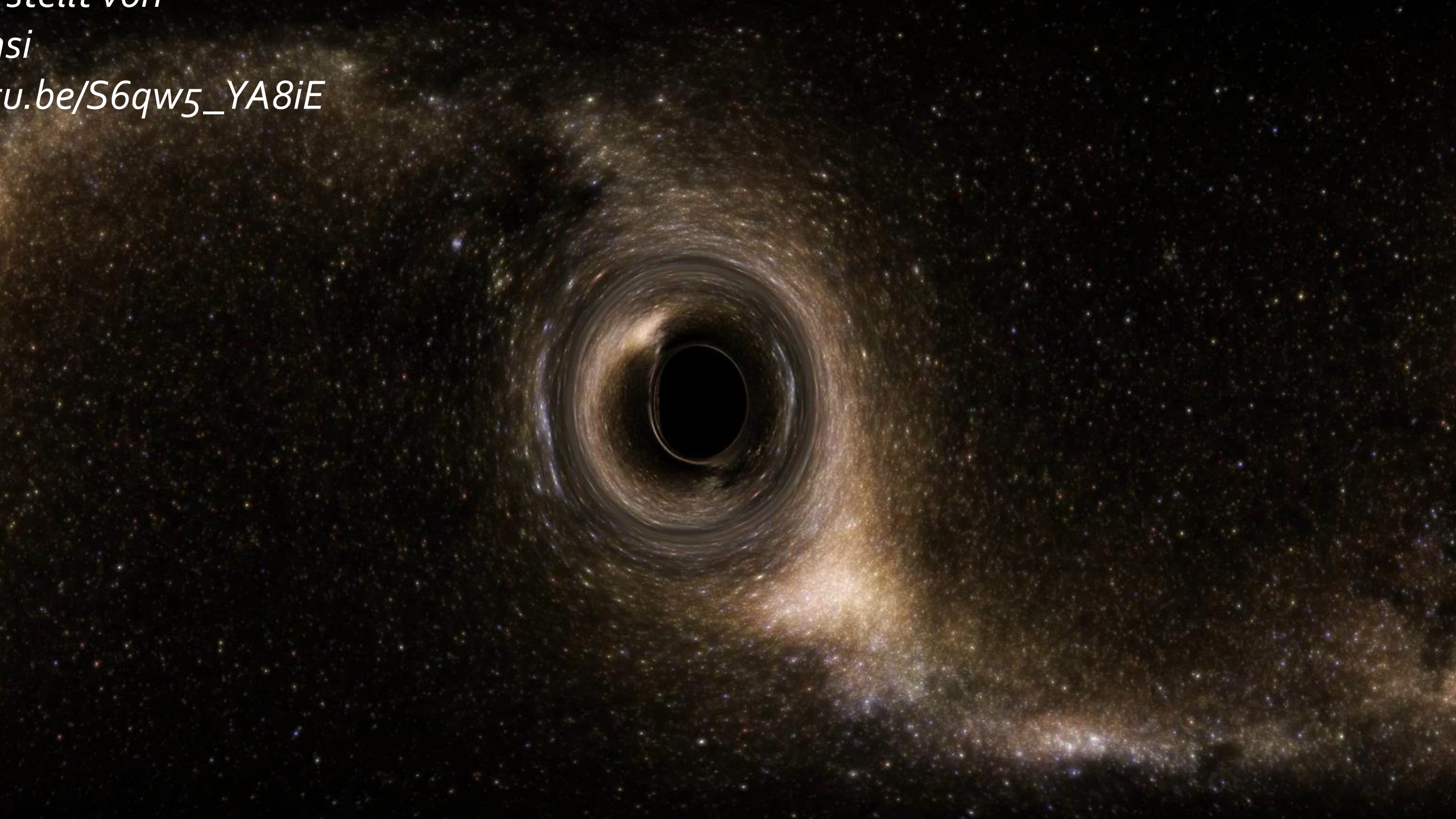
Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?





stellt von

si  
u.be/S6qw5\_YA8iE





# Für das Foto eines Schwarzen Lochs: Ein Teleskop so groß wie die Erde

Bonn. Die Theorie ist 100 Jahre alt, der Begriff genau 50: Schwarze Löcher. Gesehen hat sie noch keiner. Nun sollen Fotos gemacht werden. Vor allem vom Schwarzen Loch im Zentrum unserer Milchstraße, genannt Sagittarius A\*, und einigen Artgenossen in fernerer Galaxien. Federführend mit dabei ist das Bonner Max-Planck-Institut für Radioastronomie (MPIfR). In diesen Stunden beginnen die Beobachtungen.

## Event Horizon Telescope



1 von 13

Das internationale ALMA-Teleskop (oben) steht in 5000 Meter Höhe in den chilenischen Anden. Es besteht aus 66 „Schüsseln“ zwischen 7 und 12 Metern Durchmesser. Sie empfangen Wellen im Millimeter- und Submillimeterbereich.

**Schmahl**  
Gartengeräte \* Werkzeuge  
www.schmahl-koblenz.de

  
Katholisches Klinikum  
Koblenz - Montabaur

### Ihre Fragen, Hinweise oder Kritik



Onliner vom Dienst:  
Marcus Schwarze  
Anzeigen:  
0261/98362003  
Abo: 0261/9836 2000  
Red.: 0160/97829699  
Mail | Twitter | Brief

 **E-Paper**

Die Lokalausgaben  
der Rhein-Zeitung



### News aus Ihrer Region - Lokalteil wählen





# Bilder von zwei schwarzen Löchern werden erwartet

(Stand 04.2017)

|                           | M87                     | Sgr A*            |
|---------------------------|-------------------------|-------------------|
| Mass ( $M_{\text{sun}}$ ) | $3-6 \times 10^9$ (?)   | $4 \times 10^6$   |
| Distance                  | 16 Mpc                  | 8.5 kpc           |
| Luminosity                | $10^{44}$ erg/s         | $10^{36}$ erg/s   |
| Mdot ( $M_{\text{edd}}$ ) | $10^{-4}$               | $10^{-8}$         |
| BH Spin Axis              | Gal disk?               | 10-25 deg los     |
| @ the BH?                 | Maybe                   | Yes               |
| B field @ BH              | 60-130 G                | 10-100 G          |
| Scattered?                | No                      | yes               |
| Shadow Size               | 640 AU                  | 0.5 AU            |
| Shadow Angle              | 20-40 $\mu\text{as}$    | 52 $\mu\text{as}$ |
| GM/c <sup>3</sup>         | 8 hrs                   | 20 sec            |
| Jet Power                 | $10^{42}-10^{43}$ erg/s | ?                 |

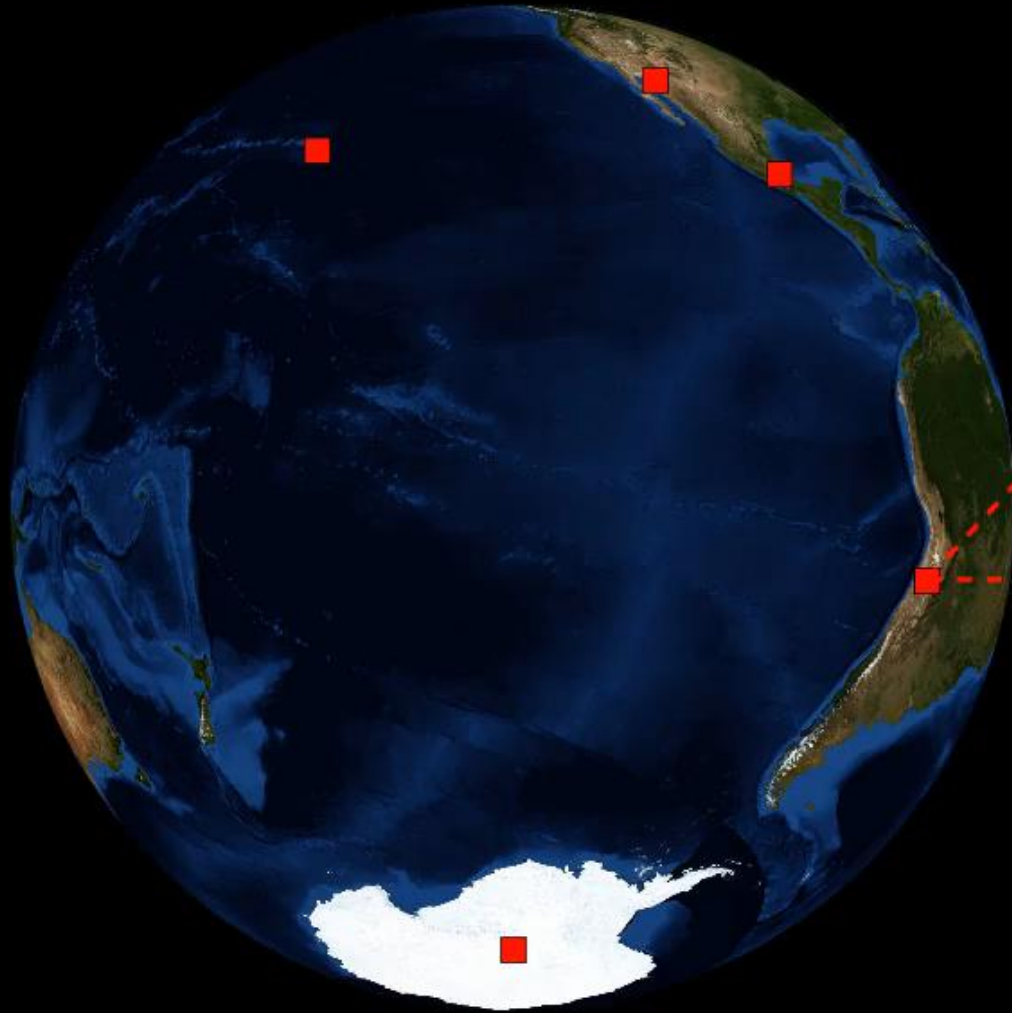
# Wie sieht das schwarze Loch im Zentrum unserer Galaxie aus?



Das EU-Projekt **BlackHoleCam**  
*L.Rezzolla, H.Falke und M.Kramer*

Black hole cam is a European funded project, which is a partner in the Event Horizon Telescope and not a separate network!

# Event Horizon Telescope



Atacama Large  
Millimeter Array (ALMA)



Coordinates:  $23^{\circ} 01' 09''\text{S}$ ,  $67^{\circ} 45' 12''\text{W}$

Diameter: 12m

Create a virtual radio telescope  
the size of the earth, using the  
shortest wavelength

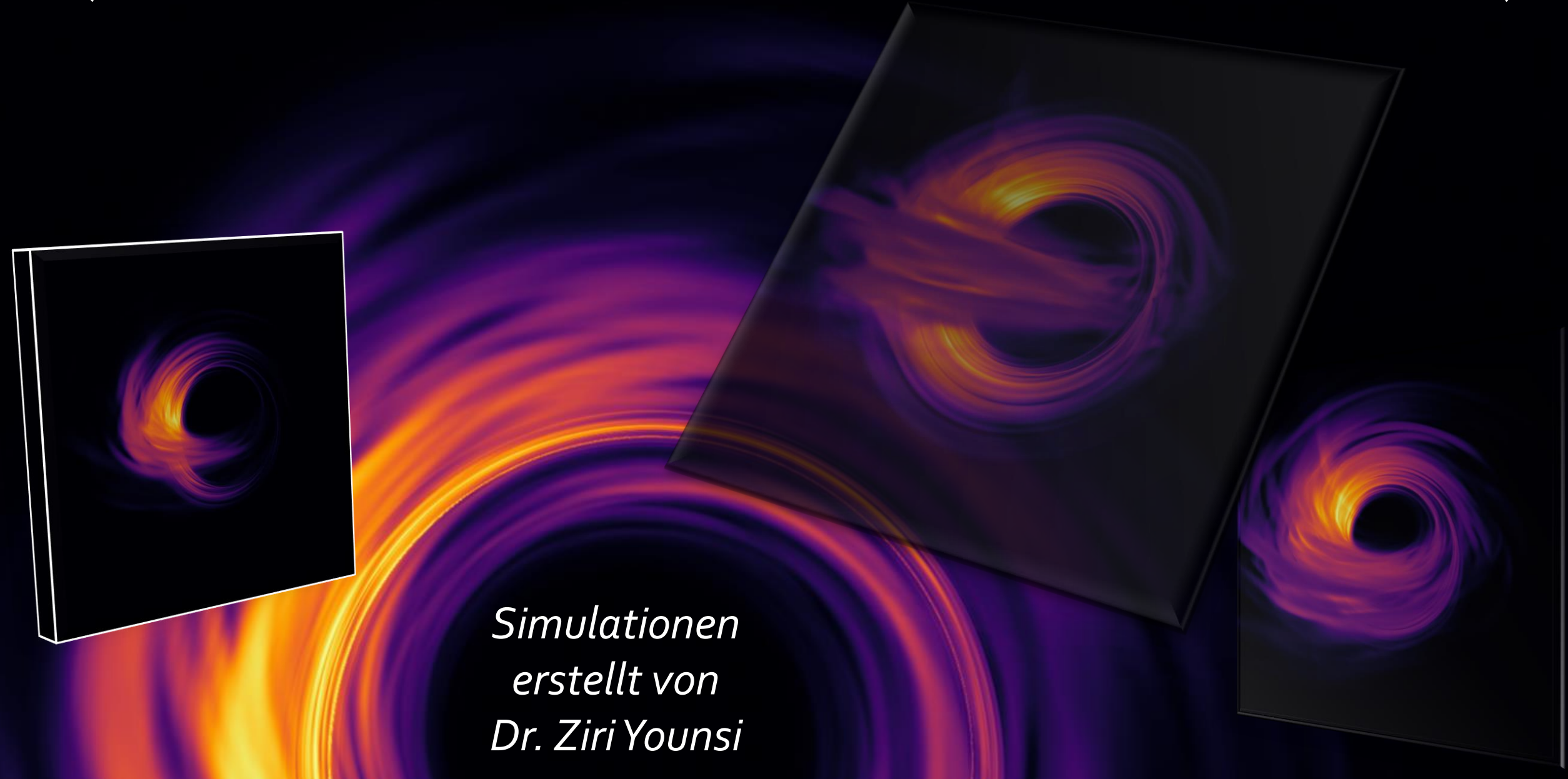
International collaboration project of Very Long Baseline Interferometry (VLBI)  
at mm (sub-mm) wavelength

*Python-Animation erstellt  
von Dr. Christian Fromm*



# Das Bildnis des schwarzen Loches

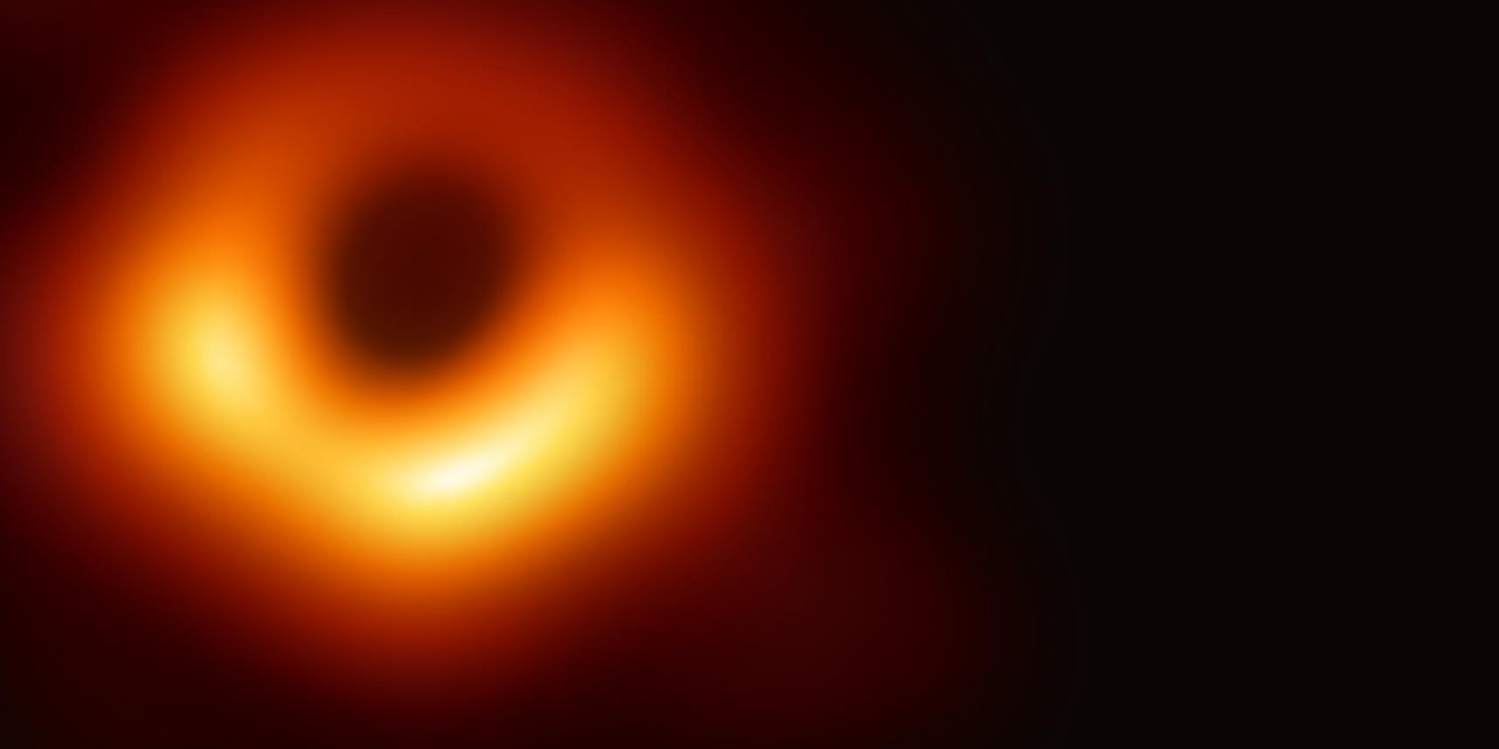
(wie wird das wirkliche Bildnis des schwarzen Loches im Zentrum der Milchstrasse aussehen?)



*Simulationen  
erstellt von  
Dr. Ziri Younsi*

# Die ersten Bilder eines Schwarzen Lochs

Ein wenig mehr als hundert Jahre nachdem Albert Einstein seine Feldgleichungen der *Allgemeine Relativitätstheorie* der Öffentlichkeit präsentierte, und er damit die Grundlage für Gravitationswellen und schwarzer Löcher formulierte, ist seit einigen Wochen ein Meilenstein in der Geschichte der Astronomie in aller Munde (erstes Bild eines schwarzen Lochs, siehe rechte Abbildung).

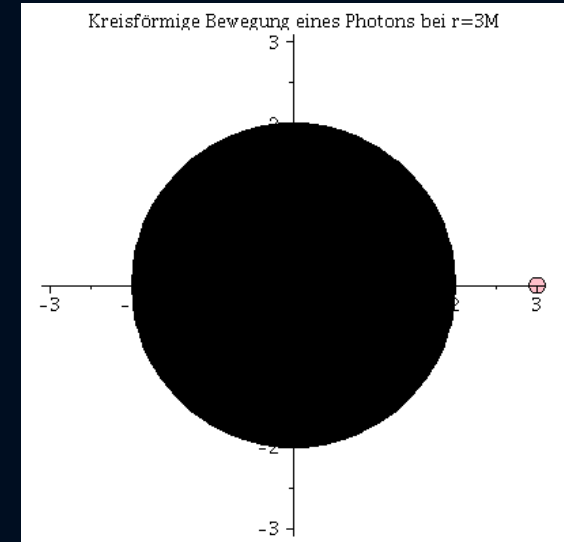
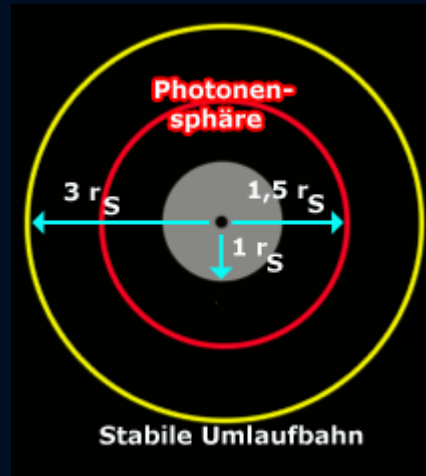
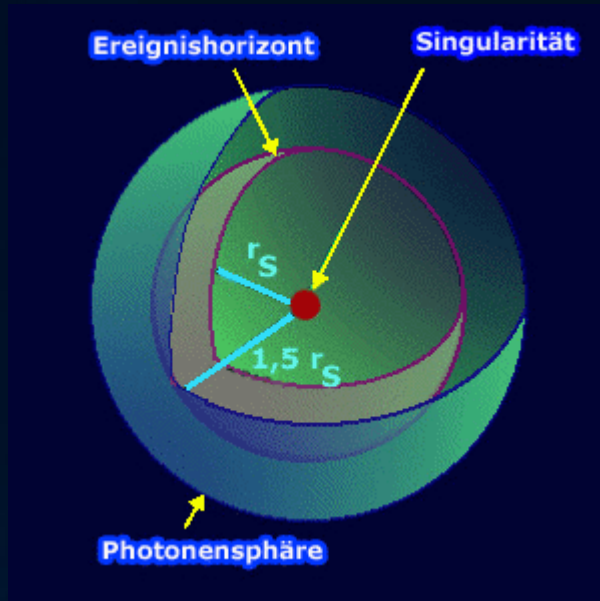


YouTube Video: [https://www.youtube.com/watch?v=Zh5p9Sro\\_VU&list=PLn5gYfEKlag8nps1GKLqUW35AOgQY7aM2](https://www.youtube.com/watch?v=Zh5p9Sro_VU&list=PLn5gYfEKlag8nps1GKLqUW35AOgQY7aM2)

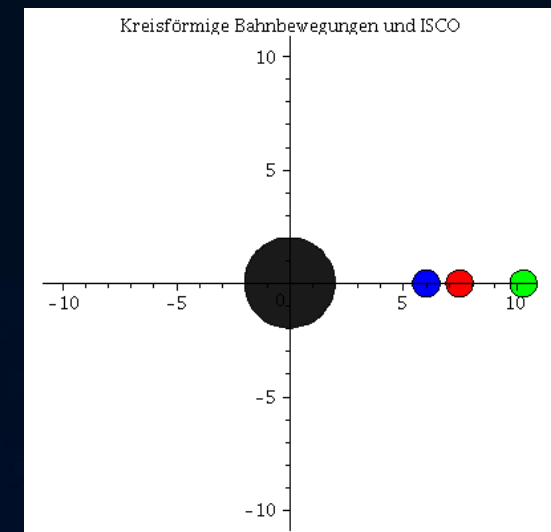
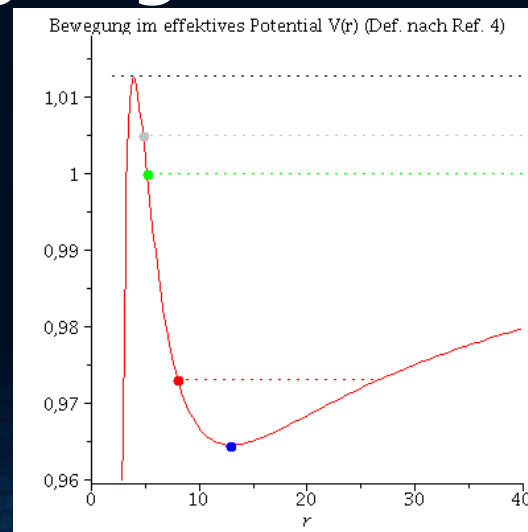
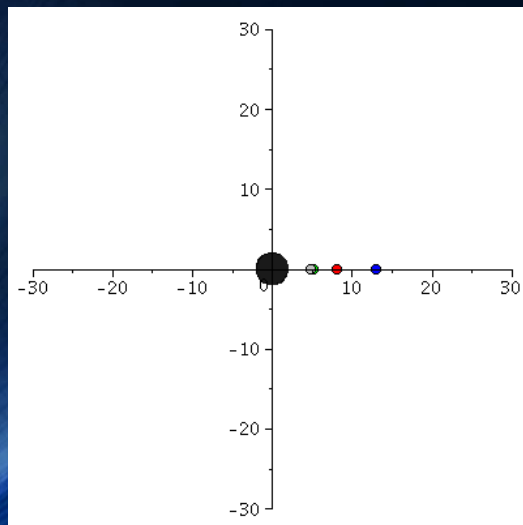
Anlässlich der bahnbrechenden Aufnahme des ersten Bildes eines schwarzen Lochs im Zentrum unserer Nachbargalaxie M87, wurde am 17. April 2019 um 20 Uhr ein öffentlicher, populärwissenschaftlicher Abendvortrag im Otto Stern Zentrum (OSZ H1) am Campus Riedberg der Goethe Universität gehalten. Es sprachen die drei Principal Investigators des europäischen Black Hole Cam-Projekts (L.Rezzolla, M.Kramer und H.Falke).



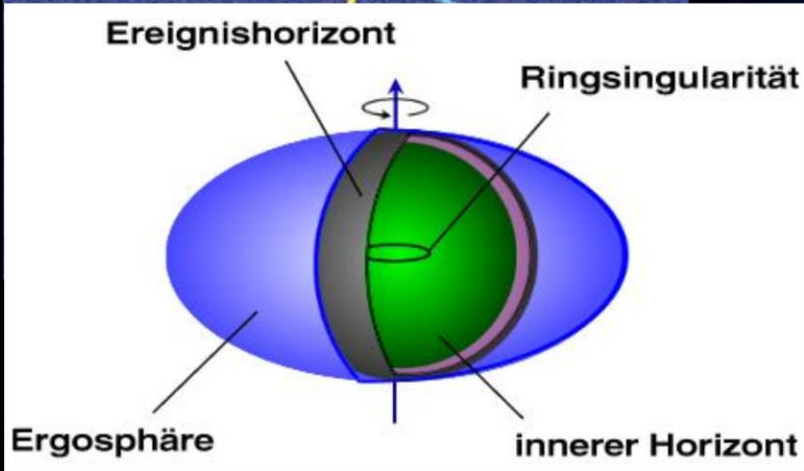
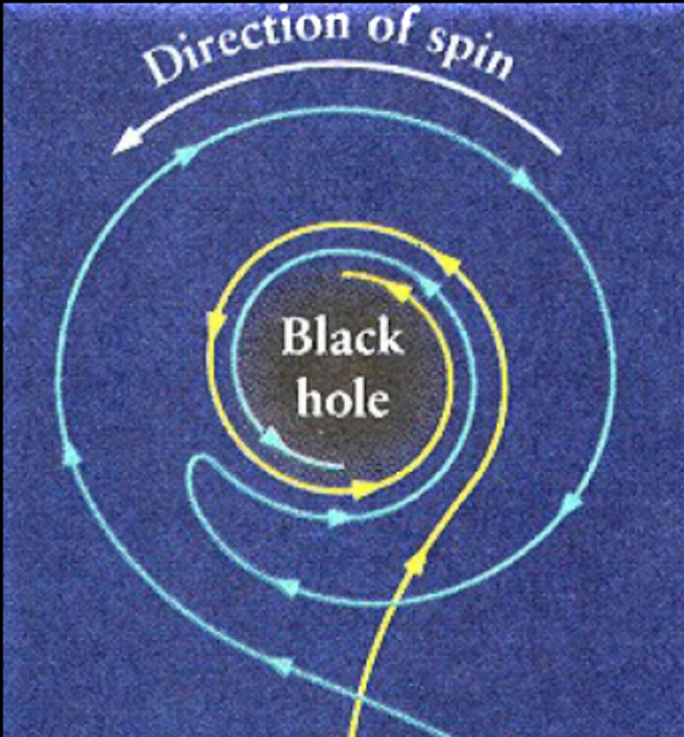
# Die Photonen-Sphäre eines schwarzen Loches



# Geodätische Bewegungen um ein schwarzen Loch

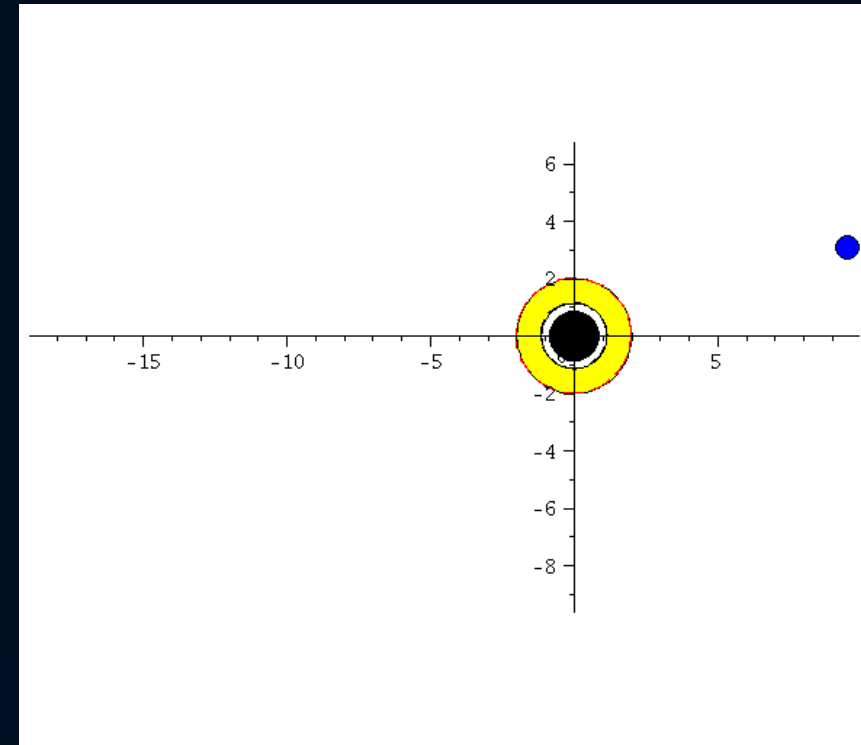
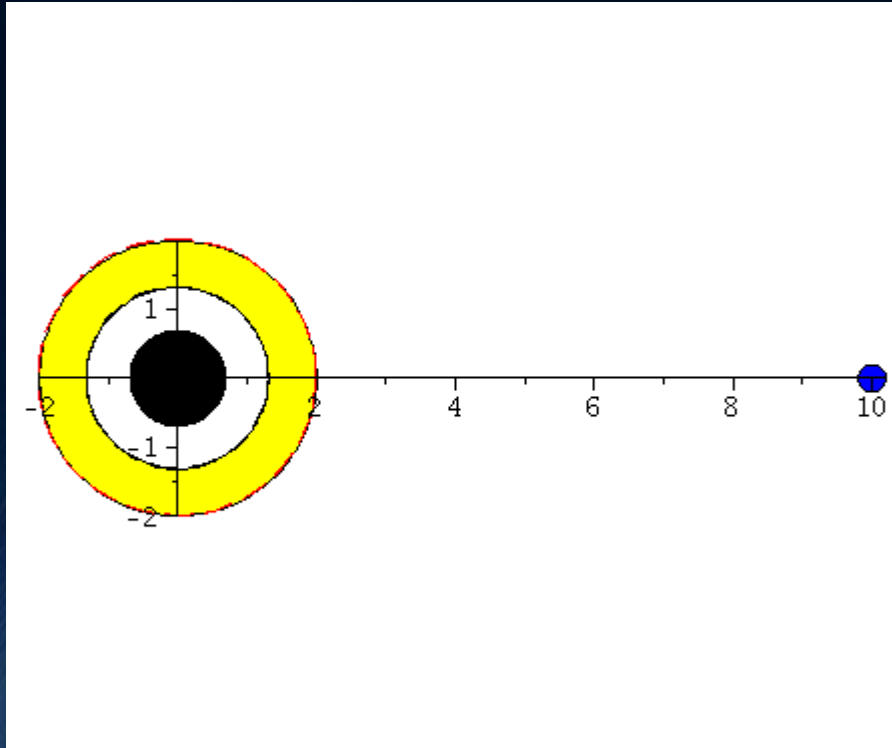


# Rotierende schwarze Löcher





# Rotierende schwarze Löcher



# Teil I

## Analytische Berechnungen und numerische Simulationen in Maple

Basierend auf der Einstein- und Geodätengleichung, werden im ersten Teil der Vorlesung unterschiedliche Probleme der allgemeinen Relativitätstheorie analysiert.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R = -8\pi T_{\mu\nu}$$

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma_{\nu\rho}^\mu \frac{dx^\nu}{d\tau} \frac{dx^\rho}{d\tau} = 0$$

### Nichtrotierende schwarze Löcher

Ereignishorizonte, was geschieht wenn ein Teilchen in ein schwarzes Loch fällt, Bewegung von Probekörpern und Lichtteilchen um ein schwarzes Loch,..

### Eigenschaften von Neutronensternen

Verlauf der Dichte innerhalb eines NS, Masse-Radius Beziehung, Raumzeitkrümmung innerhalb und ausserhalb eines NS,..

### Rotierende schwarzen Löchern

Mitführungseffekt der Raumzeit (frame-dragging),...

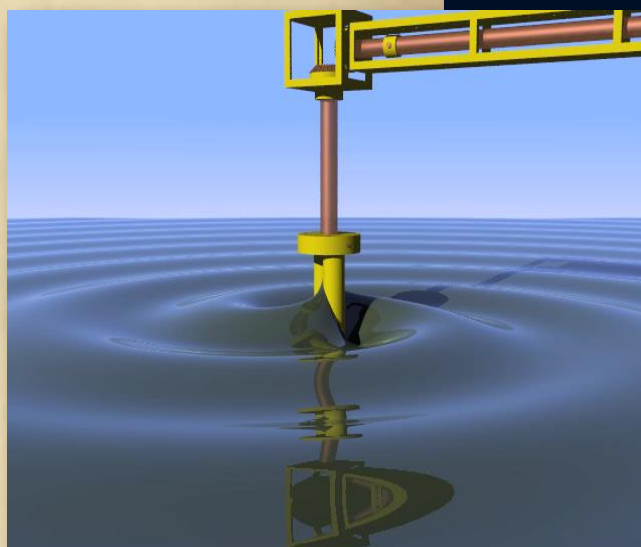
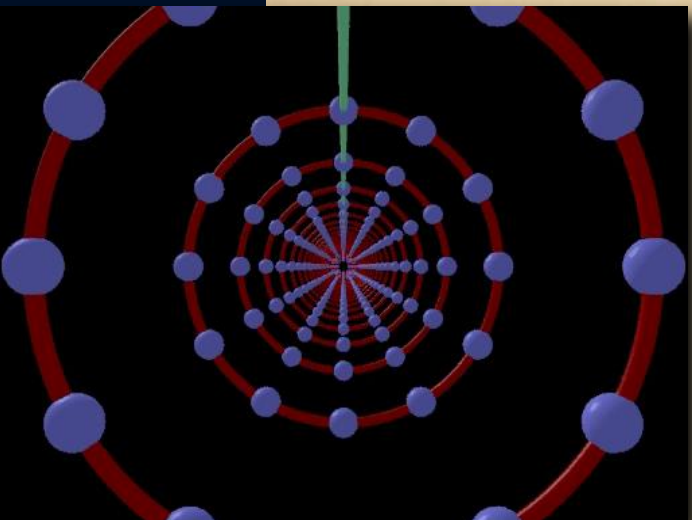
Vielleicht: Zeitliche Entwicklung des Universums  
(Robertson-Walker-Metrik, Friedmann-Gleichung)



# Über Gravitationswellen.

Von A. EINSTEIN.

(Vorgelegt am 31. Januar 1918 [s. oben S. 79].)

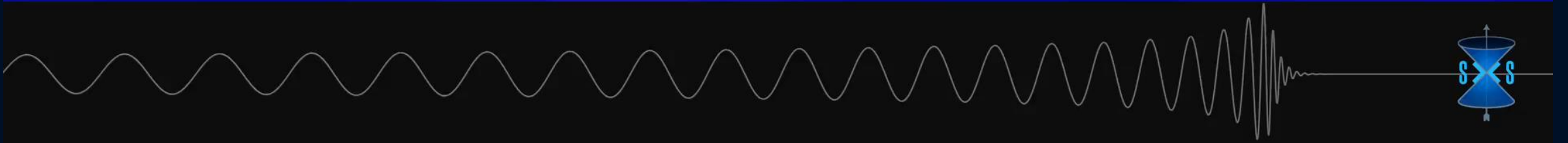
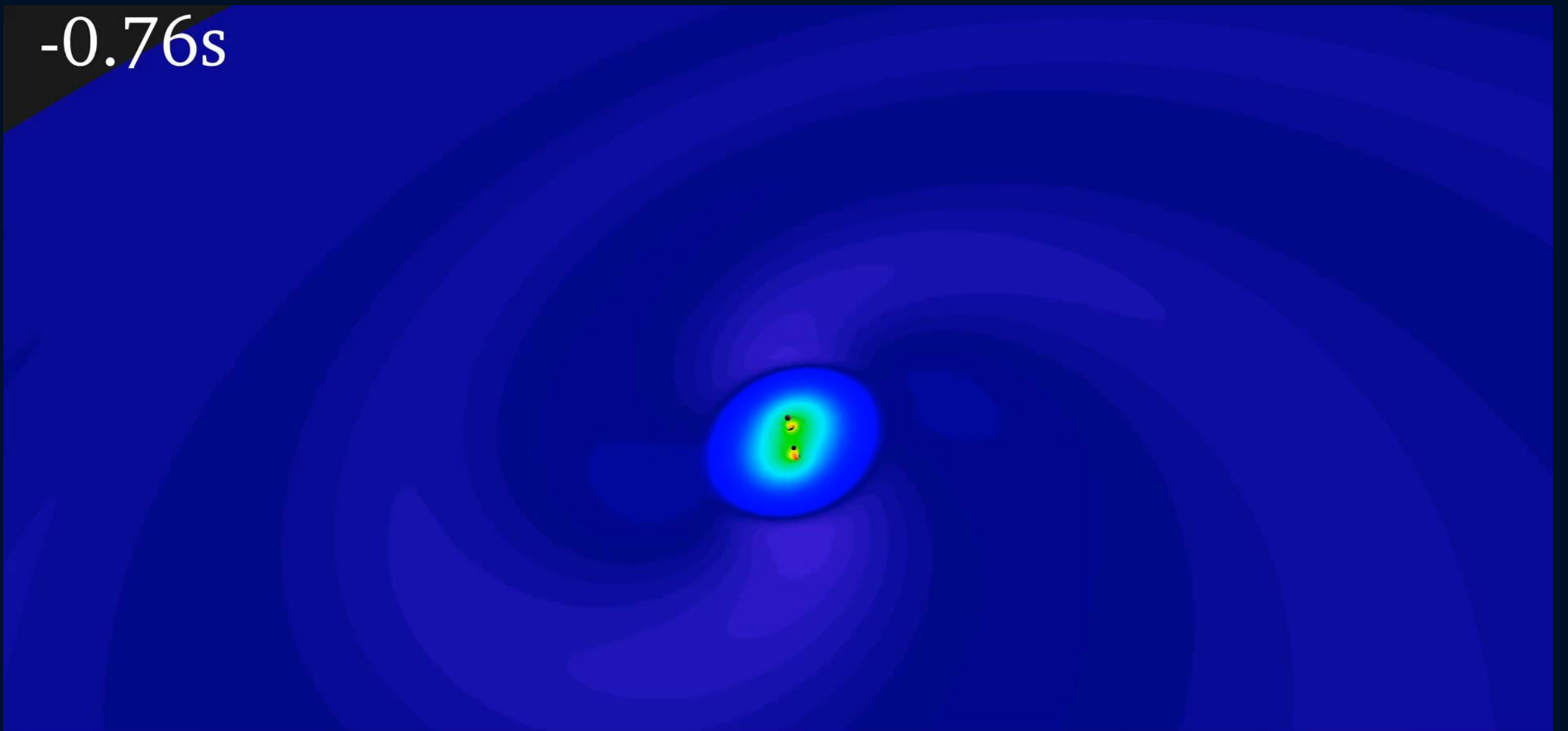


Die wichtige Frage, wie die Ausbreitung der Gravitationsfelder erfolgt, ist schon vor anderthalb Jahren in einer Akademiearbeit von mir behandelt worden<sup>1</sup>. Da aber meine damalige Darstellung des Gegenstandes nicht genügend durchsichtig und außerdem durch einen bedauerlichen Rechenfehler verunstaltet ist, muß ich hier nochmals auf die Angelegenheit zurückkommen.

Einsteins erste Arbeit über Gravitationswellen, Juni 1916, war leider falsch ...  
Sitzungsberichte der Königlich-Preußischen Akademie der Wissenschaften

# Kollidierende Schwarze Löcher

-0.76s





100 Jahre später LIGO:

# LIGO: Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory

PRL **116**, 061102 (2016)

 Selected for a **Viewpoint** in *Physics*  
PHYSICAL REVIEW LETTERS

week ending  
12 FEBRUARY 2016



## Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger

B. P. Abbott *et al.*\*

(LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration)

(Received 21 January 2016; published 11 February 2016)

On September 14, 2015 at 09:50:45 UTC the two detectors of the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory simultaneously observed a transient gravitational-wave signal. The signal sweeps upwards in frequency from 35 to 250 Hz with a peak gravitational-wave strain of  $1.0 \times 10^{-21}$ . It matches the waveform predicted by general relativity for the inspiral and merger of a pair of black holes and the ringdown of the resulting single black hole. The signal was observed with a matched-filter signal-to-noise ratio of 24 and a false alarm rate estimated to be less than 1 event per 203 000 years, equivalent to a significance greater than  $5.1\sigma$ . The source lies at a luminosity distance of  $410_{-180}^{+160}$  Mpc corresponding to a redshift  $z = 0.09_{-0.04}^{+0.03}$ . In the source frame, the initial black hole masses are  $36_{-4}^{+5} M_{\odot}$  and  $29_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , and the final black hole mass is  $62_{-4}^{+4} M_{\odot}$ , with  $3.0_{-0.5}^{+0.5} M_{\odot} c^2$  radiated in gravitational waves. All uncertainties define 90% credible intervals. These observations demonstrate the existence of binary stellar-mass black hole systems. This is the first direct detection of gravitational waves and the first observation of a binary black hole merger.



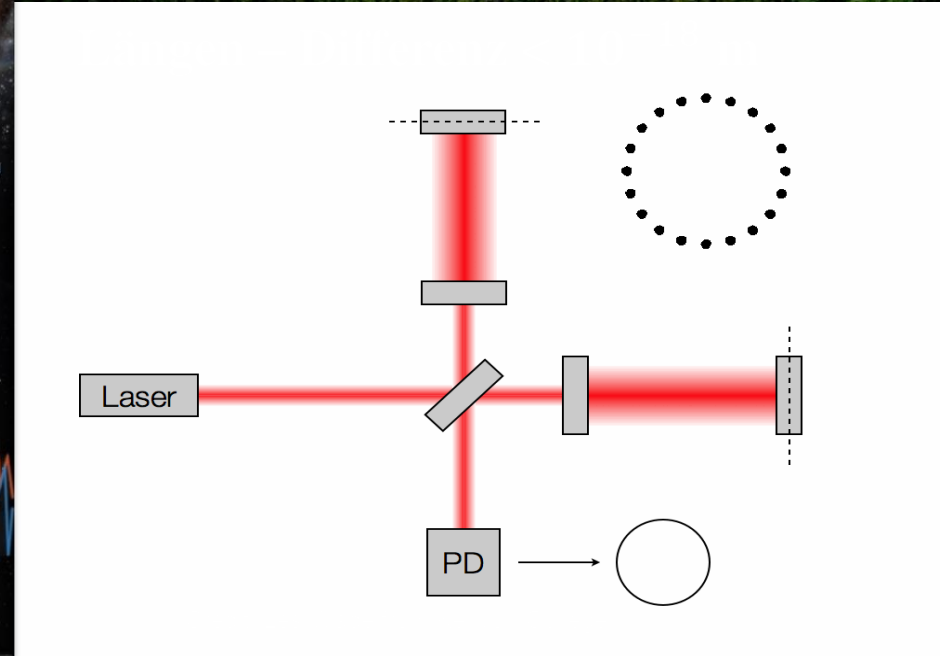
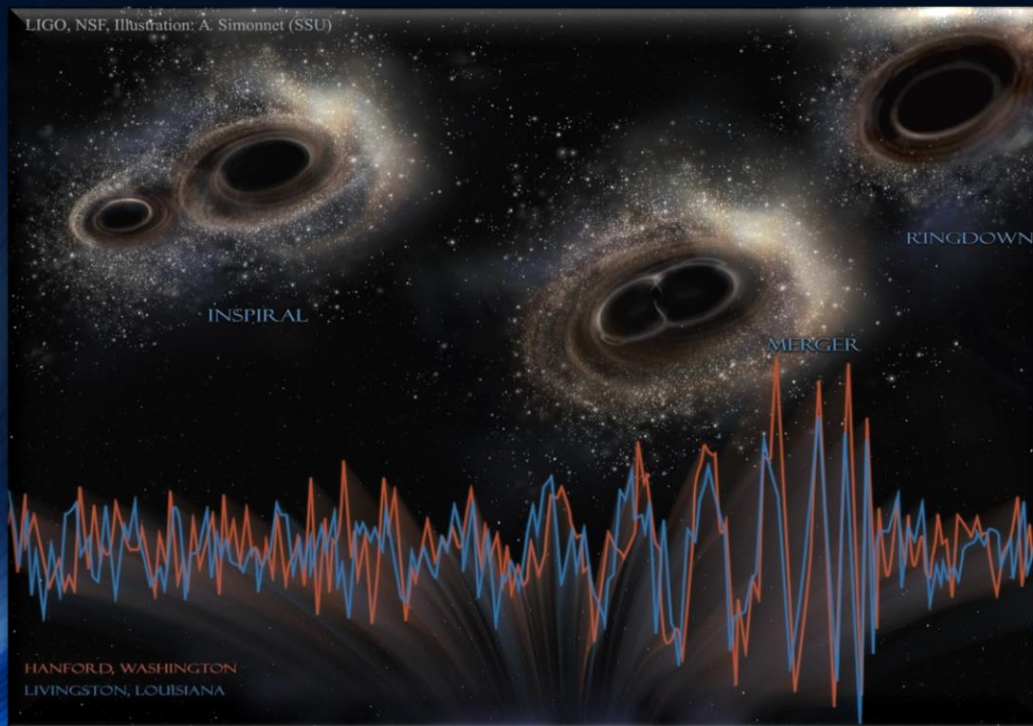
1. Direkter Nachweis von Gravitationswellen  
Signalform: Verschmelzung von zwei schwarzen Löchern

# Gravitationswellen gefunden: LIGO!!!

## Kollision zweier Schwarzer Löcher GW150914

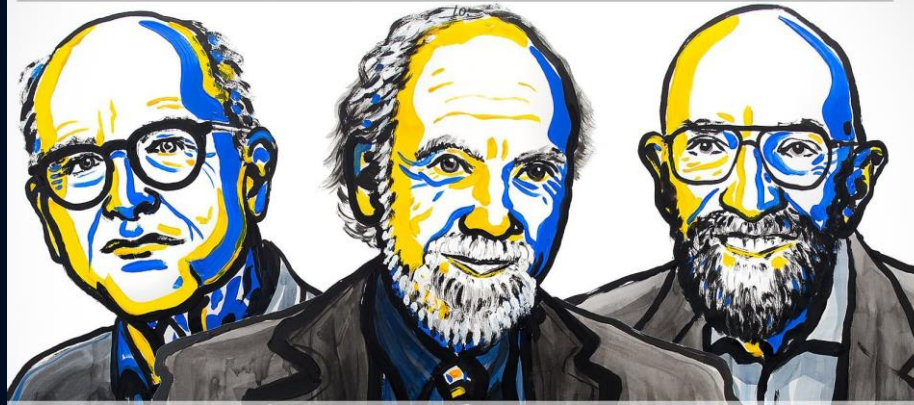
Massen: 36 & 29 Sonnenmassen

Abstand zur Erde 410 Mpc  
(1.34 Milliarden Lichtjahre)

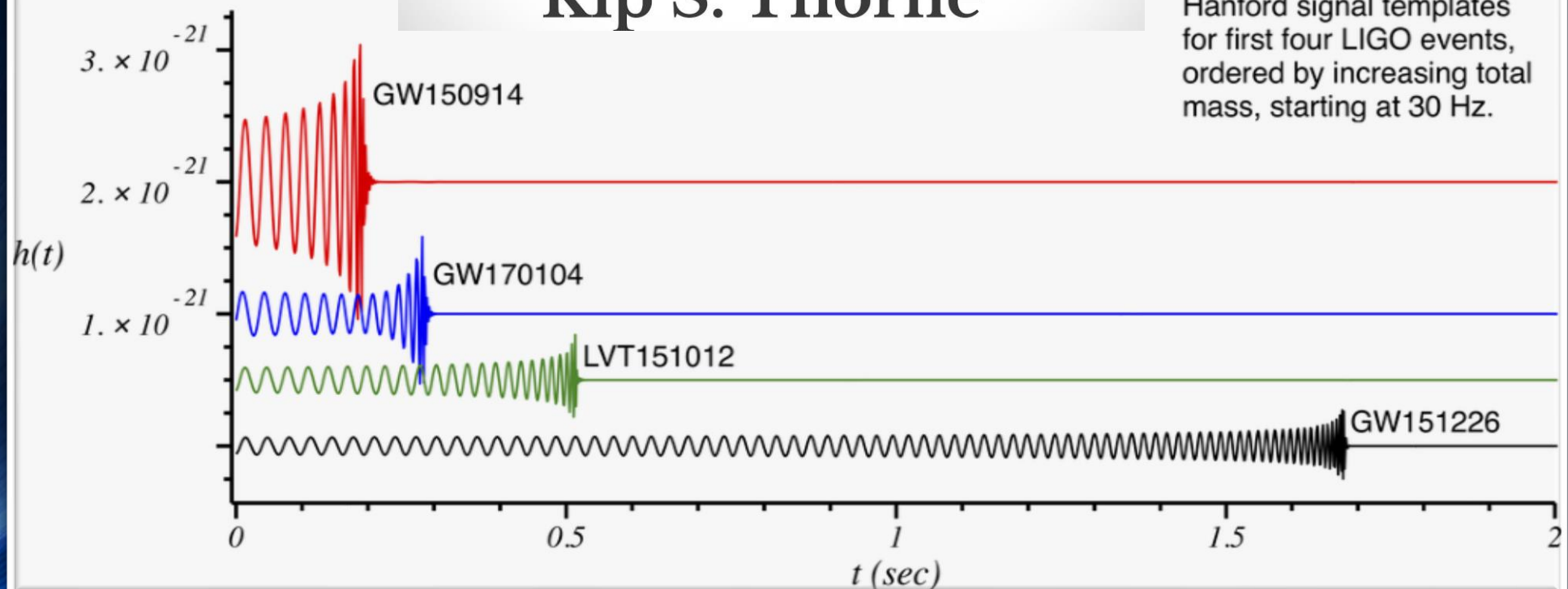




# 2017 NOBEL PRIZE IN PHYSICS

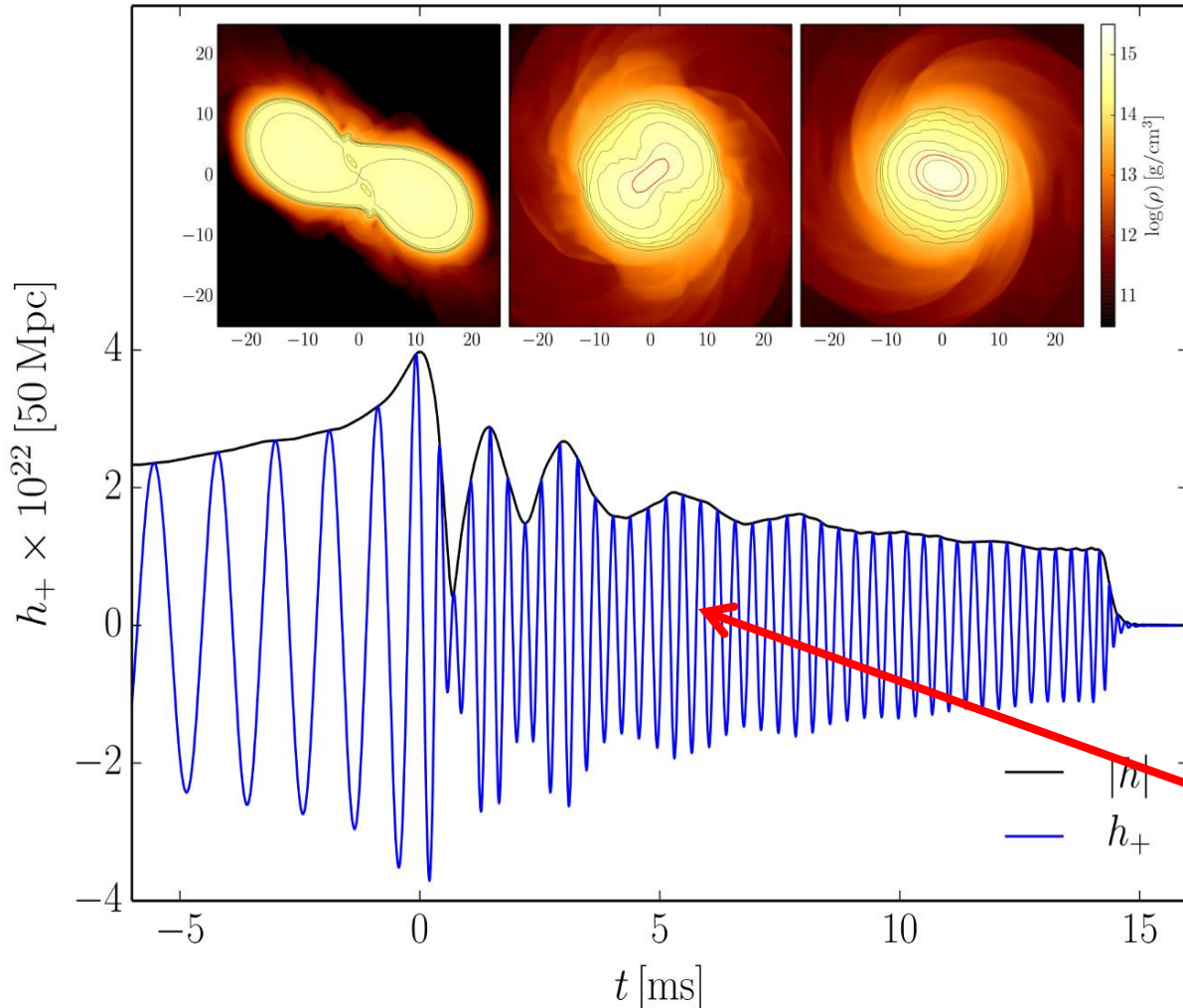


Rainer Weiss  
Barry C. Barish  
Kip S. Thorne

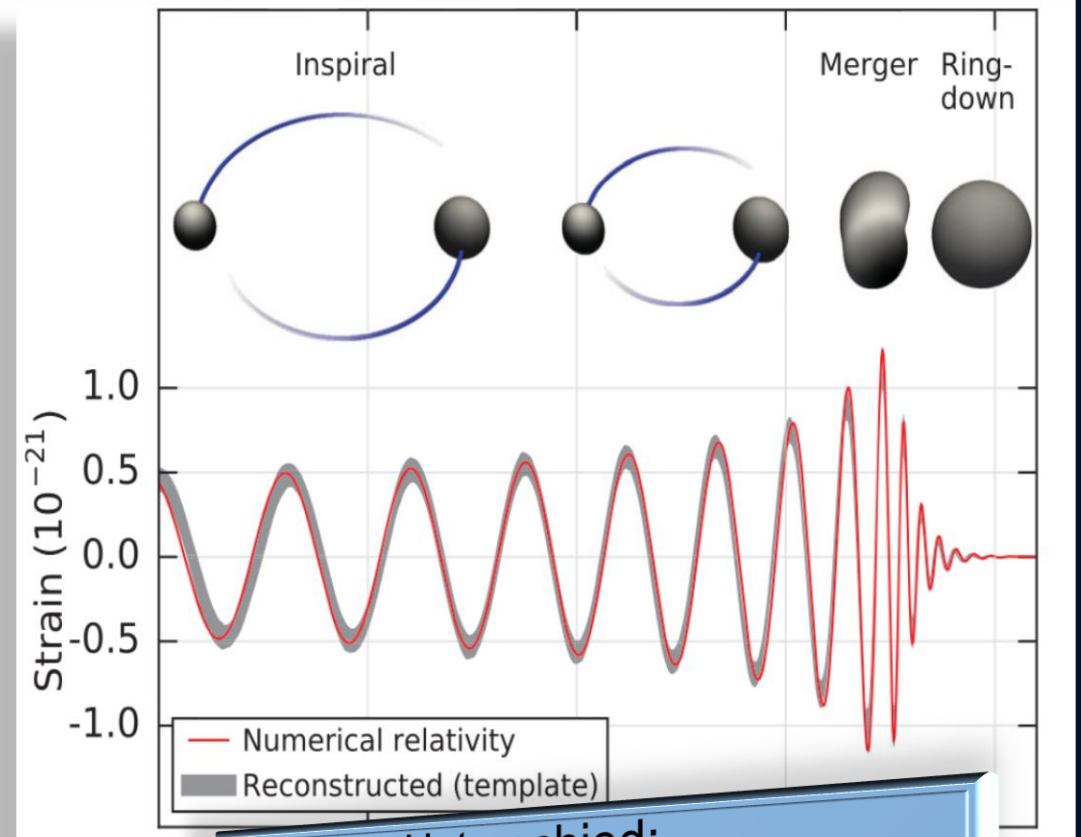


# Gravitationswellen von Neutronenstern Kollisionen

## Neutronenstern Kollision (Simulation)



## Kollision zweier schwarzer Löcher



Unterschied:

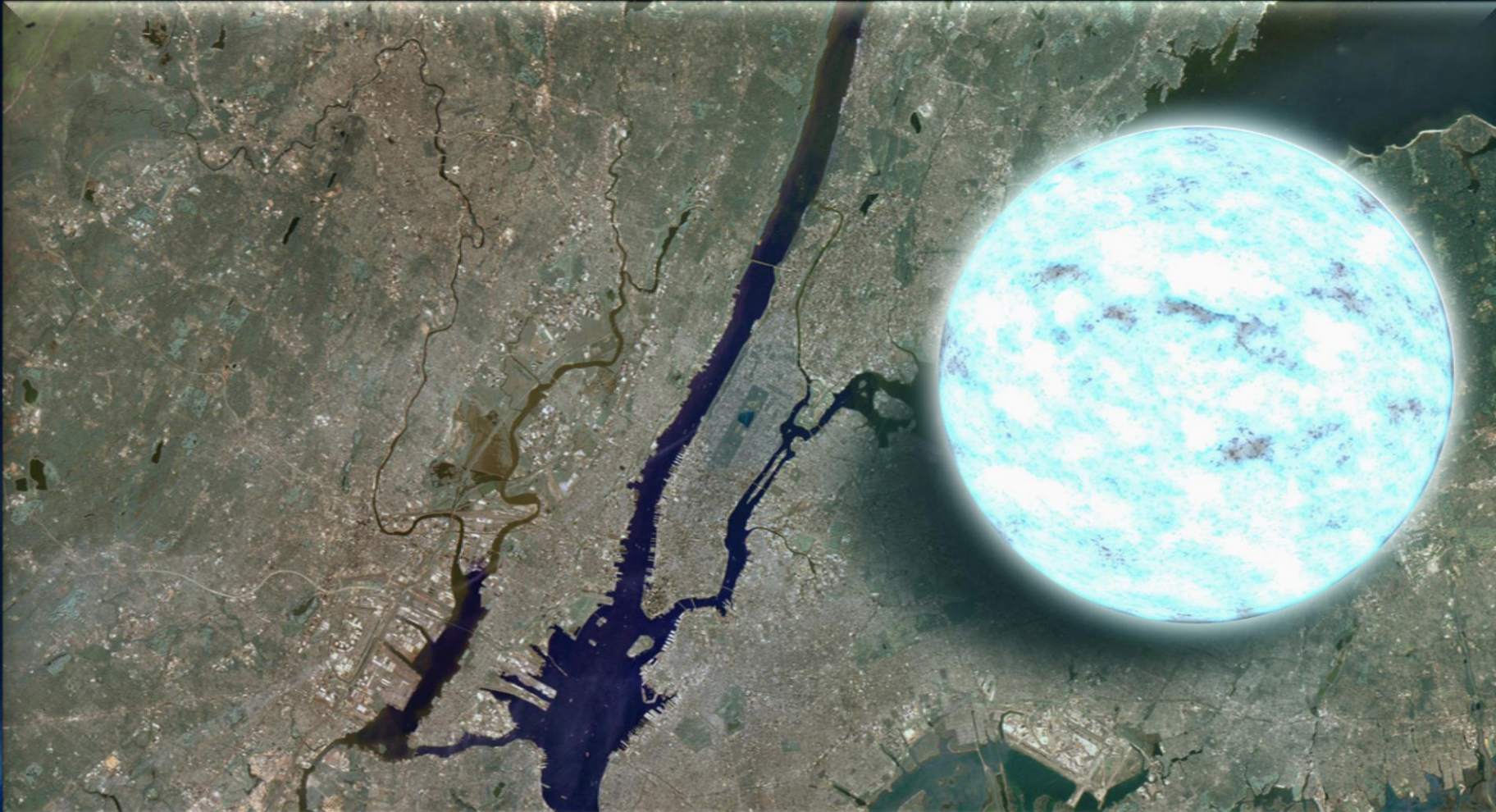
Bei Neutronenstern Kollisionen  
gibt es meistens eine  
**Post-Kollisionsphase**



# Properties of Neutron Stars

radius ~ 10 km, mass ~ 1-2 sun masses

large magnetic fields ~  $10^{11}$  Tesla, high rotation (up to 716 Hz)

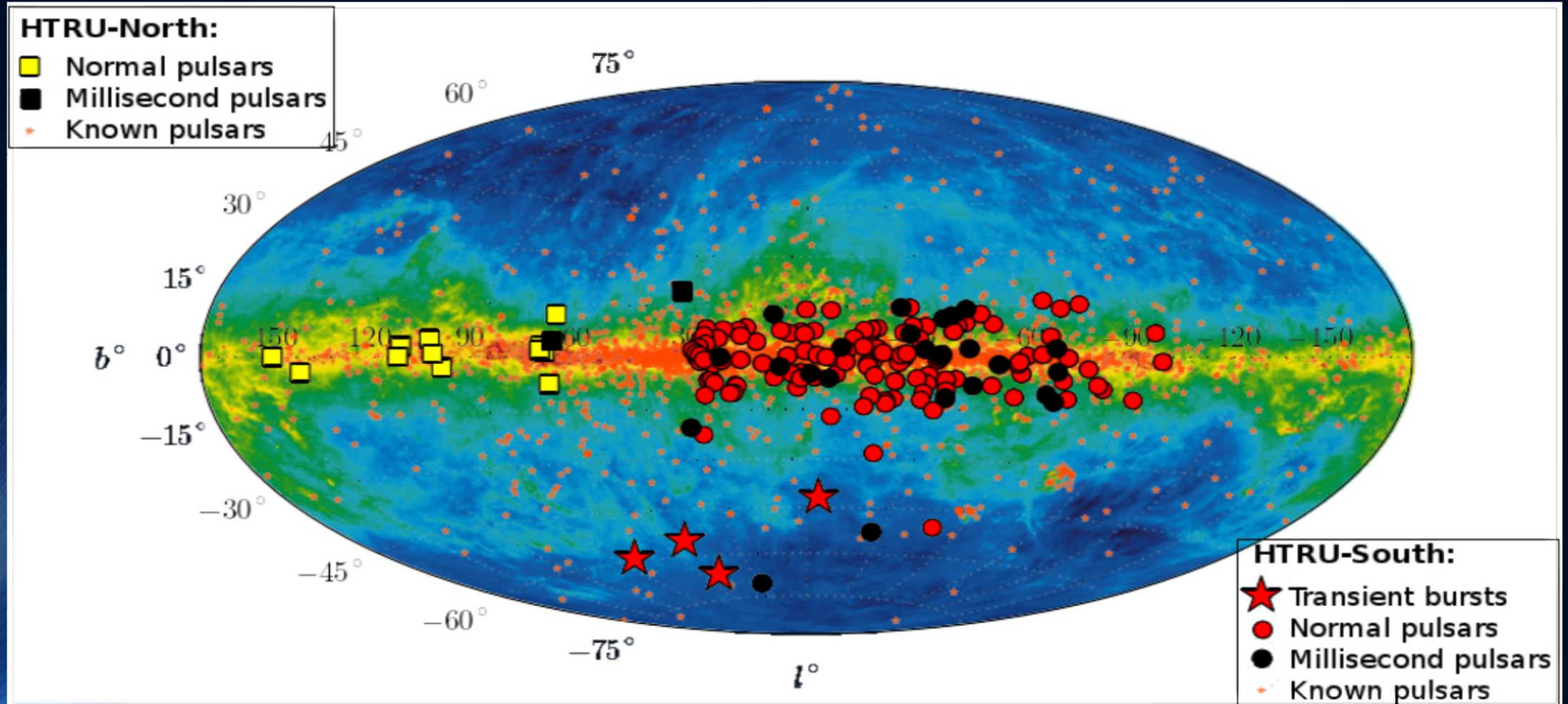




# Pulsars are Rotating Neutron Stars

First Pulsar found in 1967 (PSR 1919+21, Bell)

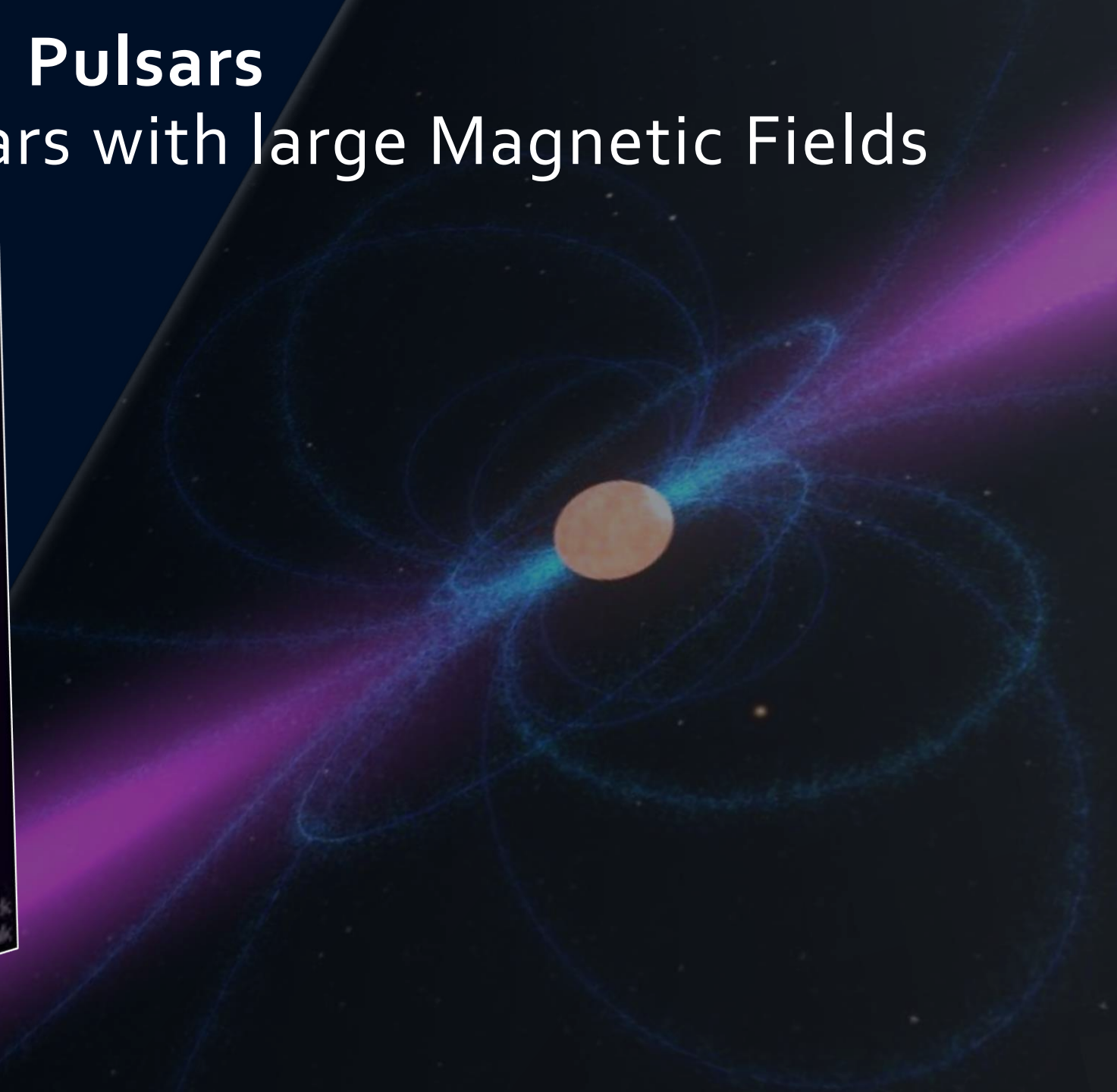
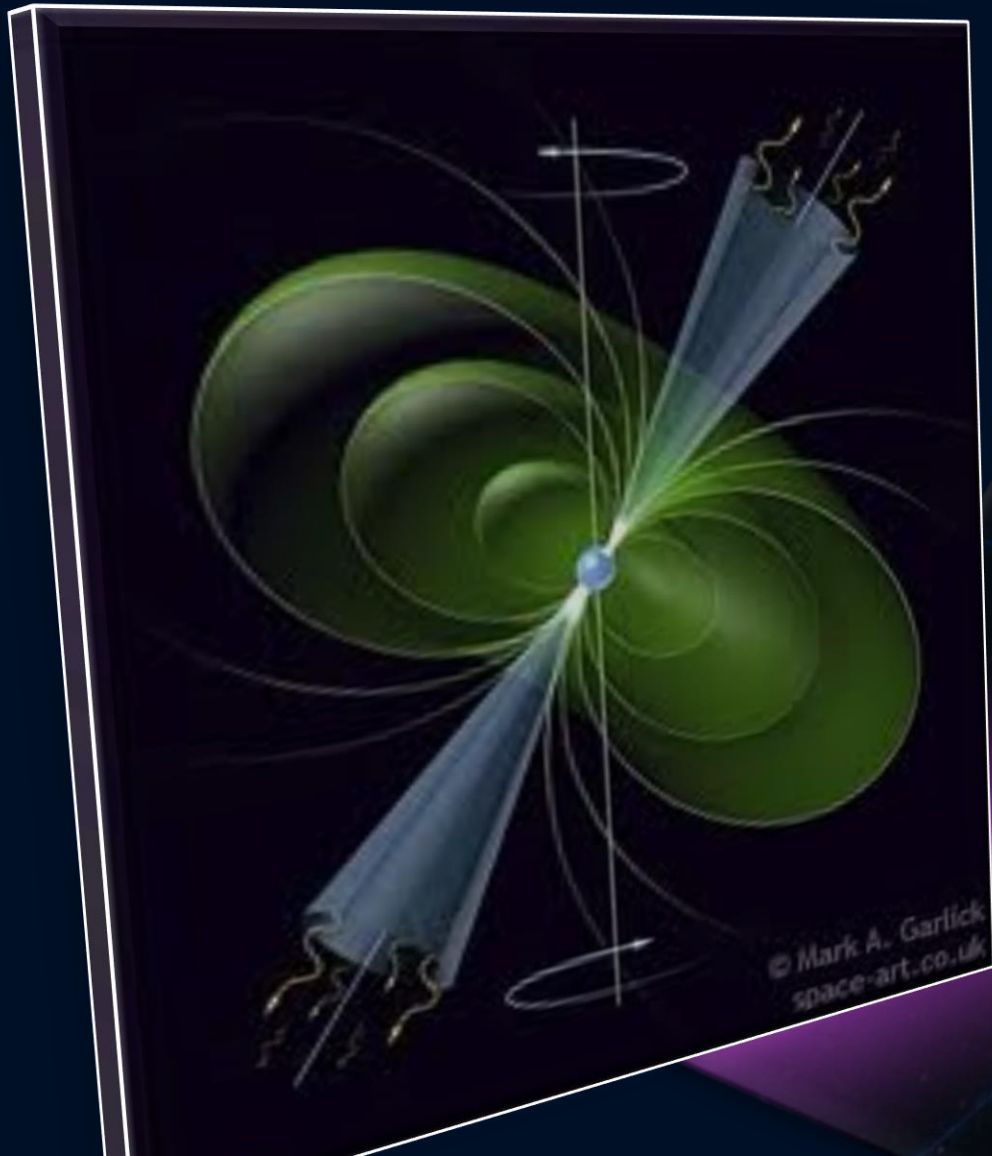
Currently we know about 2800 neutron stars





# Pulsars

Rotating Neutronstars with large Magnetic Fields



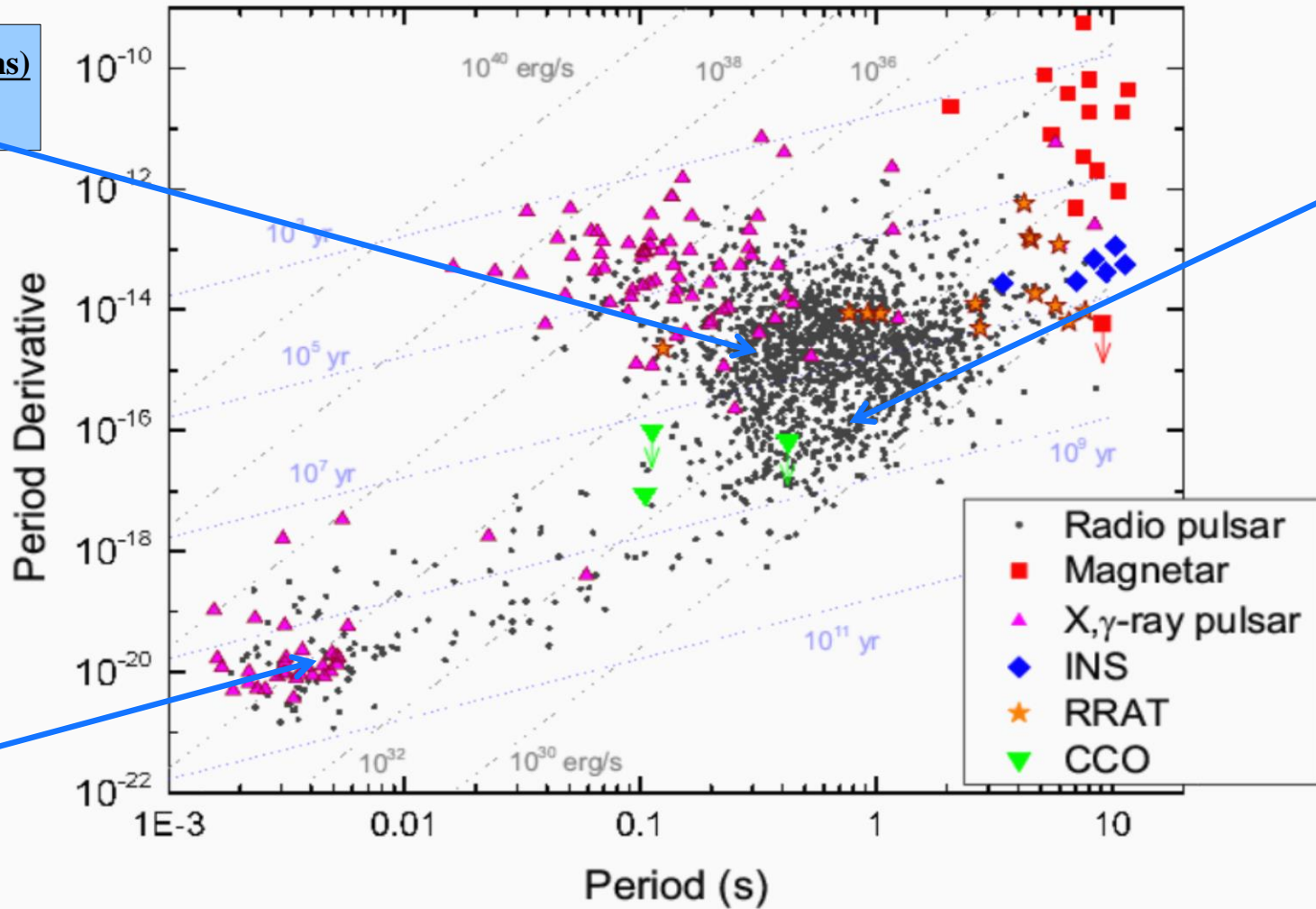
# Millisecond and Second Pulsars



**PSR B0531+21 (33.5 ms)**  
**Crab Pulsar**



**PSR B0329+54 (0.715 s)**



**PSR B1937+21 (1.56 ms)**



## Teil II

# Paralleles Programmieren mit C/C++ und OpenMP/MPI

Die Eigenschaften von Neutronensternen werden in diesem Teil der Vorlesung numerisch mittels der Programmiersprache C++ berechnet. Ausgehend von der, im ersten Teil hergeleiteten Tolmann-Oppenheimer-Volkoff Gleichung, wird mittels des einfachen Euler-Verfahrens die Differentialgleichung in C++ implementiert.

```
#include <iostream> //Ein-/Ausgabe (Include-Dateien)
#include <math.h> //Mathematisches
using namespace std; //Fuer cout

//Definition der Zustandsgleichung
double eos(double p)
{
    double e;
    e=pow(p/10,3.0/5);
    return e;
}

main(void) //Hauptprogramm
{
    //Variablendeklarationen
    double M,p,e,r,dM,dp,de,dr;
    double eos(double);

    //Variableninitialisierung
    M=0;
    r=pow(10,-14);
    p=10*pow(0.0005,5.0/3);
    dr=0.000001;

    //do-while Schleife (Numerische Lösung der TOV-Gleichung)
    do
    {
        e=eos(p); //Wert der Energiedichte bei momentanem Druck
        dM=4*M_PI*e*r*r*dr; //Massenzunahme bei momentanem r und Schrittweite dr
        dp=- (p+e)*(M+4*M_PI*r*r*p)/(r*(r-2*M))*dr; //Druckzunahme bei momentanem r und Schrittweite dr (TOV-Gleichung)
        r=r+dr; //momentaner Radius des Neutronensterns
        M=M+dM; //momentane Masse des Neutronensterns innerhalb des Radius r
        p=p+dp; //momentaner Druck des Neutronensterns innerhalb des Radius r
    }
    while(p>0);

    //Ausgabe der Masse und des Radius auf dem Bildschirm
    cout<<"Neutronensternradius [km] = "<<r<<"\n";
    cout<<"Neutronensternmasse [Sonnenmassen] = "<<M/1.4766<<"\n";

    return 0; //main beenden (Programmende)
}
```

# Observed Masses in Binary Neutron Star Systems

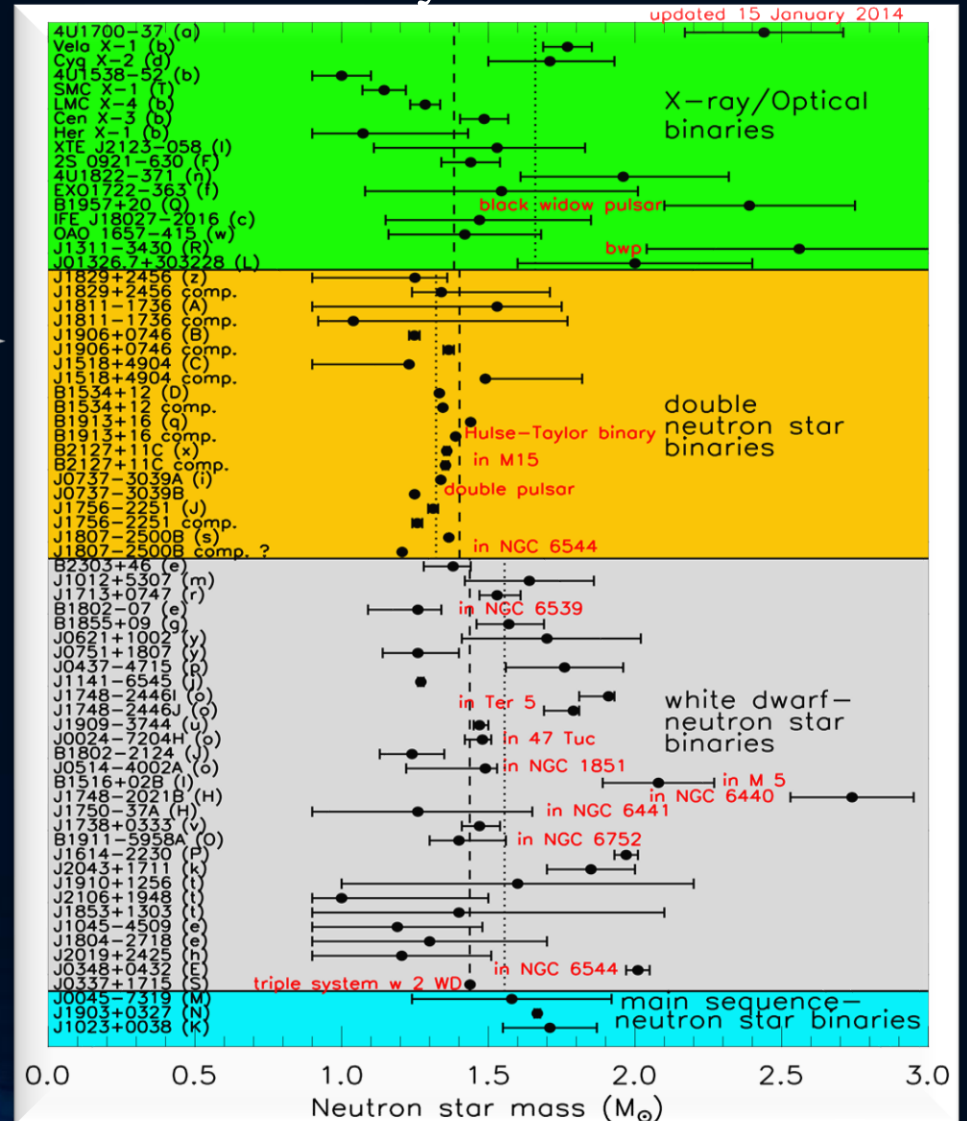
Some of the known Neutron Stars (NS) are in binary systems:

NS-Planet, NS-(white dwarf) or NS-NS binary

## PSR J1906+0746

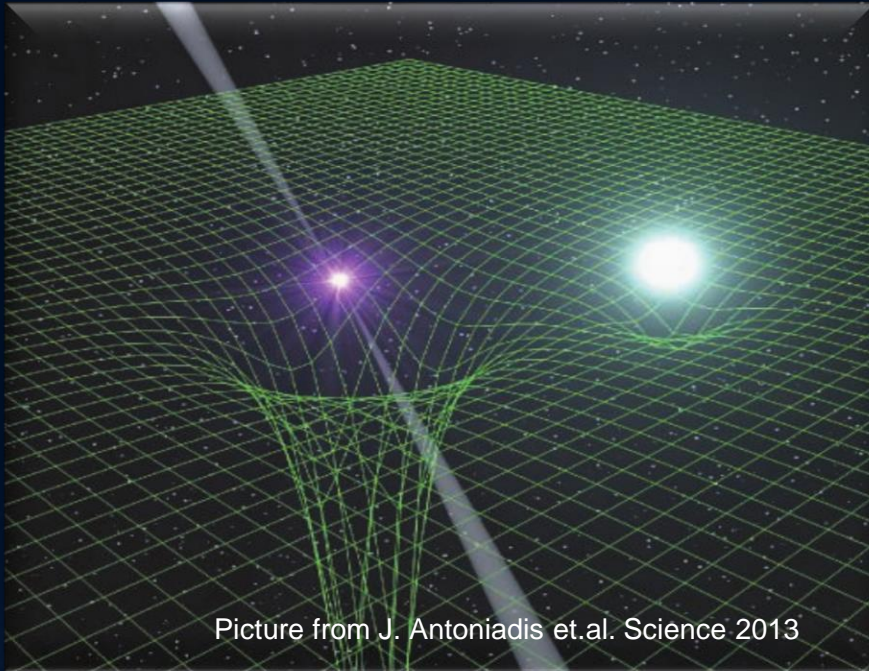
144-ms Pulsar, observed in 2004  
Orbital Period: 3.98 hours,  
Eccentricity: 0.085  
Pulsar Mass: 1.291(11)  
Mass Companion: 1.322(1)  
Observed between 1998-2009,  
after 2009, the pulsar disappeared  
because of spin precession

Van Leeuwen et al, arXiv:1411.1518





# A Two Solarmass Neutron Star



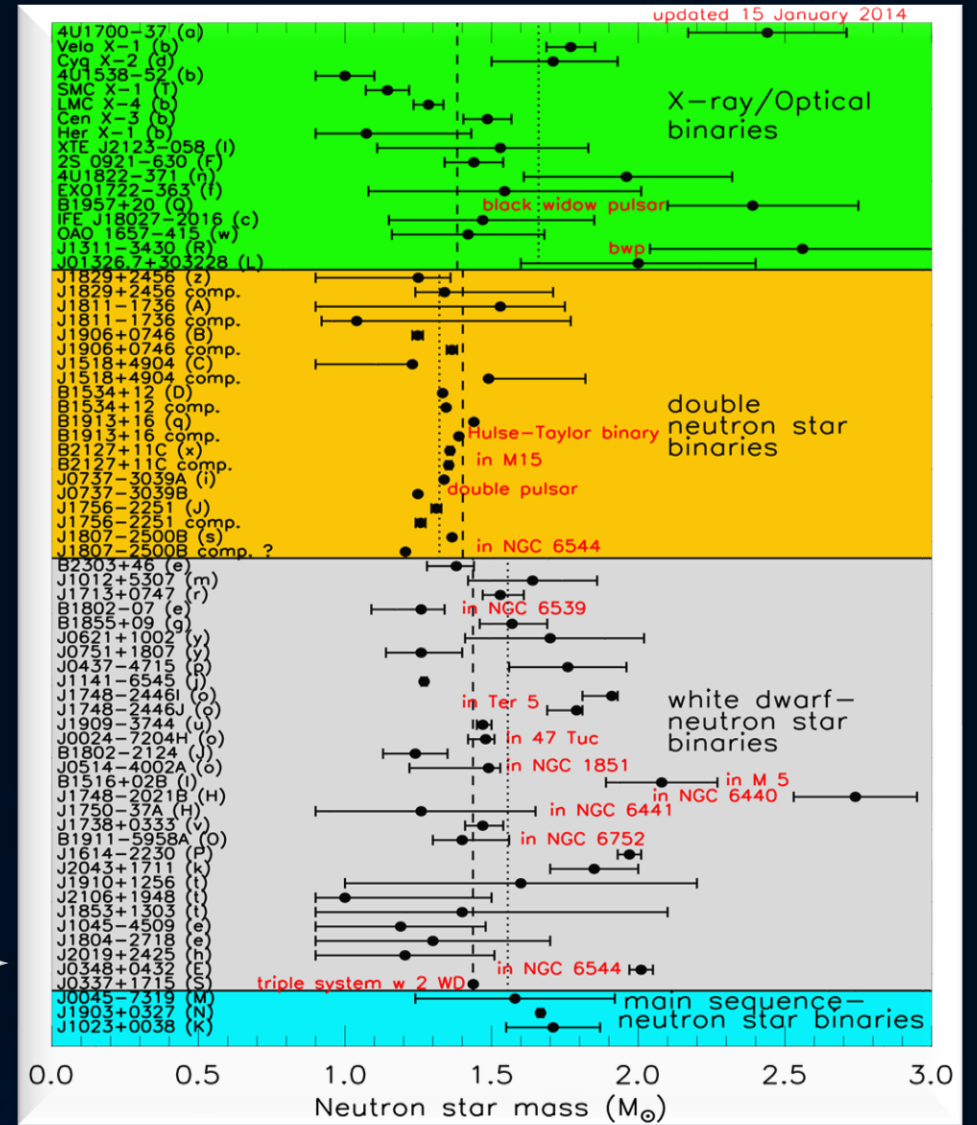
## PSR J0348+0432

Orbital Period: 2.46 hours

Pulsar mass:  $2.01 \pm 0.04$

Mass of the white dwarf:

$M = 0.172 \pm 0.003$

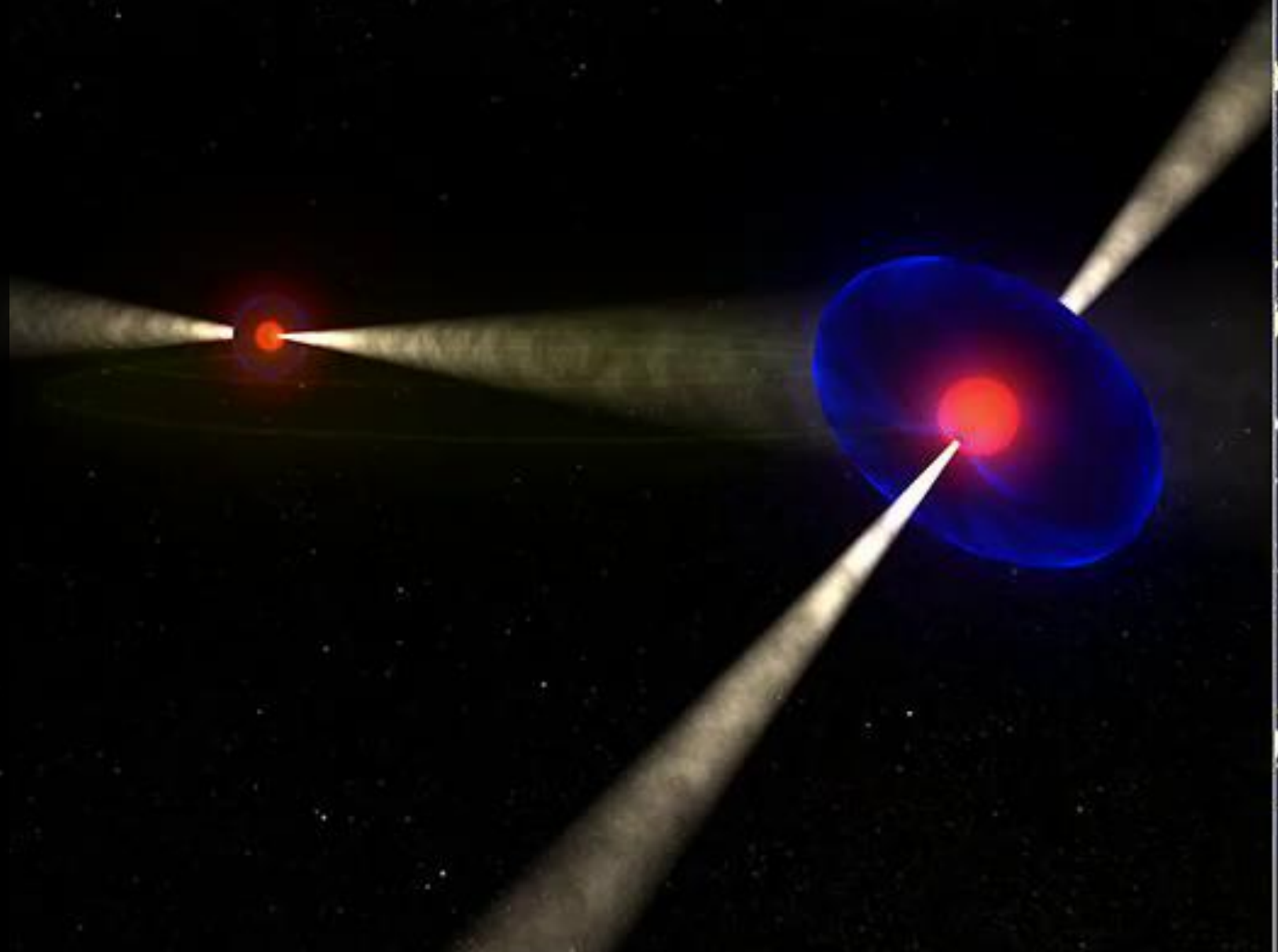


# Binary Neutron Star Systems

Kramer, Wex, Class. Quantum Grav. 2009

**The Double Pulsar (PSR J0737-3039A/B):**  
Observed in 2003  
Eccentricity: 0.088  
Pulsar A:  $P=23$  ms,  $M=1.3381(7)$   
Pulsar B:  $P=2.7$  s,  $M=1.2489(7)$   
Only separated 800,000 km from each other  
Orbital period: 147 Minuten  
Pulsar A is eclipsed by Pulsar B  
(30 s for each orbit)

Distance shrinks  
due to Gravitational Wave emission  
→ They will collide in 85 Million Years!





# Binary Neutron Star Systems

Recently some new interesting Neutron Star Binary Systems has been found:

J0453+1559

$P = 17 \text{ ms}$

(similar to the Doublepulsar)

J1913+1102

$P = 27 \text{ ms}$

$P_b = 4.95 \text{ h}$

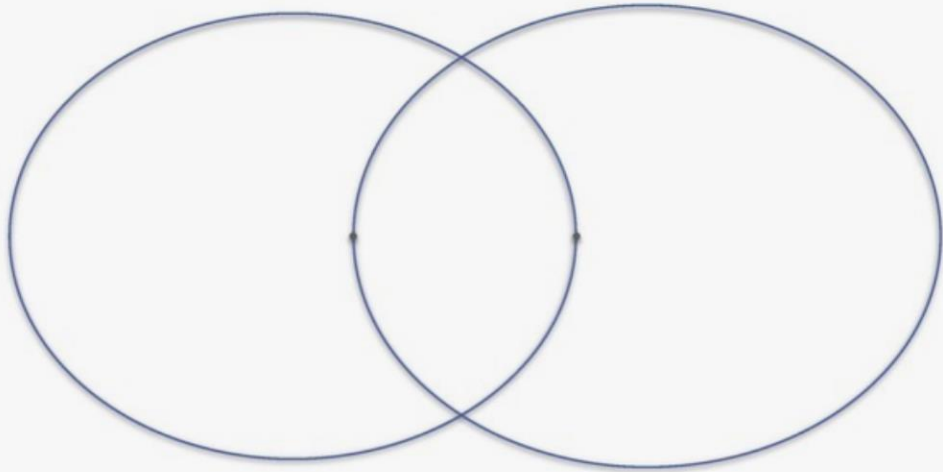
J1757-1854

$P = 215 \text{ ms}$

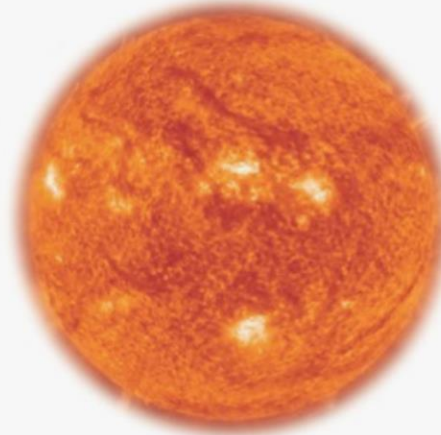
$P_b = 4.4 \text{ h}$

$E = 0.606$

Hulse-Taylor-Pulsar



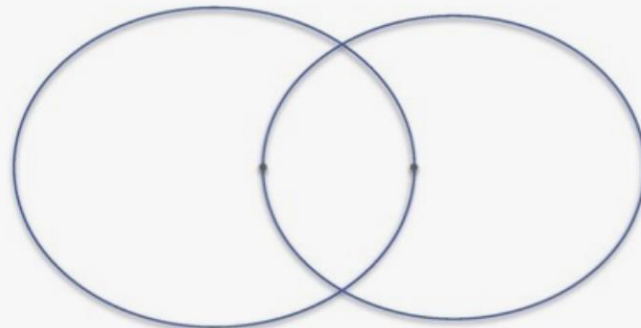
Sonne



Doppelpulsar



J1757-1854



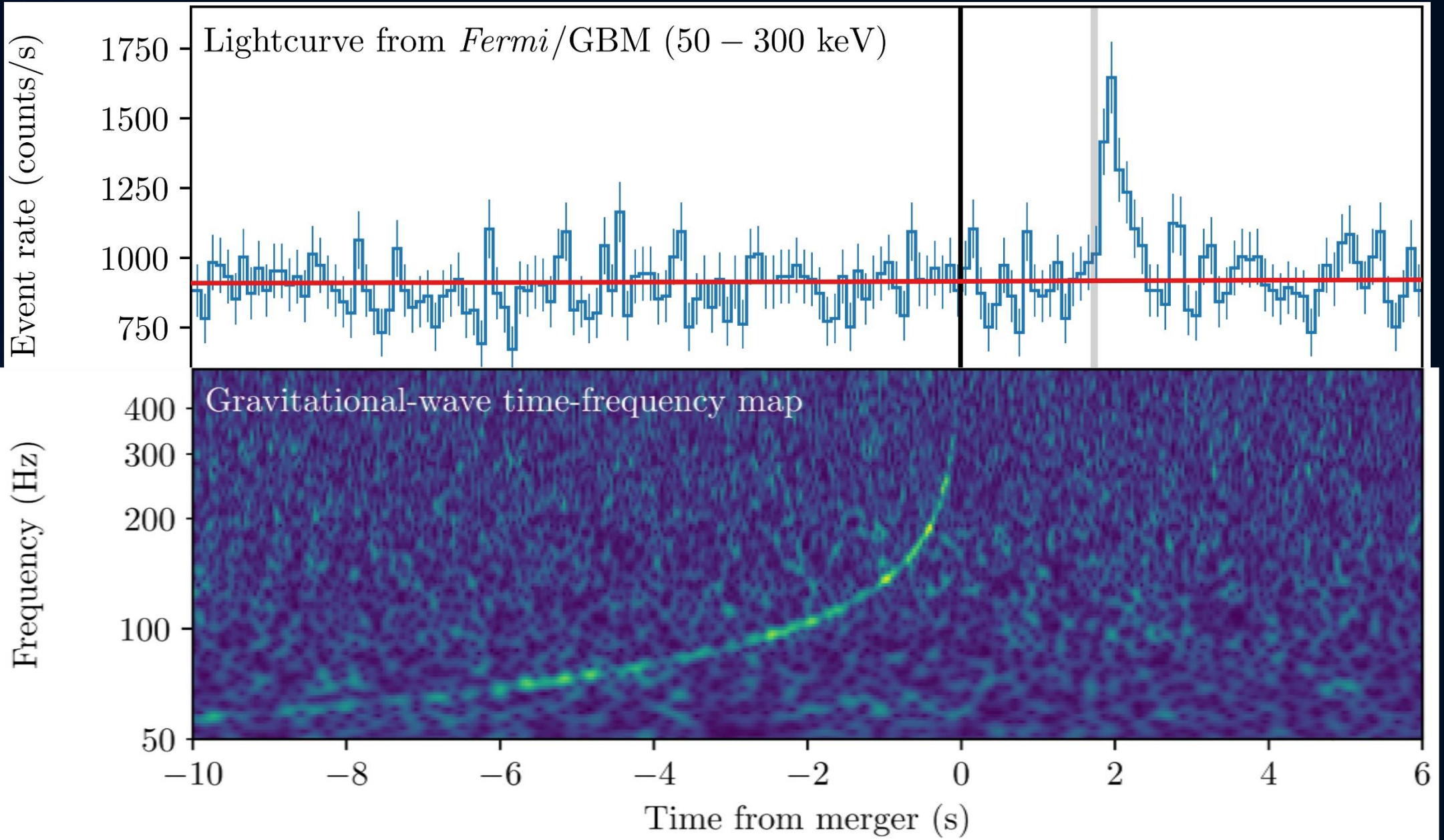
Currently we know ~25 Double-NS Systems and one triple System

# The long-awaited event GW170817

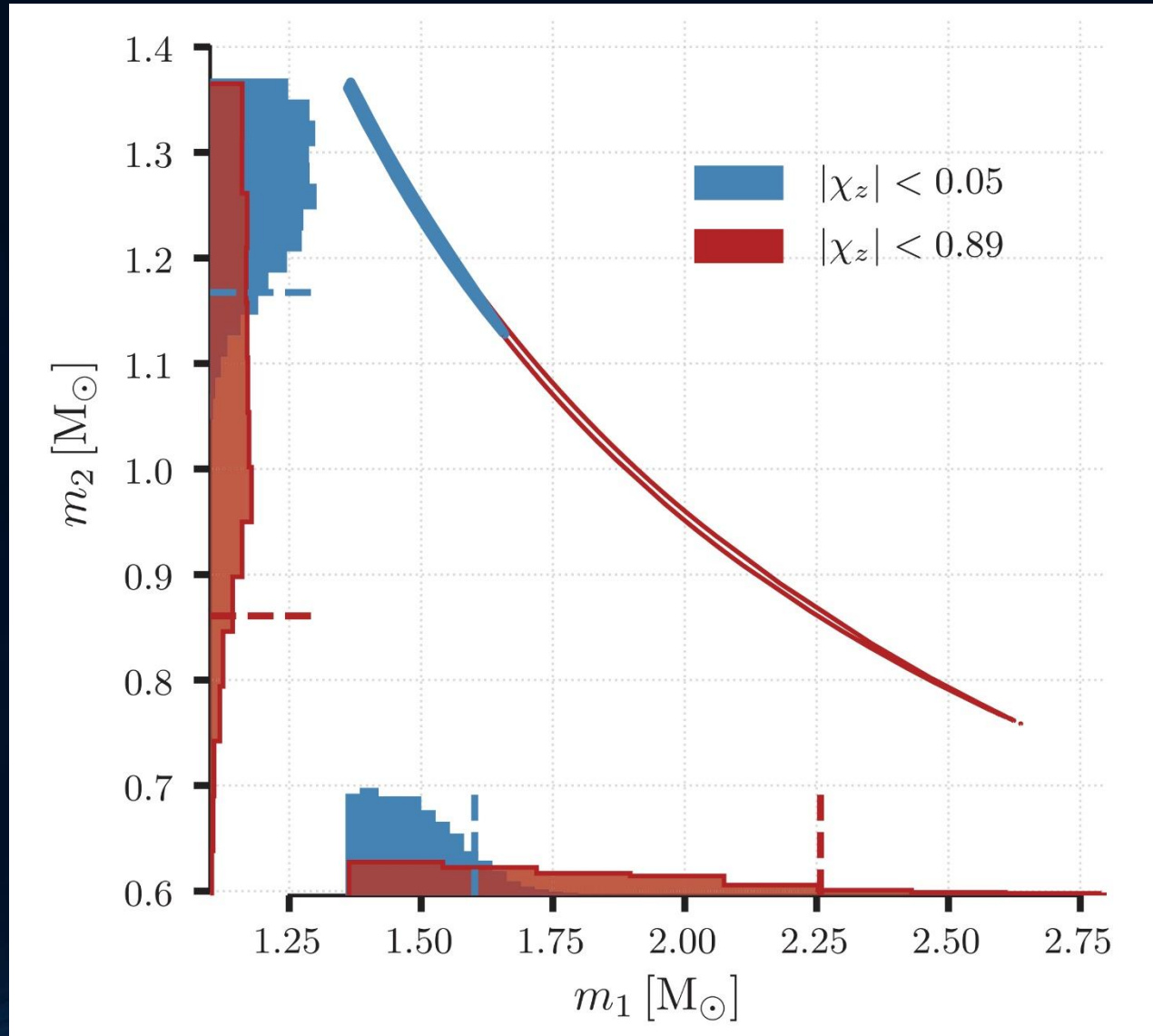
|  | Low-spin priors ( $ \chi  \leq 0.05$ ) | High-spin priors ( $ \chi  \leq 0.89$ ) |
|--|--|---|
| Primary mass $m_1$   | 1.36–1.60 $M_\odot$                    | 1.36–2.26 $M_\odot$                     |
| Secondary mass $m_2$   | 1.17–1.36 $M_\odot$                    | 0.86–1.36 $M_\odot$                     |
| Chirp mass $\mathcal{M}$                                     | 1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$   | 1.188 $^{+0.004}_{-0.002}$ $M_\odot$    |
| Mass ratio $m_2/m_1$   | 0.7–1.0                                | 0.4–1.0                                 |
| Total mass $m_{\text{tot}}$                                  | 2.74 $^{+0.04}_{-0.01}$ $M_\odot$      | 2.82 $^{+0.47}_{-0.09}$ $M_\odot$       |
| Radiated energy $E_{\text{rad}}$                             | $> 0.025 M_\odot c^2$                  | $> 0.025 M_\odot c^2$                   |
| Luminosity distance $D_L$                                    | 40 $^{+8}_{-14}$ Mpc                   | 40 $^{+8}_{-14}$ Mpc                    |
| Viewing angle $\Theta$                                       | $\leq 56^\circ$                        | $\leq 56^\circ$                         |
| Using NGC 4993 location                                      | $\leq 28^\circ$                        | $\leq 28^\circ$                         |
| Combined dimensionless tidal deformability $\tilde{\Lambda}$ | $\leq 800$                             | $\leq 700$                              |
| Dimensionless tidal deformability $\Lambda(1.4M_\odot)$      | $\leq 800$                             | $\leq 1400$                             |



# Gravitational Wave GW170817 and Gamma-Ray Emission GRB170817A

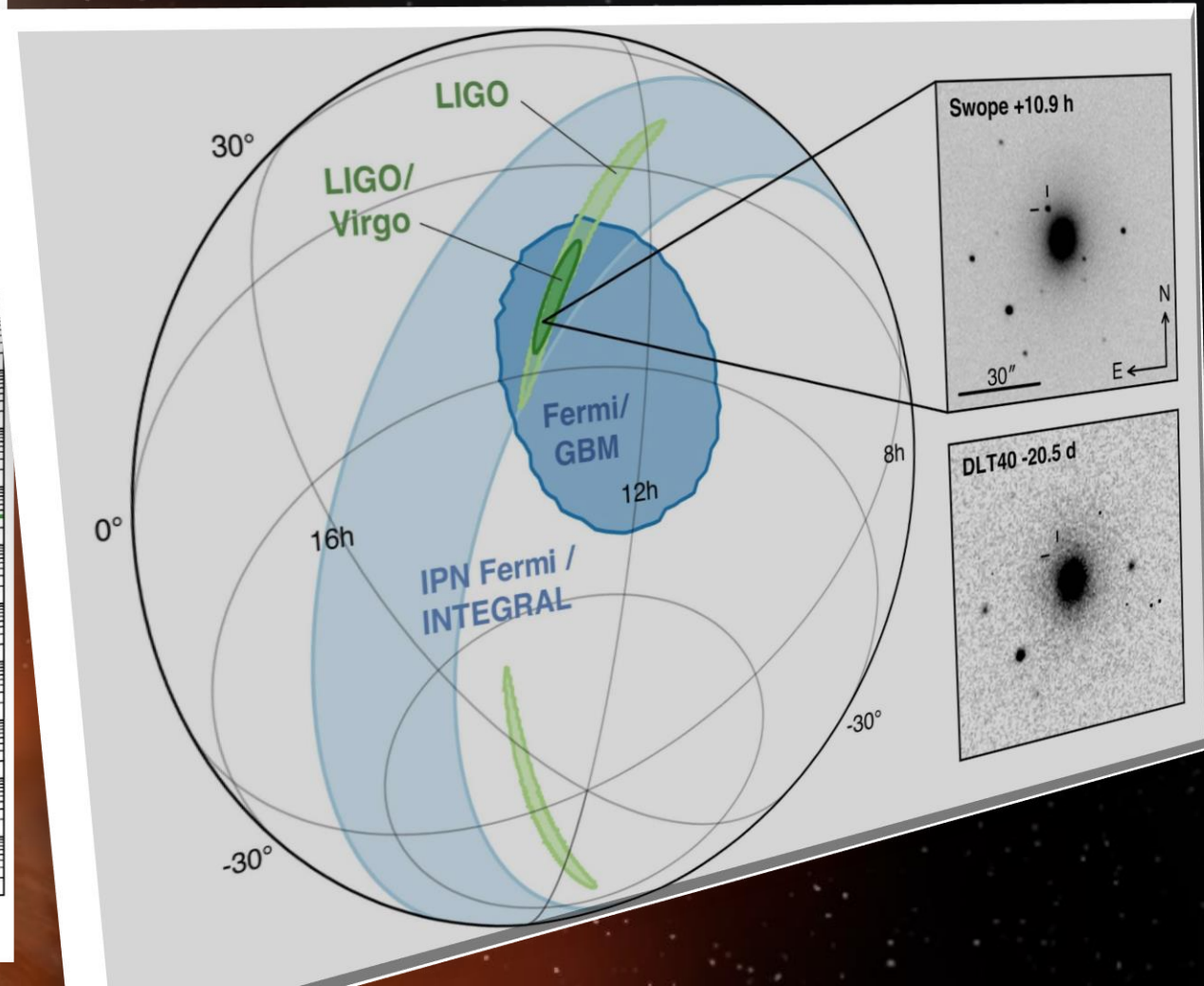
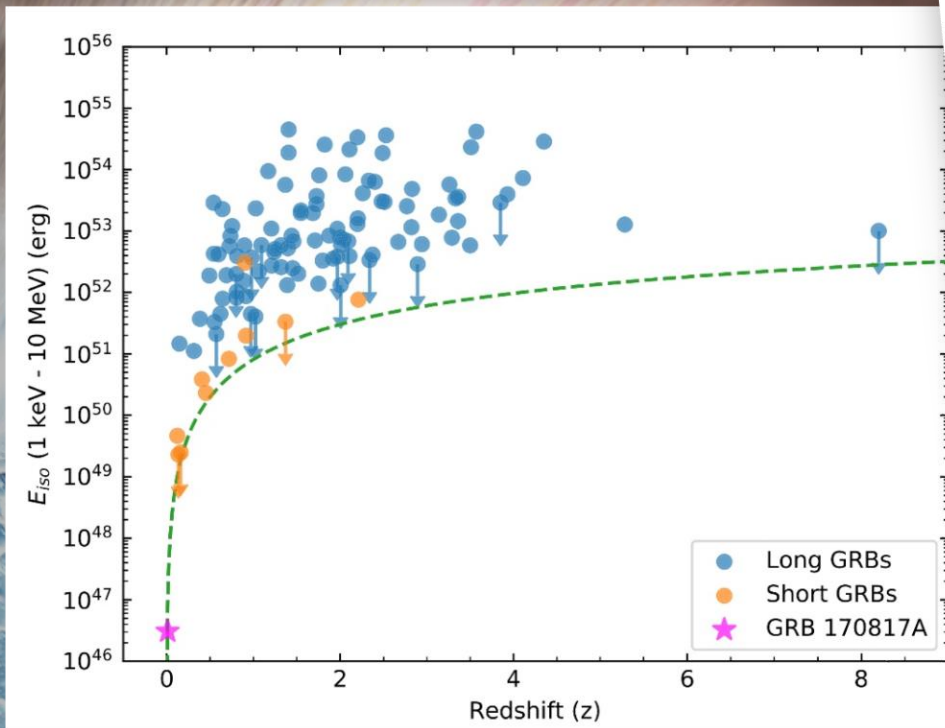
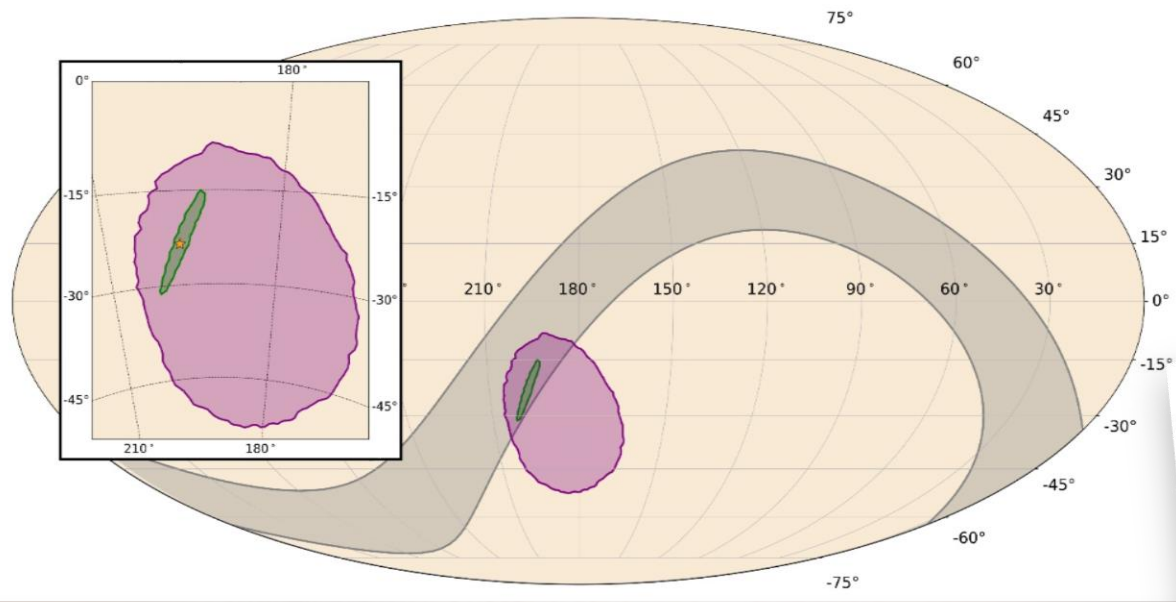


# Measured Mass Ratio of GW<sub>170817</sub> (for high and low spin assumption)

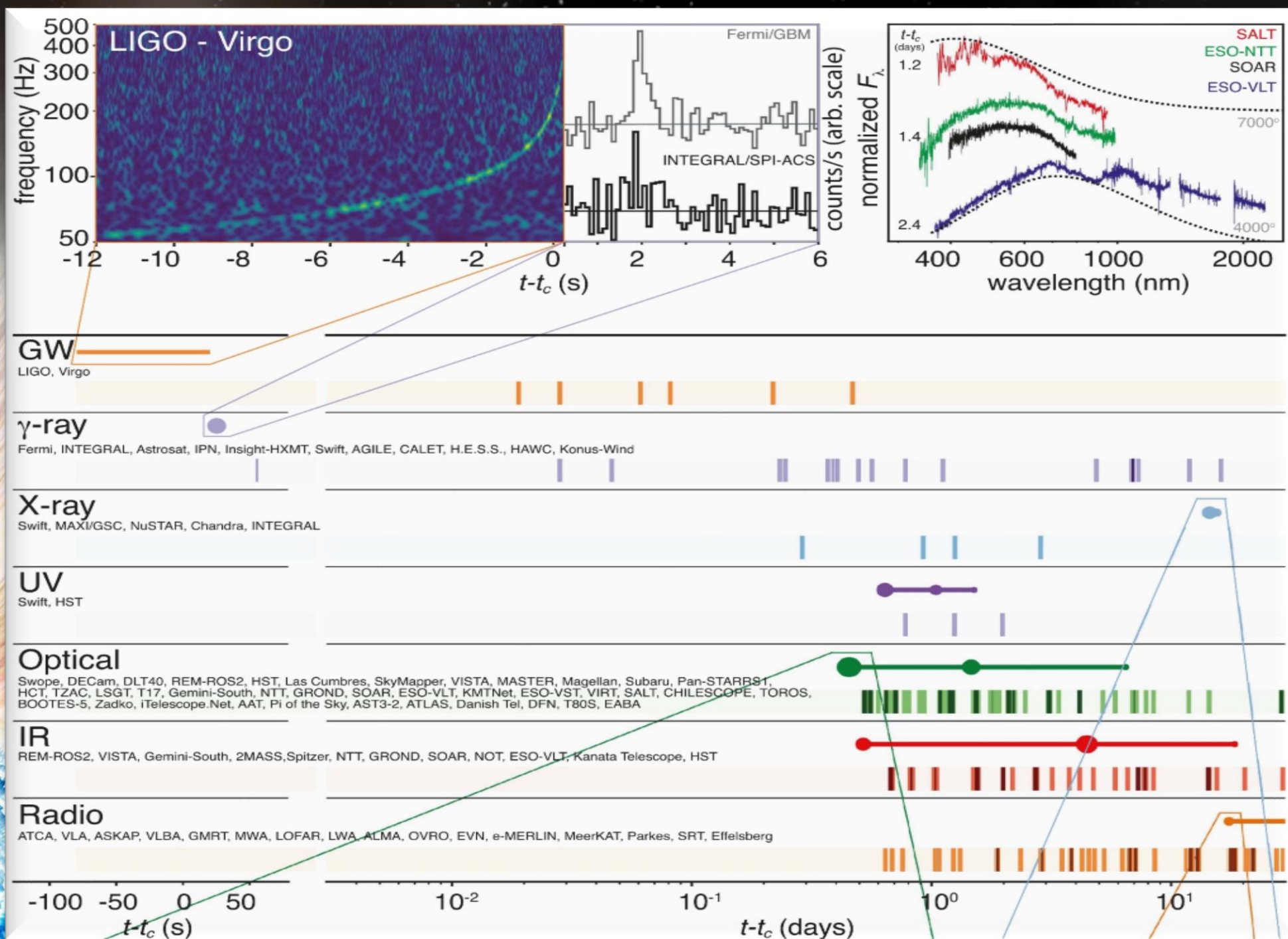




# GW170817, GRB170817A Localisation and unusual dimness of GRB

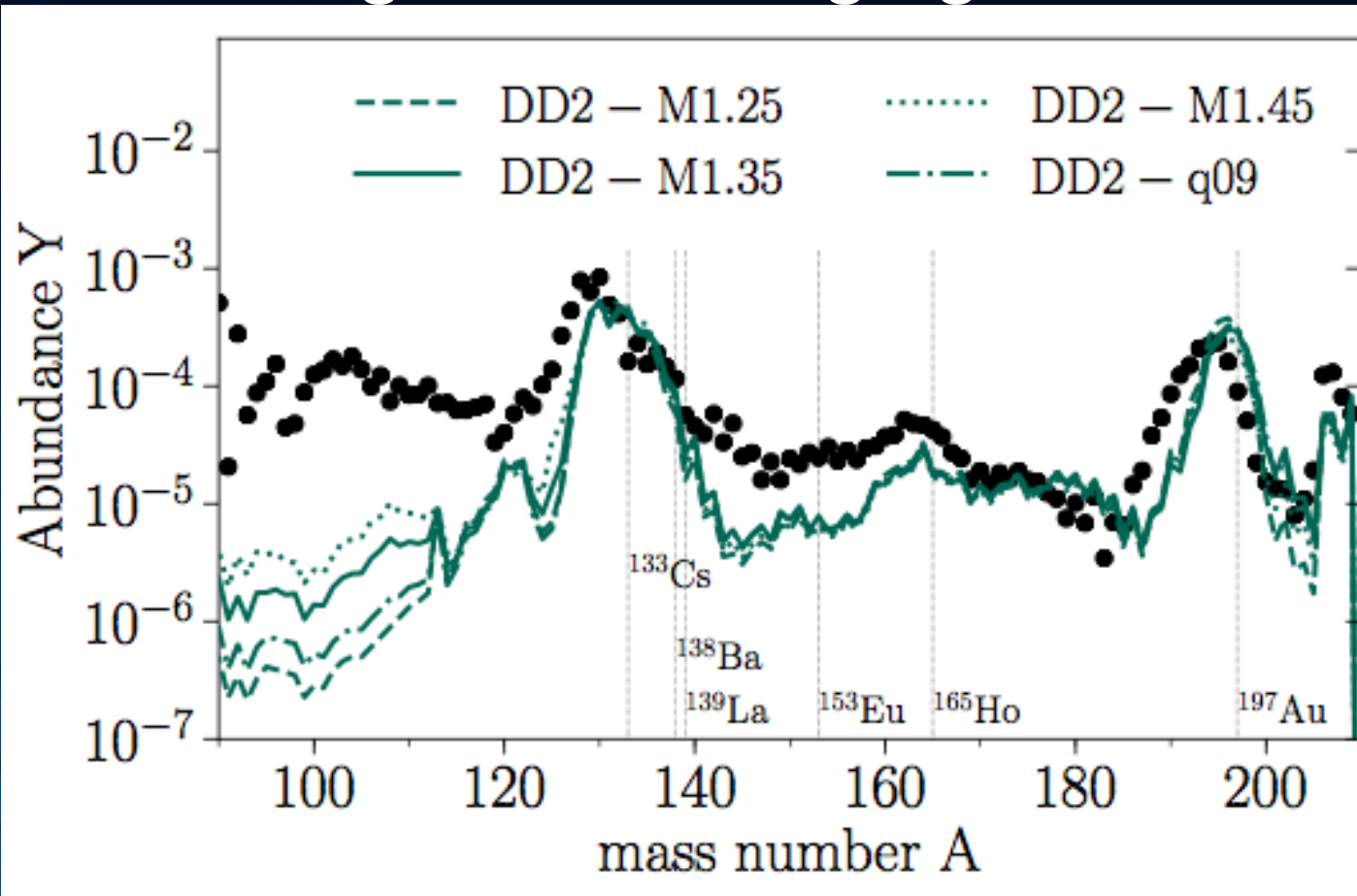


# GW170817





# Lichtblitz signalisiert Erzeugung der Elemente



Relative Häufigkeit  
der Elemente







Simulation vs. Beobachtung

Bovard, et al. 2017

Die Neutronenstern Kollision  
GW170817 erzeugte Gold & Platin :  
10 mal die Masse der Erde!  
Wir sind (Neutronen-) Sternen Staub !



# The Origin of the Solar System Elements

|          |   |  |          |          |          |          |          |  |          |          |  |   |          |          |          |          |          |          |         |         |          |          |
|----------|---|--|----------|----------|----------|----------|----------|--|----------|----------|--|---|----------|----------|----------|----------|----------|----------|---------|---------|----------|----------|
| 1<br>H   | big bang fusion  |  |          |          |          |          |          |  |          |          | cosmic ray fission  |   |          |          |          | 2<br>He  |          |          |         |         |          |          |
| 3<br>Li  | 4<br>Be   | merging neutron stars?  |          |          |          |          |          |  |          |          |  | exploding massive stars  |          |          |          |          | 5<br>B   | 6<br>C   | 7<br>N  | 8<br>O  | 9<br>F   | 10<br>Ne |
| 11<br>Na | 12<br>Mg  | dying low mass stars    |          |          |          |          |          |  |          |          |  | exploding white dwarfs   |          |          |          |          | 13<br>Al | 14<br>Si | 15<br>P | 16<br>S | 17<br>Cl | 18<br>Ar |
| 19<br>K  | 20<br>Ca  | 21<br>Sc   | 22<br>Ti | 23<br>V  | 24<br>Cr | 25<br>Mn | 26<br>Fe | 27<br>Co   | 28<br>Ni | 29<br>Cu | 30<br>Zn   | 31<br>Ga  | 32<br>Ge | 33<br>As | 34<br>Se | 35<br>Br | 36<br>Kr |          |         |         |          |          |
| 37<br>Rb | 38<br>Sr  | 39<br>Y  | 40<br>Zr | 41<br>Nb | 42<br>Mo | 43<br>Tc | 44<br>Ru | 45<br>Rh   | 46<br>Pd | 47<br>Ag | 48<br>Cd   | 49<br>In  | 50<br>Sn | 51<br>Sb | 52<br>Te | 53<br>I  | 54<br>Xe |          |         |         |          |          |
| 55<br>Cs | 56<br>Ba  |  | 72<br>Hf | 73<br>Ta | 74<br>W  | 75<br>Re | 76<br>Os | 77<br>Ir   | 78<br>Pt | 79<br>Au | 80<br>Hg   | 81<br>Tl  | 82<br>Pb | 83<br>Bi | 84<br>Po | 85<br>At | 86<br>Rn |          |         |         |          |          |
| 87<br>Fr | 88<br>Ra  |  |          |          |          |          |          |  |          |          |  |   |          |          |          |          |          |          |         |         |          |          |
|          |   | 57<br>La   | 58<br>Ce | 59<br>Pr | 60<br>Nd | 61<br>Pm | 62<br>Sm | 63<br>Eu   | 64<br>Gd | 65<br>Tb | 66<br>Dy   | 67<br>Ho  | 68<br>Er | 69<br>Tm | 70<br>Yb | 71<br>Lu |          |          |         |         |          |          |
|          |   | 89<br>Ac   | 90<br>Th | 91<br>Pa | 92<br>U  | 93<br>Np | 94<br>Pu | Very radioactive isotopes; nothing left from stars |          |          |  |   |          |          |          |          |          |          |         |         |          |          |

Graphic created by Jennifer Johnson  
<http://www.astronomy.ohio-state.edu/~jaj/nucleo/>

Astronomical Image Credits:  
 ESA/NASA/AASNova

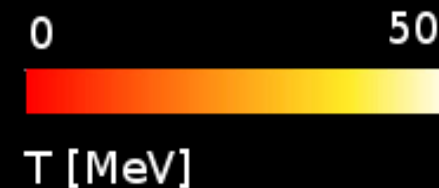
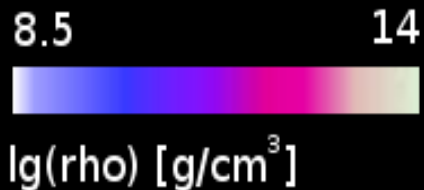


# Simulation einer Neutronenstern Kollision

Credits: Cosima Breu, David Radice und Luciano Rezzolla

Dichte der Neutronenstern-  
Materie

Temperatur der Neutronenstern  
Materie

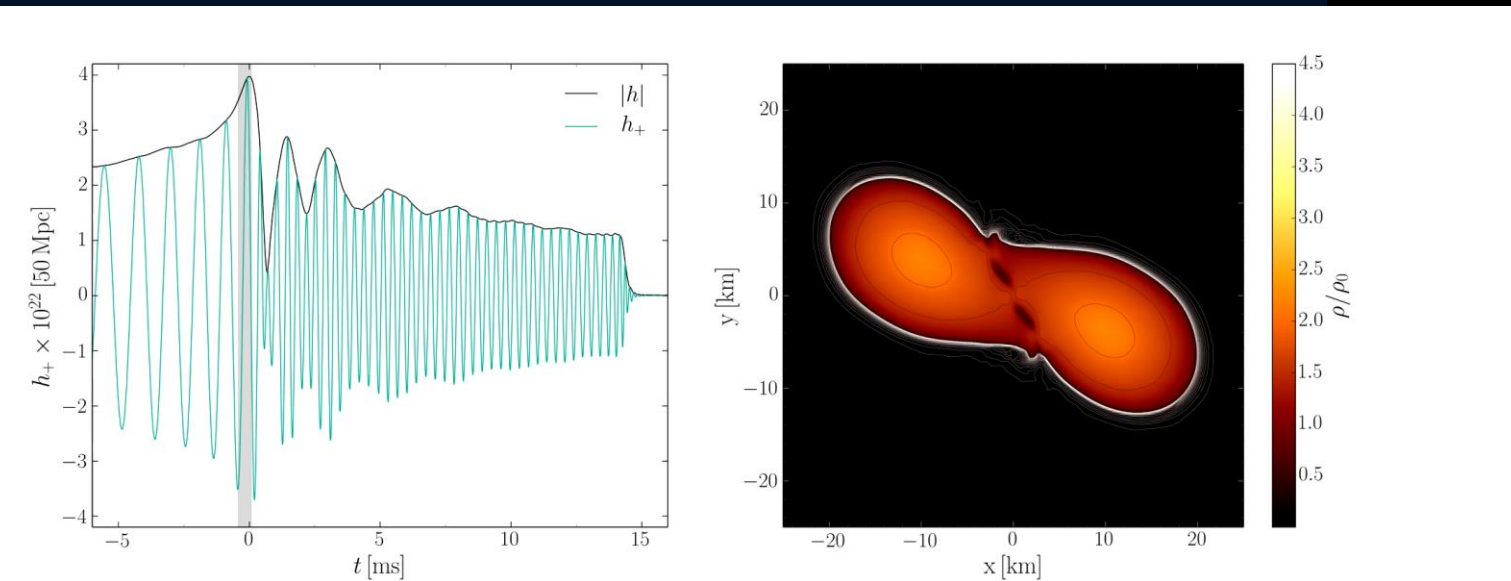


# Teil III

## Computersimulationen mit dem Einstein-Toolkit



In diesem Teil wird ein Einblick in die allgemeinrelativistische Simulation auf Supercomputern gegeben. Unter Zuhilfenahme des Einstein-Toolkits werden unterschiedliche, realistische Systeme betrachtet (z.B. Neutronenstern-Kollisionen mit Aussendung von Gravitationswellen)

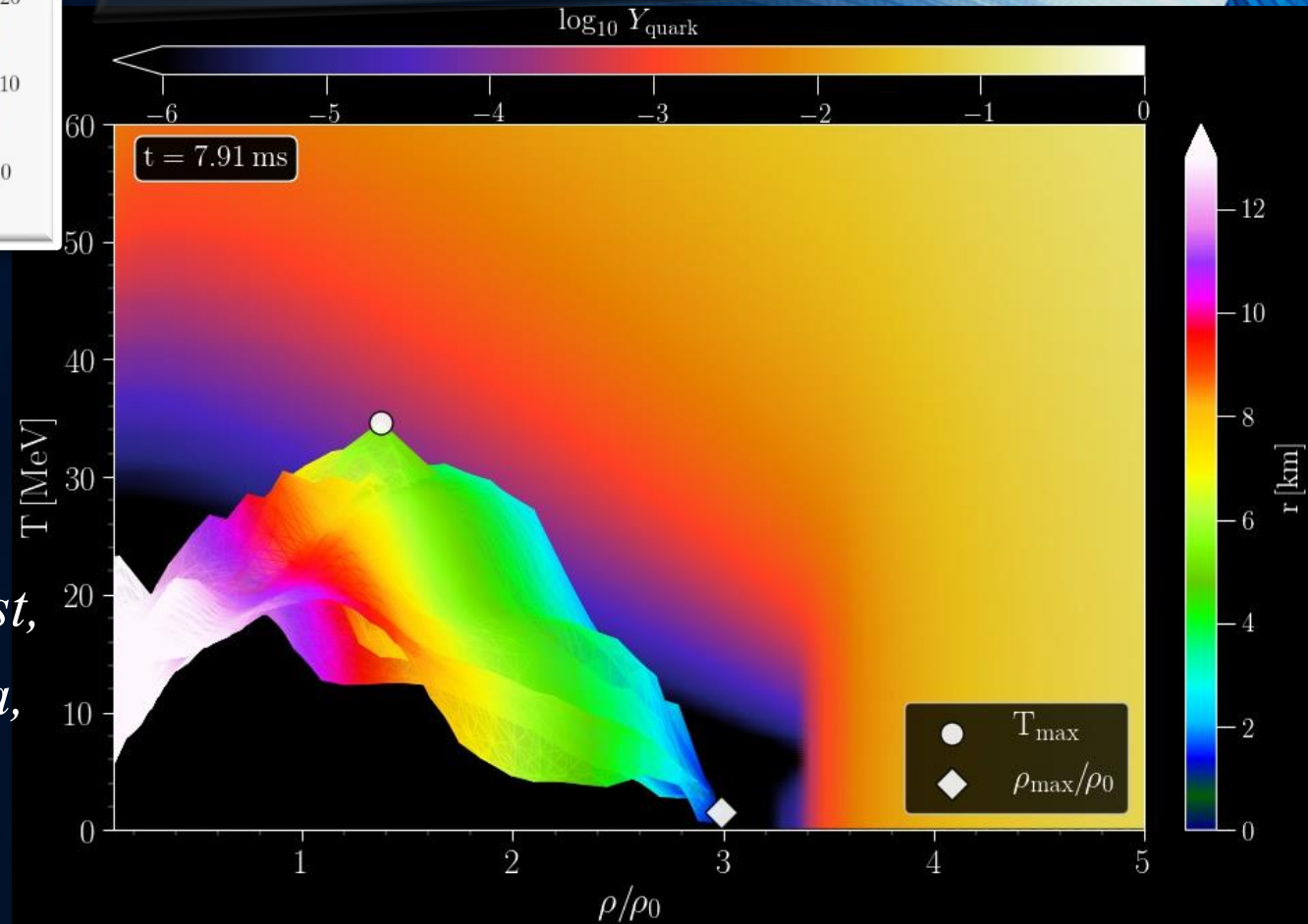
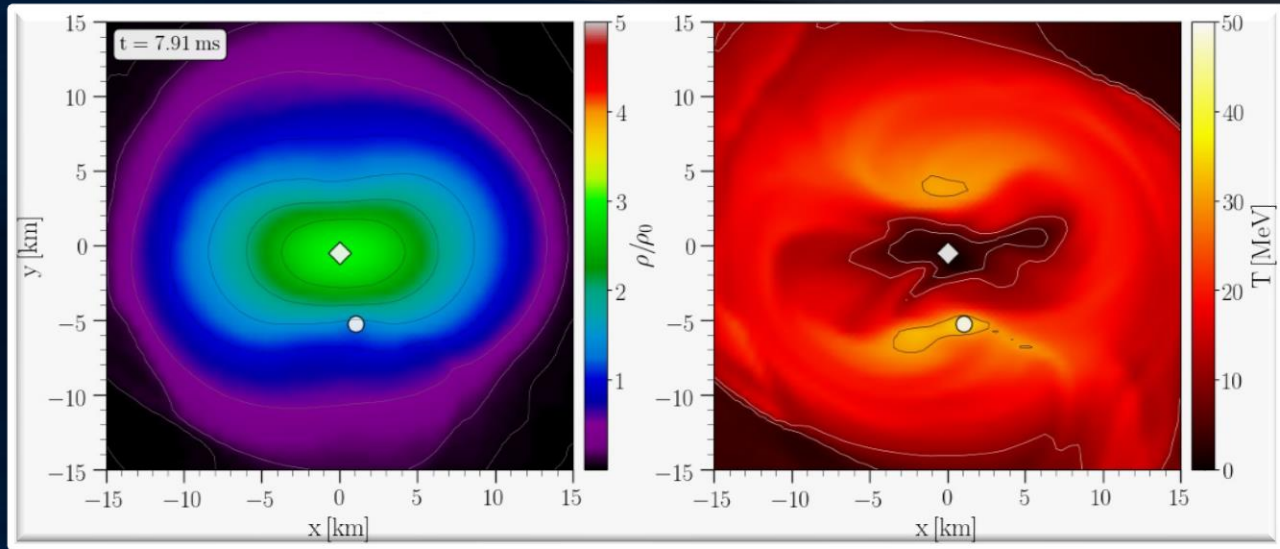




# Binary Hybrid Star Mergers

GR22 AND AMALDI13  
VALENCIA, 09 JULY 2019

## and the Phase Diagram of Quantum Chromo Dynamics



MATTHIAS HANAUSKE  
FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN

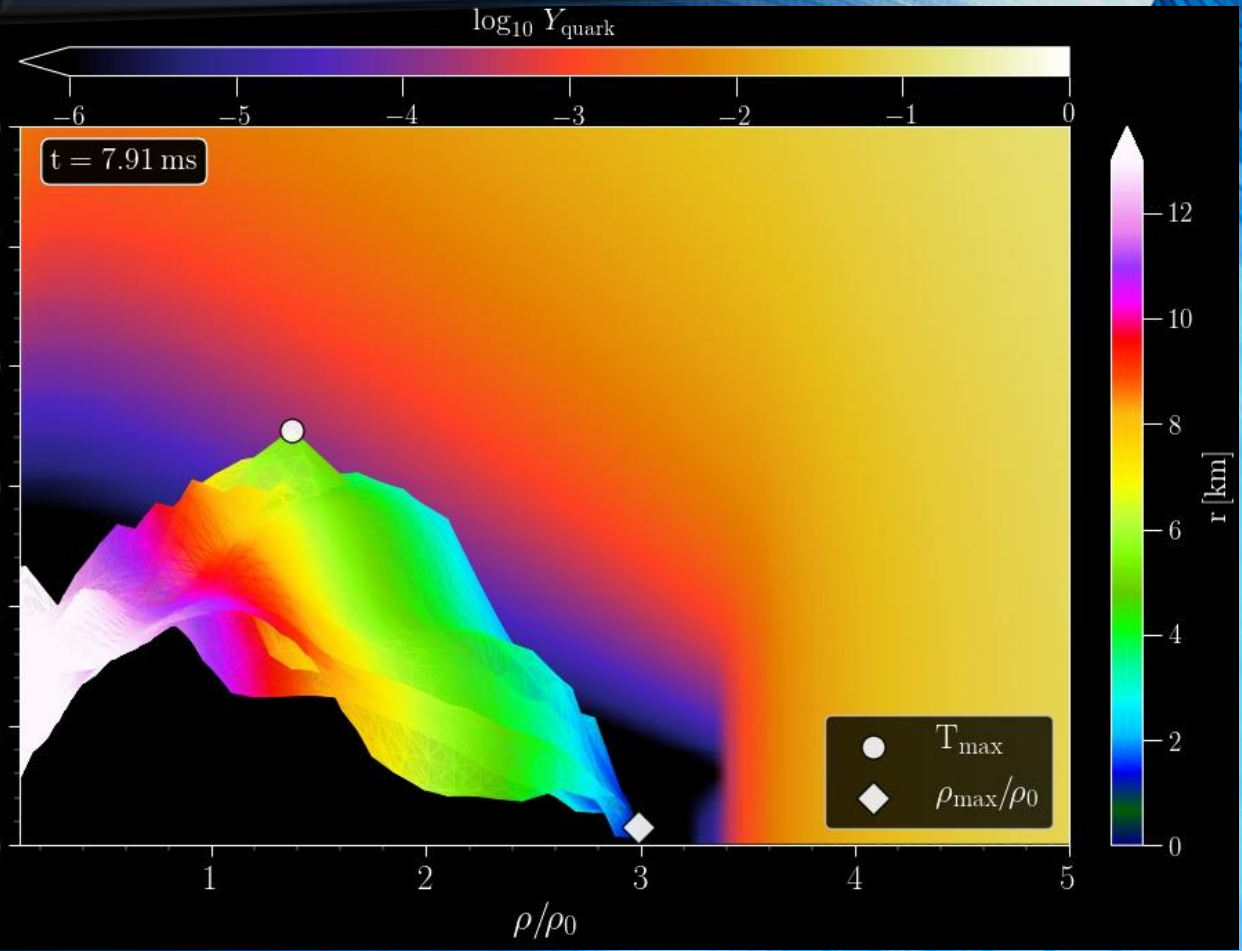
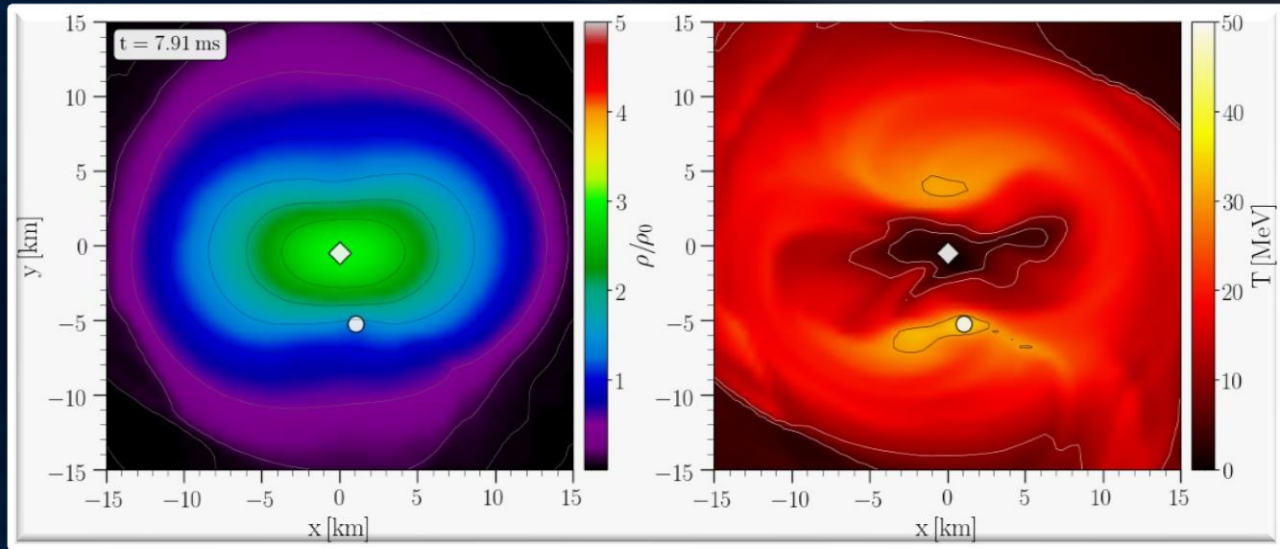
*In collaboration with Luke Bovard, Elias R. Most,  
L. Jens Papenfort, Laura Tolos, Gloria Montaña,  
Jan Steinheimer, Veronica Dexheimer, Stefan  
Schramm, Horst Stöcker and Luciano Rezzolla*



# Hypermassive Hybrid Stars

30TH TEXAS SYMPOSIUM  
PORTSMOUTH, 16 DEZEMBER 2019

## within the Phase Diagram of Quantum Chromodynamics



MATTHIAS HANAUSKE  
FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES  
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT  
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK  
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK  
D-60438 FRANKFURT AM MAIN

In collaboration with Luke Bovard, Elias R. Most,  
L. Jens Papenfort, Jan Steinheimer, Veronica  
Dexheimer, Stefan Schramm, Horst Stöcker and  
Luciano Rezzolla



# Allgemeine Relativitätstheorie einfach dargestellt

14. Mai 2018: Vortrag in der Denkbar

[www.denkbar-frankfurt.de](http://www.denkbar-frankfurt.de)

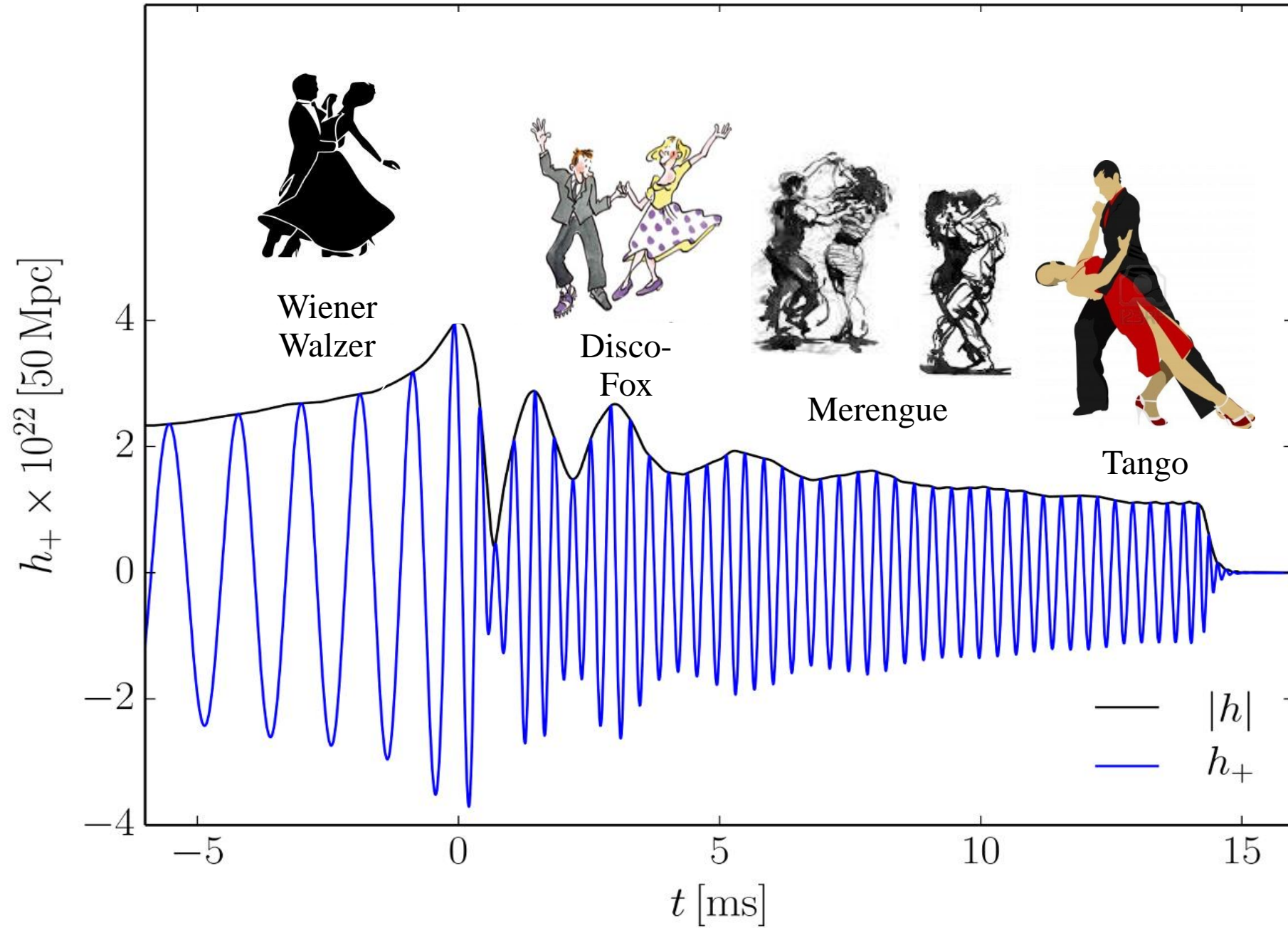
## Allgemeine Relativitätstheorie Einsteins schönster Geniestreich auf dem Prüfstand

Als Albert Einstein im Jahre 1915 die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) an der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften vorstellte, glaubten noch wenige Physiker an seine neue, revolutionäre Theorie. Die ART besagt, dass die Ursache der Gravitationskraft in einer Verformung der raumzeitlichen Struktur begründet ist und heutzutage bezeichnen viele Physiker Einsteins mathematisch elegant formulierte Idee als "die schönste Gleichung der Physik". Während einer Sonnenfinsternis im Jahre 1919 gelang es die Ablenkung von Licht in der gekrümmten Raumzeit der Sonnenumgebung zu beobachten und Einstein wurde schlagartig berühmt. Weitere Vorhersagen der ART konnten in den folgenden Jahrzehnten überprüft und bestätigt werden, wobei eine der grundlegenden Folgerungen der ART, die Existenz von Raumzeit-Wellen (Gravitationswellen), lange Zeit nicht direkt nachgewiesen werden konnte. Schließlich, im Jahre 2015 konnte die erste Raumzeit-Welle mittels zweier hochempfindlicher Gravitationswellendetektoren nachgewiesen werden und im Jahre 2017 wurde diese Sensation mit dem Nobelpreis für Physik geehrt. Die grundlegenden Konzepte und Folgerungen der ART sollen in diesem Vortrag in allgemeinverständlicher, unterhaltsamer Weise illustriert werden. So werden z.B. die einzelnen Phasen einer Gravitationswellen erzeugende Neutronensterne-Kollision anhand eines Sammelsuriums einzelner Gesellschaftstänze veranschaulicht und die Eigenschaften von schwarzen Löchern mittels des Reichstagsgebäudes illustriert.

08. Juni 2018: Night of Science 2018  
Tanz der Neutronensterne

21. März 2019: Deutschlandfunk 2019  
Der Tanz der kosmischen  
Schwergewichte  
[https://www.deutschlandfunk.de/neutronensterne-der-tanz-der-kosmischen-schwergewichte.676.de.html?444237dram:article\\_id=](https://www.deutschlandfunk.de/neutronensterne-der-tanz-der-kosmischen-schwergewichte.676.de.html?444237dram:article_id=)

# Tanz der Neutronensterne





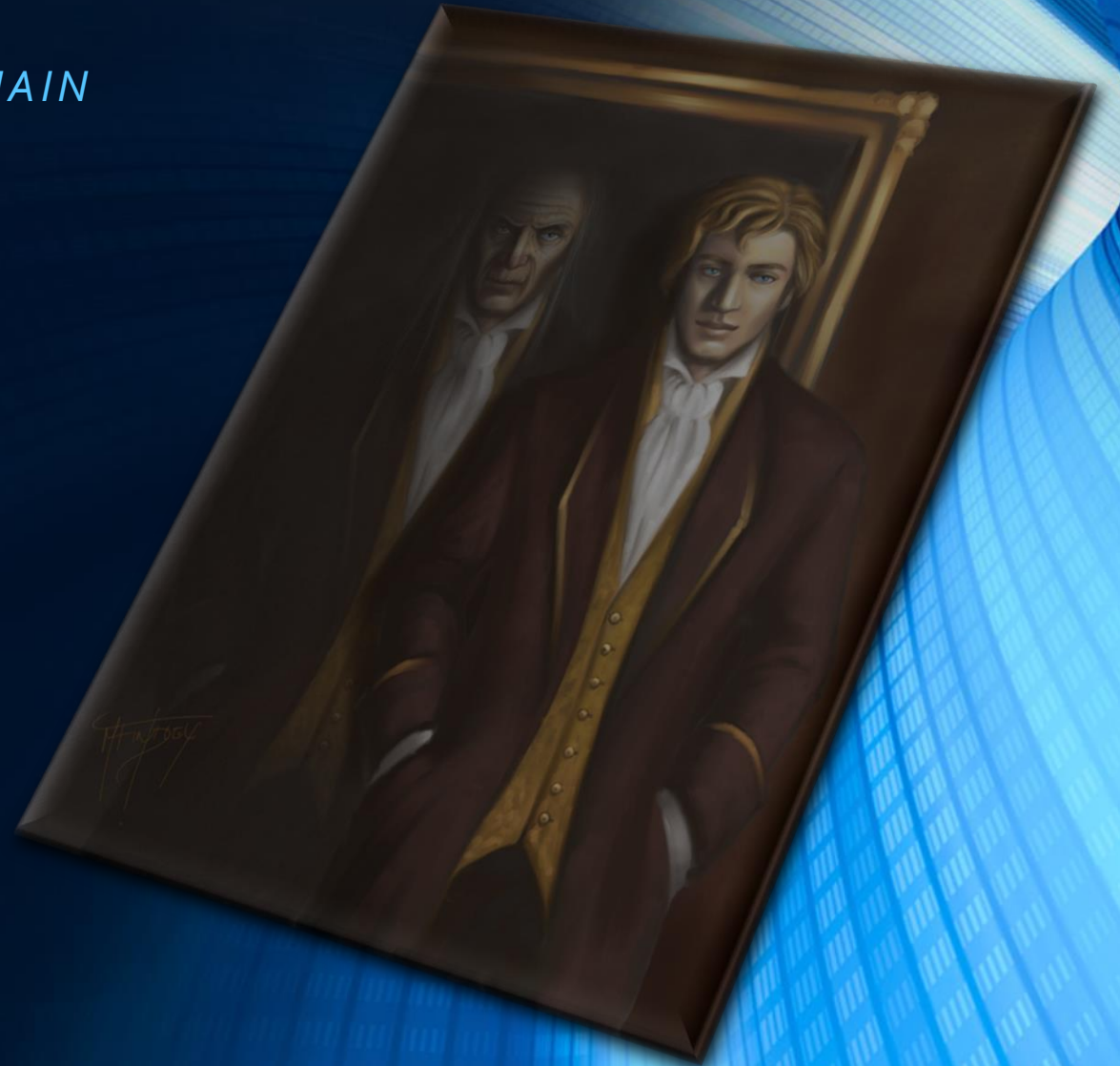
# Das Bildnis des schwarzen Lochs

*ASTRONOMIE AM FREITAG (7. APRIL 2017)  
IM PHYSIKALISCHEN VEREIN IN FRANKFURT AM MAIN*



Oscar Wilde

Das Bildnis des  
Dorian Gray



## Ereignis- horizont



Im Spiegel erscheint jedoch sein wirkliches (von ihm wahrgenommenes, moralisch verfallenes) Bild.  
*Transformation ins eigene Koordinatensystem, Eddington-Finkelstein Koordinaten!*

*Sein von der Öffentlichkeit (äusserer Beobachter) wahrgenommenes Erscheinungsbild bleibt jungen Zustand wie eingefrohren.*

Für den äusseren Beobachter friert das Bild des Körpers, der in das schwarze Loch fällt, am Ereignishorizont ein. Der Körper selbst übertritt jedoch die Grenze und fällt weiter in die echte Singularität im Ursprung.

Dorian Gray wird in das schwarze Loch der moralischen Abgründe gezogen und übertritt eine Grenze von der aus er nicht mehr zurück kann.