

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

*ZOOM ONLINE MEETING
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
23. APRIL, 2021*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

Aufgrund der Corona Krise findet die Vorlesung und die Übungstermine auch in diesem Semester nur Online statt.

2. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

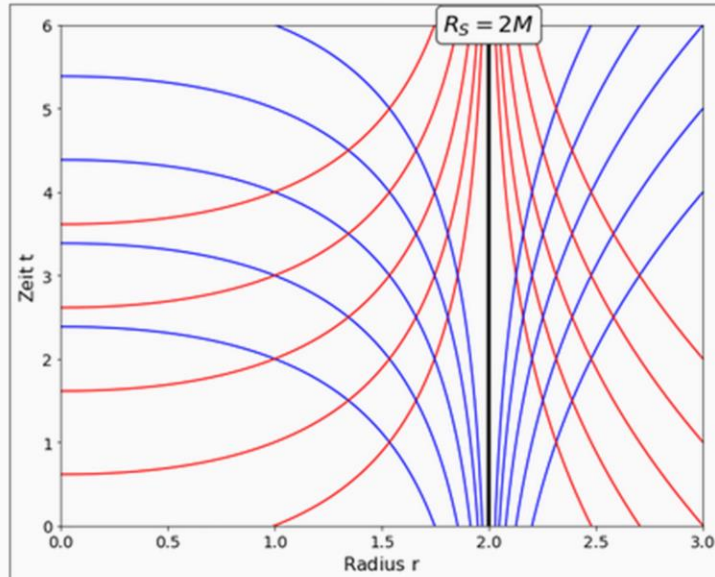
- Ort und Zeit:
Nur Online/Virtuell
Live-Streaming (synchrone Lehrangebote, Zoom Meetings):
Freitags von 15.00-17.00 Uhr: Vorlesungstermine
Übungstermin 1: Freitags von 13.30-15.00 Uhr
Übungstermin 2: Freitags von 17.00-18.30 Uhr
- Vorlesungs-Materialien (asynchronen Lehrangebote):
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/VARTC/> bzw.
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~harauske/VARTC/VART2021.html>
- Übungsaufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Weitere Materialien auf der Online-Lernplattform OLAT
<http://olat.server.uni-frankfurt.de>
- Generelles zur Vorlesung:
Bei erfolgreicher Teilnahme 5 Creditpoints
Benoteter Schein mittels einer mündlichen Prüfung (30 Min.)
- Voraussetzungen:
Laptop/PC mit Kamera und Ton
Programmierkenntnisse von Vorteil

2. Vorlesung

Vorlesung 2

Die Schwarzschild-Metrik beschreibt das raumzeitliche Verhalten eines kugelsymmetrischen, nicht rotierenden und nicht geladenen schwarzen Loches der Masse M , wobei die gesamte Masse des schwarzen Loches in einem singulären Punkt im Zentrum vereint ist. Der Ricci Tensor verschwindet identisch ($R_{\mu\nu} \equiv 0$), da man eine leere Raumzeit betrachtet. Die skalare Invariante des vollständig kontrahierten Quadrates des Riemannschen Krümmungstensors $K = R_{\mu\nu\rho\sigma}R^{\mu\nu\rho\sigma}$, der sogenannte Kretschmann-Skalar K , wird im Ursprung singulär ($K = \frac{48 M^2}{r^6}$) und die Schwarzschild-Metrik besitzt daher eine echte Singularität bei $r = 0$. Neben dieser echten Singularität besitzt die Schwarzschild-Metrik eine Koordinatensingularität bei dem sogenannten Schwarzschild-Radius $R_S = 2M$. Im ersten Jupyter Notebook werden wir die wesentlichen Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik mittels eingebetteter Diagramme und anhand von Raumzeit-Diagrammen visualisieren. Im zweiten Jupyter Notebook werden wir den radialen Fall eines Probekörpers in ein schwarzes Loch numerisch berechnen.

Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik



Die Struktur der Raumzeit der Schwarzschild-Metrik kann man auf unterschiedliche Weisen visualisieren. Wir betrachten uns zunächst die sogenannten eingebetteten Diagramme der räumlichen Hypersphäre Σ_t der Mannigfaltigkeit \mathcal{M} . Diese eingebetteten Diagramme besitzen eine Trichter-Form und zeigen eine Koordinatensingularität bei dem sogenannten Schwarzschild-Radius $R_S = 2M$. Zusätzlich zu diesen Diagrammen werden in dem Jupyter Notebook (Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik) die Raumzeit-Diagramme der Schwarzschild-Metrik in Schwarzschild-Koordinaten und Eddington-Finkelstein Koordinaten betrachtet. Die nebenstehende Abbildung zeigt das Raumzeit-Diagramm der Schwarzschild-Metrik ($M = 1$) und beschreibt somit das raumzeitliche Verhalten eines kugelsymmetrischen schwarzen Loches aus dem

Betrachtungspunkt eines im Unendlichen ruhenden Beobachters (Schwarzschild-Koordinaten). Die roten Kurven

Vorlesung 2

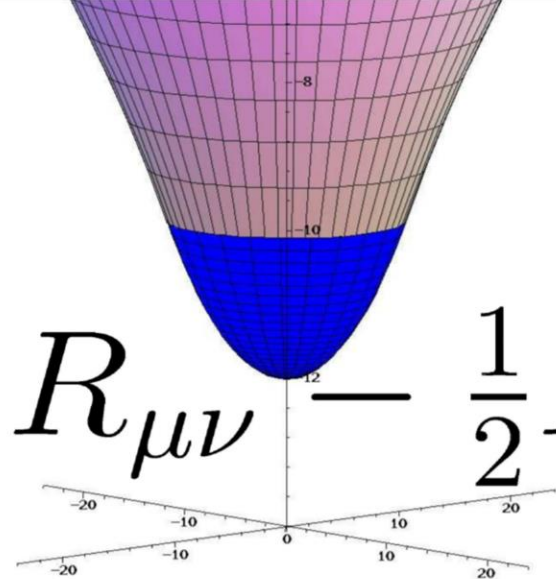
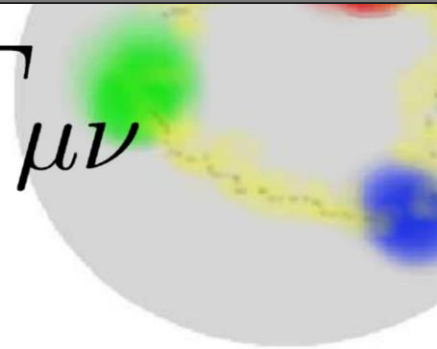
In der zweiten Vorlesung werden wir die wohl bekannteste analytische Lösung der Einsteingleichung betrachten - die sogenannte *Schwarzschild-Lösung*. Bereits einige Monate nach der Publikation von Einsteins Artikel zur Allgemeinen Relativitätstheorie im Jahre 1915, erarbeitete Karl Schwarzschild in zwei Arbeiten mögliche analytische Lösungen der neuen Theorie der Raumzeitkrümmung. In der ersten dieser Arbeiten ("über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie", siehe Schwarzschild, K., Sitzungsberichte der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften. Reimer, Berlin 1916, S. 189–196) betrachtete Herr Schwarzschild die Einsteingleichung für den freien, leeren Raum ($T_{\mu\nu} = 0 \rightarrow R_{\mu\nu} = 0$), wobei er annahm, dass sich die gesamte Materie/Energie in einem singulären Punkt im Ursprung befindet (Massenpunkt der Masse M). Die so von ihm gefundene Lösung der resultierenden Feldgleichungen ist heutzutage unter dem Namen *Schwarzschild-Metrik* bekannt und lautet:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2M}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{1 - \frac{2M}{r}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

, wobei wir ein sphärisch symmetrisches Koordinatensystem benutzt wurde ($x^\mu = (t, r, \theta, \phi)$). Diese Lösung ist von besonderer Bedeutung für astrophysikalische Betrachtungen, denn sie beschreibt einerseits die Metrik eines nicht-rotierenden schwarzen Loches und andererseits,

Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie

Vor etwa hundert Jahren (1915) stellte Albert Einstein seine „Allgemeine Relativitätstheorie“ (ART) der Öffentlichkeit vor.


$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$


Die ART ist eine sehr revolutionäre Theorie. Sie besagt, dass jegliche Energieformen (z.B. Masse eines Körpers) die „Raumzeit“ verbiegen und durch diese Krümmung des Raumes und der Zeit die Gravitation (Schwerkraft) resultiert. -> Raumzeit-Krümmung = Energie

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

General Theory of Relativity on the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main
(Sommersemester 2021)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Frankfurt am Main 04.04.2021

Erster Vorlesungsteil: Allgemeine Relativitätstheorie mit Python

In diesem Python Jupyter Notebook werden die grundlegenden Größen der allgemeinen Relativitätstheorie (z.B. die Metrik der Raumzeit, Christoffel Symbole, Ricci- und Einstein-Tensor) am Beispiel einer allgemeinen statischen und isotropen Raumzeit in Python berechnet. Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der tensoriellen Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie können mithilfe von Computeralgebra-Systemen erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein- und Geodätengleichung sind in schon vordefinierten Python Modulen implementiert, und analytische Berechnungen können durchgeführt und entsprechende Lösungen berechnet und visualisiert werden.

Es werden zwei unterschiedliche Python Module ([GraviPy](#) und [EinsteinPy](#)) vorgestellt, mit denen man die Berechnungen vereinfachen kann. Beide Module basieren auf dem Modul [SymPy](#), welches symbolische Berechnungen mit Python

Auf der OLAT Seite des Kurses
finden Sie die Jupyter Notebooks
zum Ansehen
und zum Herunterladen

Jupyter Notebook

Allgemeine Relativitätstheorie mit Python



Startseite

Lehren & Lernen

Kursangebote

Suche "Hanau..."

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

Literaturverzeichnis

Einschreibung

Kursinhalt

Vorlesungsaufzeichnung

Aufgaben

Programme

Einführung in Jupyter Notebooks

Allgemeine Relativitätstheorie mit Python

Jupyter Notebooks

Mitteilungen

Forum

Gruppen

Die Schwarzschild Lösung

1915 Einsteins Gravitation:
Krümmung der „Raumzeit“

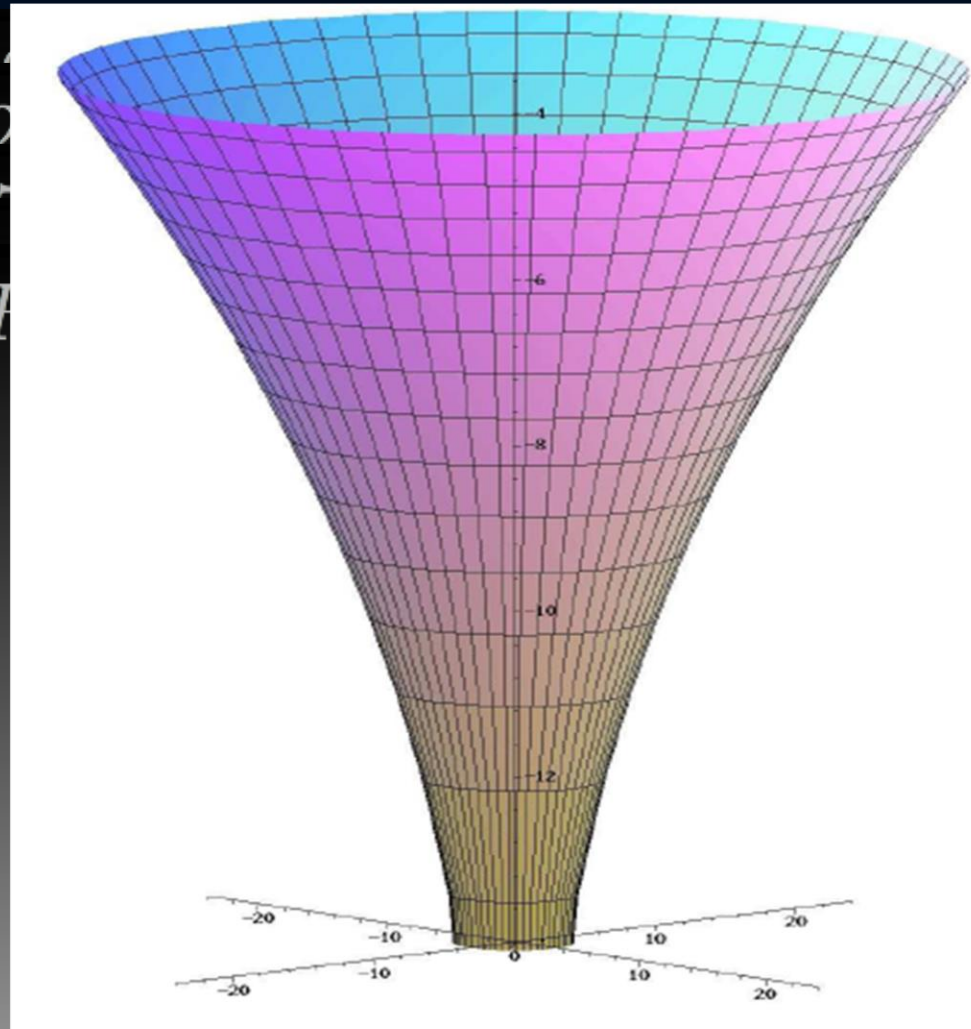
1916 Karl Schwarzschild:

... geboren 1873 in Frankfurt nahe dem Haus der Rothschild's. Erste Lösung der ART – drei Monate nach Einsteins Artikel! Aussenraummetrik eines nichtrotierenden schwarzen Loches.

Schwarzschild stirbt einen Monat später an einer Infektion die er sich an der russischen Front einfing...



Schwarze Löcher und der Raumzeit-Trichter



M: Masse des Objektes
R: Radius des Objektes
 g_{tt} : Metrik der Raumzeit

$$\sqrt{-g_{tt}}$$

Wir sind über den
Grenzwert
gekommen und
haben ein schwarzes
Loch erzeugt!

**Eingebettetes Diagramm
der räumlichen Hypersphäre der
Raumzeit-Struktur eines schwarzen Lochs**

Grenzwert der Krümmung

und nicht mehr möglich

Herleitung der Schwarzschild Metrik

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} e^{\nu(r,t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{\lambda(r,t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.26)$$

$$ds^2 = c^2 e^{\nu(r,t)} dt^2 - e^{\lambda(r,t)} dr^2 - r^2 (\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2) \quad (2.27)$$

Die Masse eines kugelsymmetrischen schwarzen Loches befindet sich (wie wir im folgenden sehen werden) konzentriert im Ursprung, so dass der gesamte Raum (ohne den Punkt $r = 0$) Energieimpulstensor verschwindet demnach im Außenraum $r > 0$, so dass sich die Einsteingleichung (Gl. 2.23) wie folgt

$$\begin{aligned} R^{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g^{\mu\nu} &= 8\pi\kappa T^{\mu\nu} = 0 \\ \Rightarrow R^{\mu\nu} &= 0 \end{aligned}$$

Setzt man diesen sphärisch symmetrischen Ansatz der Metrik in die Einsteingleichung ein, so erkennt man dass die Lösung zeitunabhängig sein muss (Birkhoff-Theorem). Diese Lösung wird als Schwarzschildmetrik bezeichnet und sie hängt nur von einem Parameter, der Masse des schwarzen Loches, ab

Herleitung der Schwarzschild Metrik

wird als Schwarzschildradius bezeichnet

$$R_S = \frac{2G M}{c^2} . \quad (2.36)$$

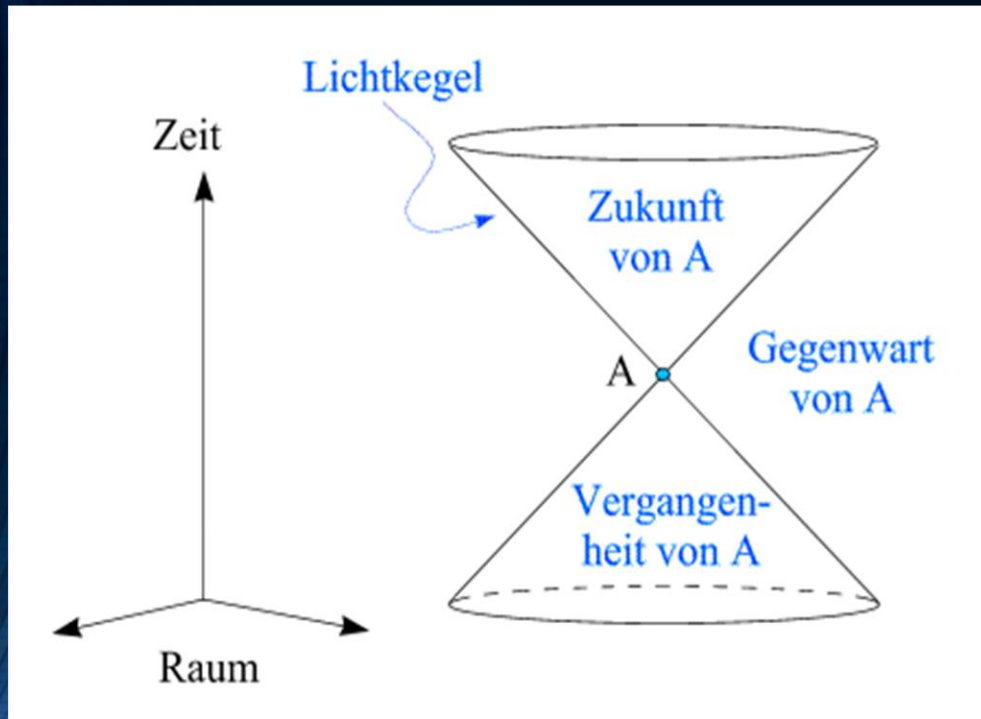
Die Schwarzschildmetrik und das zugehörige Weglängenelement nimmt nun die folgende Form an

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$ds^2 = c^2 \left(1 - \frac{R_S}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{R_S}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2) .$$

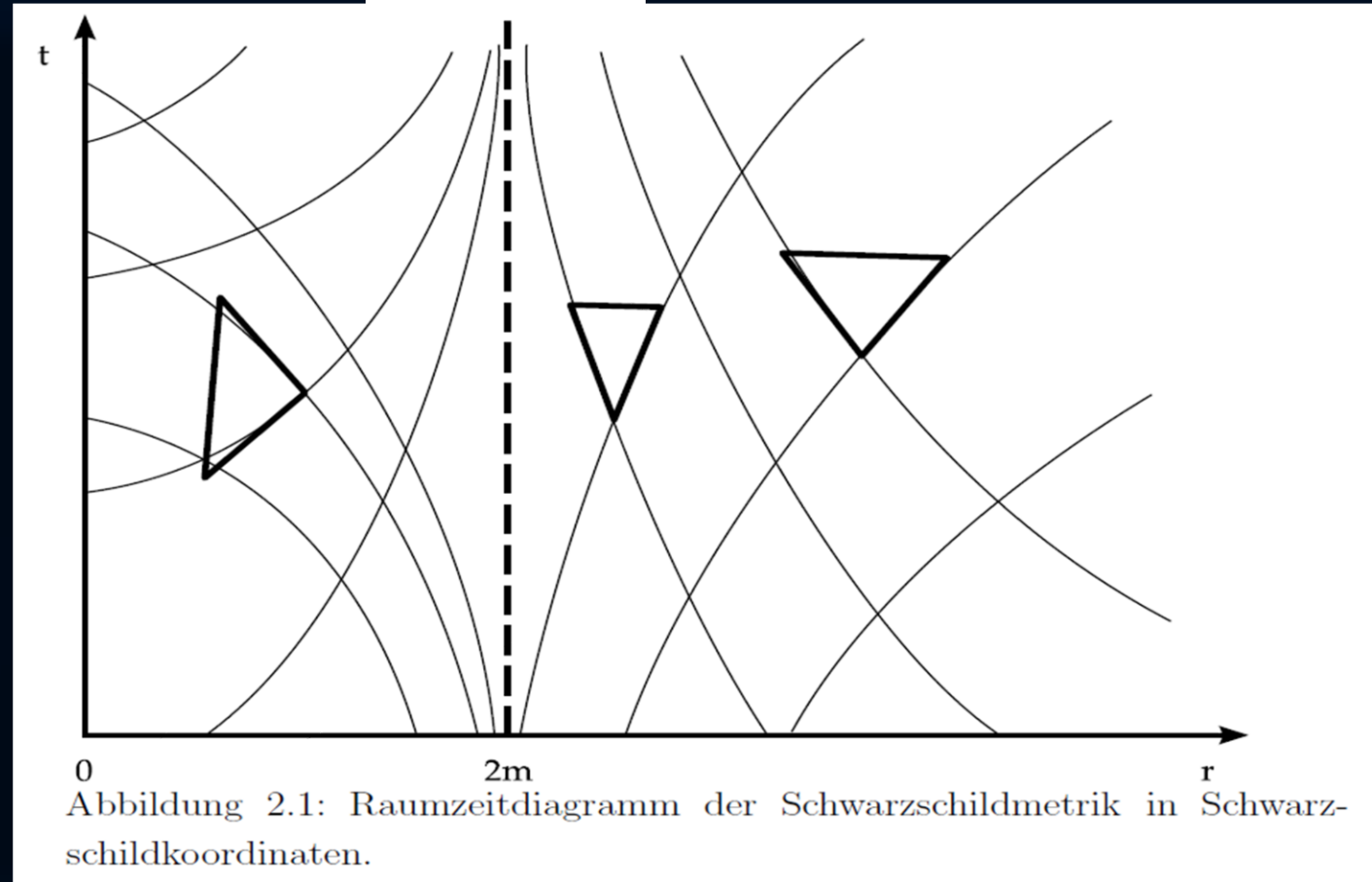
Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise ruhender Beobachter im Unendlichen



Raumzeit-Struktur
im flachen Raum

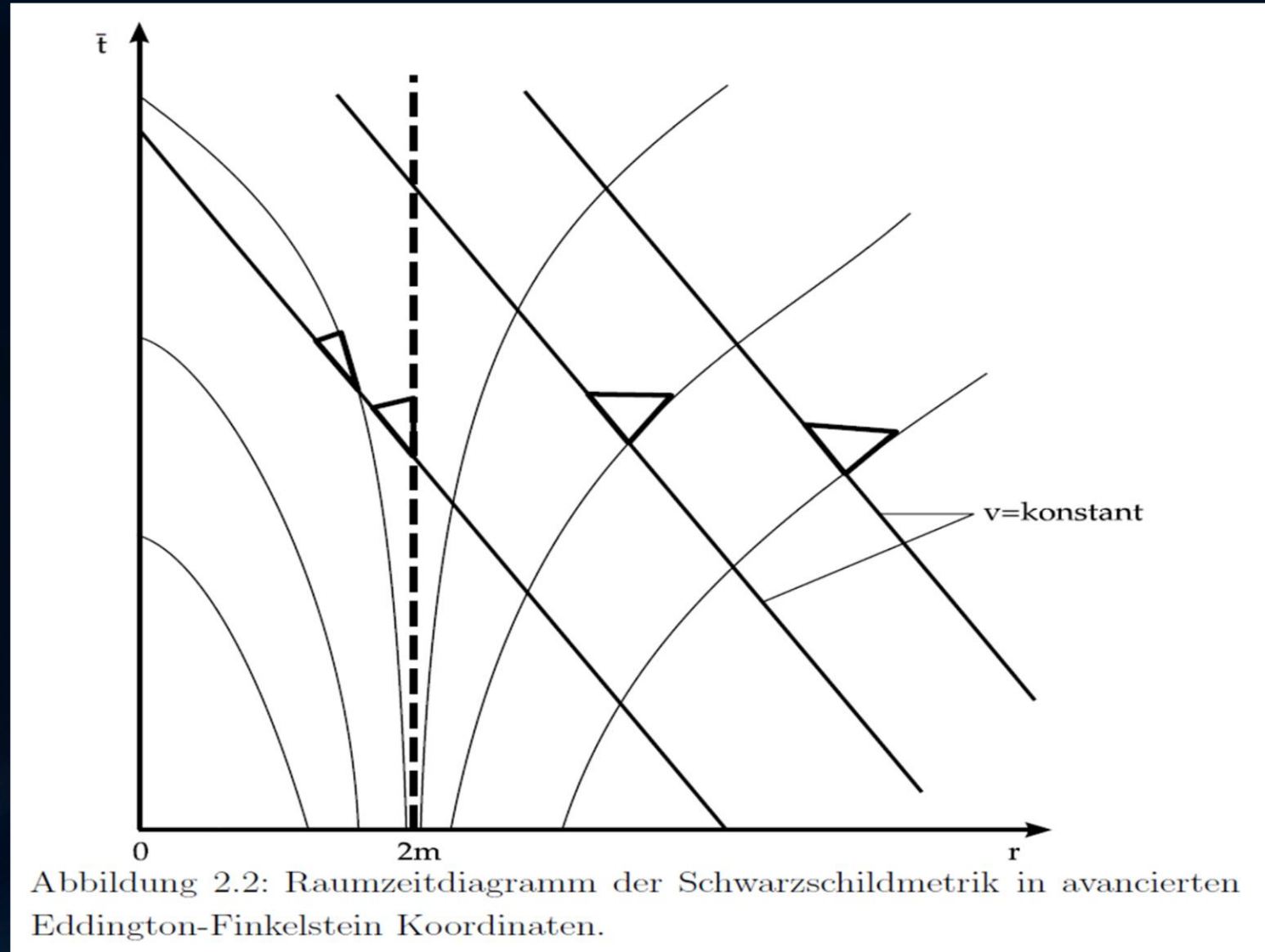
Ereignis-
horizont



Raumzeit-Struktur um ein schwarzes Loch

Raumzeit-Diagramm eines schwarzen Loches

Sichtweise eines in das schwarze Loch fallenden Beobachters



Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

General Theory of Relativity on the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main (Sommersemester 2021)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Frankfurt am Main 04.04.2021

Erster Vorlesungsteil: Allgemeine Relativitätstheorie mit Python

Grundlegende Größen der Allgemeinen Relativitätstheorie mit EinsteinPy

Beispiel: Die Schwarzschildmetrik

Im Folgenden werden einige grundlegende Größen der allgemeinen Relativitätstheorie mit dem Python Modul "EinsteinPy" berechnet. Zunächst wird das Python Modul "EinsteinPy" eingebunden, welches auf dem Modul SymPy basiert und symbolische Berechnungen in der Allgemeinen Relativitätstheorie relativ einfach möglich macht. EinsteinPy kann einfach mit "pip install einsteinpy" in einem Terminal installiert werden und stellt zusammen mit dem Modul SymPy ein wichtiges Tool der Computer Algebra Systeme im Bereich der allgemeinen Relativitätstheorie dar. Weiteres über das Modul finden Sie unter [EinsteinPy - Making Einstein possible in Python](#).

Bereits einige Monate nach der Publikation von Einsteins Artikel zur Allgemeinen Relativitätstheorie (siehe [Einstein, A. 1915, Preuss. Akad. Wiss. Berlin, Sitzungsber., 778-786](#)) erarbeitete Karl Schwarzschild in seinen möglichen analytischen Lösungen der neuen Theorie der Raumzeitkrümmung. In der ersten dieser Arbeiten ("Über das Gravitationsfeld eines [Schwarzschild, K., Sitzungsberichte der Königlich-Preussischen Akademie der Wissenschaften](#) betrachte Herr Schwarzschild die Einstein-Gleichung für den

Auf der OLAT Seite des Kurses finden Sie die Jupyter Notebooks zum Ansehen und zum Herunterladen

Jupyter Notebook

Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Startseite | Lehren & Lernen | Kursangebote | Allgemeine Relativitätstheorie...

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

- Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer
 - Literaturverzeichnis
 - Einschreibung
 - Kursinhalt
 - Vorlesungsaufzeichnung
 - Aufgaben
 - Programme
 - Einführung in Jupyter Notebooks
 - Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Python Modul "EinsteinPy"
 - Eigenschaften der Schwarzschild-Metrik
 - Radialer Fall eines Probekörpers in der Schwarzschild-Metrik
 - Jupyter Notebooks
 - Mitteilungen
 - Forum
- Gruppen
 - Mitglieder
 - Kurs-Gruppe Allgemeine Relativitätstheorie

Sommersemester 2021

Allgemeine Relativitätstheorie

Verantwortliche/r: Matthias Hanauske

Allgemeine Relativitätstheorie

In dieser Vorlesung werden die Studierenden lernen die Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie zu berechnen und die Ergebnisse zu visualisieren. In der ersten Vorlesung werden die Grundlagen der Allgemeinen Relativitätstheorie behandelt. Möglicherweise wird auch ein Schwarzes Loch oder ein Gravitationswellen beobachtet. Weitere Informationen unter [Allgemeine Relativitätstheorie](#)

Literaturverzeichnis

- Internetseite der Vorlesung
- "General relativity : An introduction for physicists"
- "Gravity : An introduction to Einstein's general relativity"

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

General Theory of Relativity on the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main (Sommersemester 2021)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Frankfurt am Main 04.04.2021

Erster Vorlesungsteil: Allgemeine Relativitätstheorie mit Python

Teil I: Radialer Fall eines Probekörpers

Im Folgenden wird die Geodätengleichung in vorgegebener Schwarzschild Raumzeit betrachtet. Die Geodätengleichung beschreibt wie sich ein Probekörper (Masse Probekörper $m \ll M$ Masse schwarzes Loch) im Raum bewegt und sagt voraus, dass diese Bewegung sich stets entlang der kürzesten Kurve, in der durch die Metrik beschriebenen gekrümmten Raumzeit, vollzieht. Zunächst wird das Python Modul "EinsteinPy" eingebunden, welches auf dem Modul SymPy basiert und symbolische Berechnungen in der Allgemeinen Relativitätstheorie relativ einfach möglich macht.

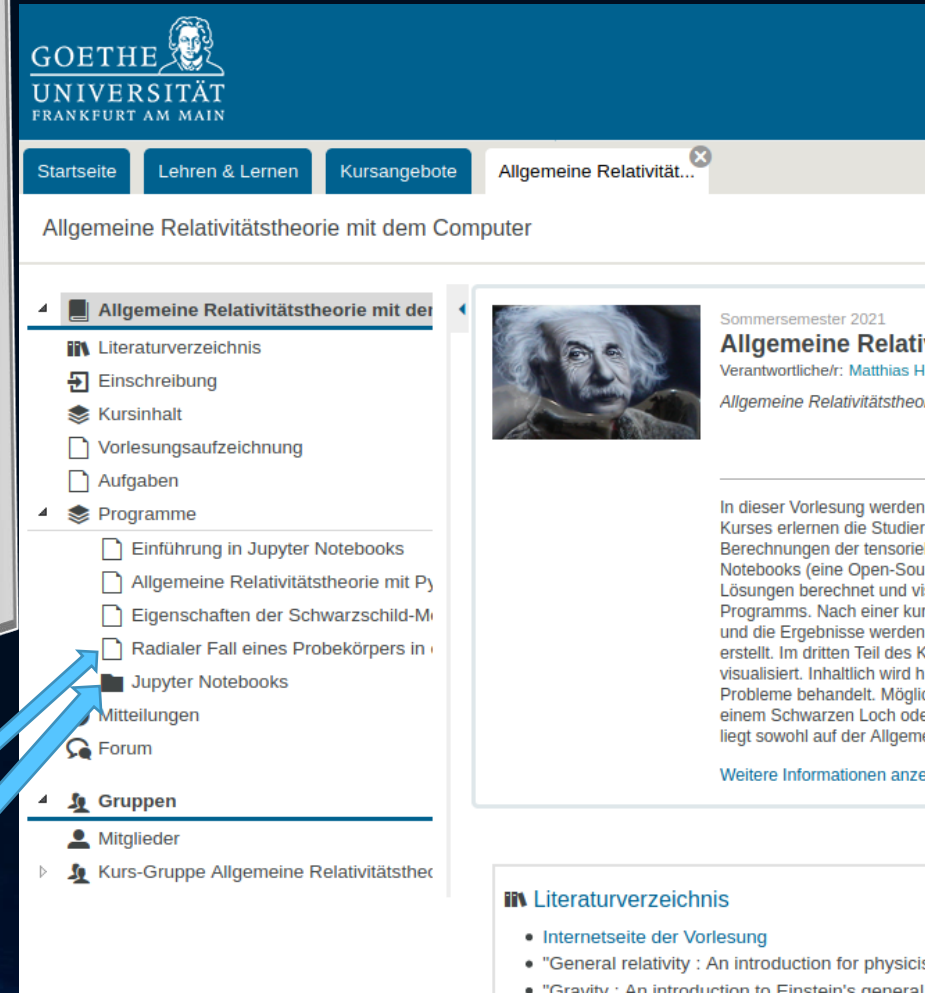
Definition der Koordinaten und der kovarianten Raumzeit-Metrik der Schwarzschildmetrik:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{2M}{r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix}$$

Auf der OLAT Seite des Kurses finden Sie die Jupyter Notebooks zum Ansehen und zum Herunterladen

Jupyter Notebook

Radialer Fall eines Probekörpers in ein nicht-rotierendes Schwarzes Loch



GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Startseite | Lehren & Lernen | Kursangebote | Allgemeine Relativität...

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

- Allgemeine Relativitätstheorie mit der
- Literaturverzeichnis
- Einschreibung
- Kursinhalt
- Vorlesungsaufzeichnung
- Aufgaben
- Programme
 - Einführung in Jupyter Notebooks
 - Allgemeine Relativitätstheorie mit Py
 - Eigenschaften der Schwarzschild-M
 - Radialer Fall eines Probekörpers in
 - Jupyter Notebooks
- Mitteilungen
- Forum

Gruppen

- Mitglieder
- Kurs-Gruppe Allgemeine Relativitätsthe

Sommersemester 2021

Allgemeine Relati

Verantwortliche/r: Matthias H

Allgemeine Relativitätstheo

In dieser Vorlesung werden

Kurses erlernen die Studien

Berechnungen der tensorie

Notebooks (eine Open-Sou

Lösungen berechnet und vi

Programms. Nach einer kur

und die Ergebnisse werden

erstellt. Im dritten Teil des K

visualisiert. Inhaltlich wird h

Probleme behandelt. Möglic

einem Schwarzen Loch ode

liegt sowohl auf der Allgem

Weitere Informationen anze

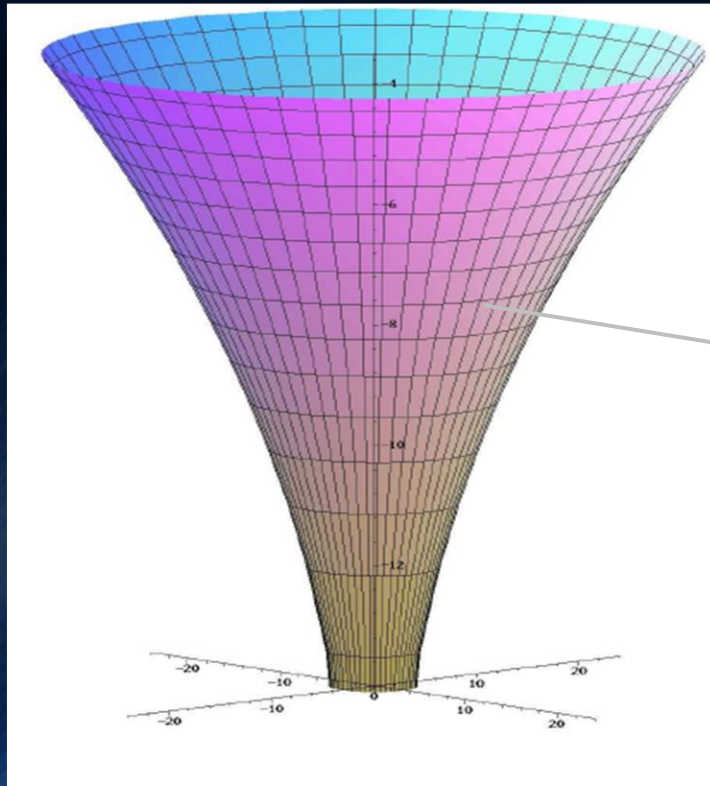
Literaturverzeichnis

- Internetseite der Vorlesung
- "General relativity : An introduction for physicis
- "Gravity : An introduction to Einstein's gen

Das deutsche Parlamentsgebäude

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)

Der Raumzeit-Trichter im Reichstagsgebäude



Das deutsche Parlamentsgebäude

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Ereignis-
horizont

Ereignishorizont

Echte Singularität

Das deutsche Parlamentsgebäude

(die wohl beste Veranschaulichung der wesentlichen Eigenschaften eines schwarzen Loches)



Der Aufzug im Reichstagtagsgebäude befindet sich ca. bei $3/2 * R_s$

Black holes and the German Reichstag

One day a couple of years ago I was attending a meeting of the German Astronomical Society in Berlin, when I was gripped with an almost irrepressible sense of inner unrest. There was no other option – I simply had to leave the lecture halls of the Technical University and enjoy the gorgeous day outside. Before I left, however, I carefully taped my poster to the wall between the entrances to the men's and women's toilets, which seemed the perfect spot for it. Every congress delegate would now be forced – subliminally at least – to notice my creation.

After leaving the university buildings, I first soaked up the summer sunshine in the zoological gardens before heading towards the Reichstag – the home of the German parliament. As I did so, my thoughts wandered off in a different direction. What a waste of time, it occurred to me, all those boring lectures are. What physics desperately needs, I reasoned, is a new and exciting way of presenting the subject.

Unfortunately, modern physics is impossible to comprehend using intuition alone. How can bizarre concepts such as the curvature of space-time or the event horizon of a black hole be understood? What possible imagery could help non-scientists to grasp the significance and vital importance of some of the major insights of theoretical physics? Finding a simple way of conveying those ideas seemed an impossible task.



The funnel looks exactly like the diagrams used to illustrate the curvature of a black hole

Along the barrier are displayed various photographs of decisive events in German history that are designed to remind visitors of their responsibilities to the future. They are a warning against forgetfulness and against the repression of the Nazi era.

Suddenly I saw the significance of the information frozen on the pictures. Just as the politicians sit in the inner area of the black hole from which no useful information ever escapes, so the pictures represent external

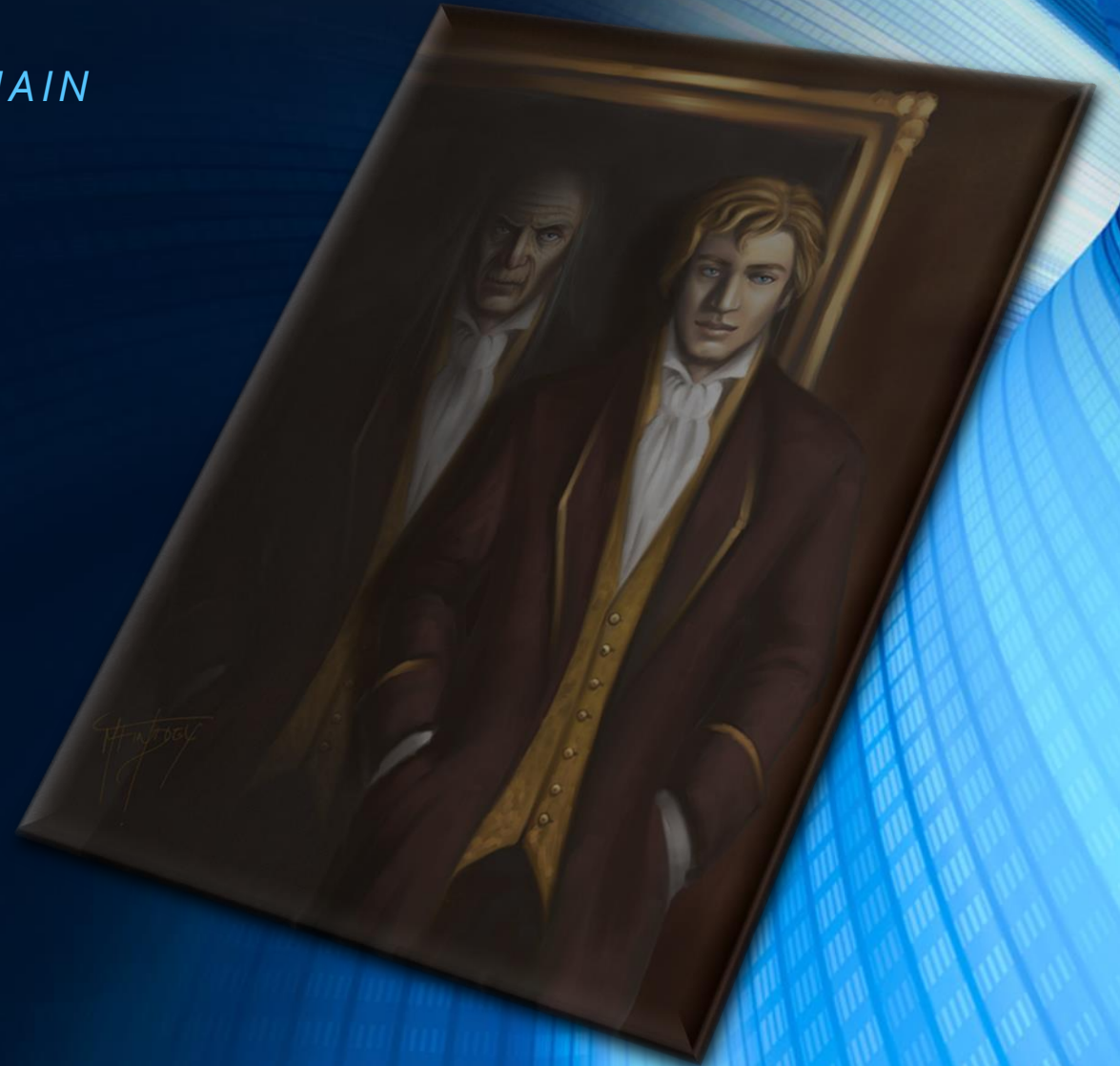
Das Bildnis des schwarzen Lochs

*ASTRONOMIE AM FREITAG (7. APRIL 2017)
IM PHYSIKALISCHEN VEREIN IN FRANKFURT AM MAIN*

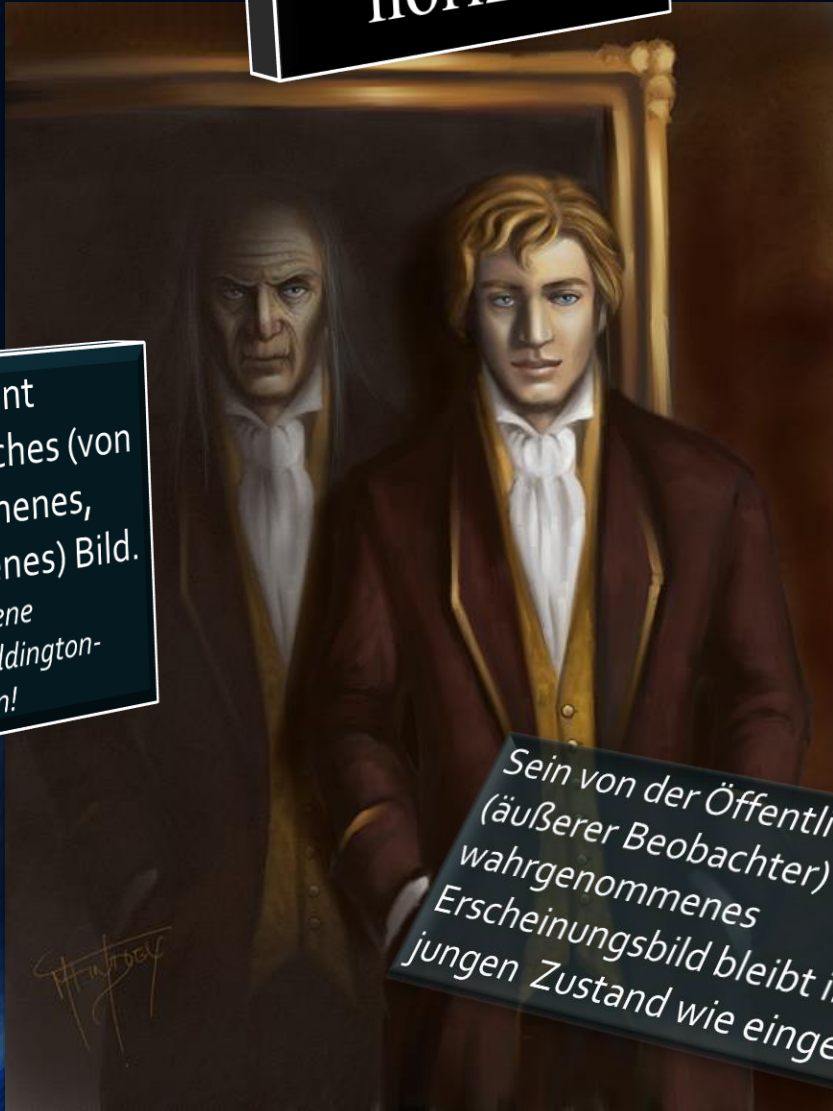


Oscar Wilde

Das Bildnis des
Dorian Gray



Ereignis- horizont



Im Spiegel erscheint jedoch sein wirkliches (von ihm wahrgenommenes, moralisch verfallenes) Bild.
Transformation ins eigene Koordinatensystem, Eddington-Finkelstein Koordinaten!

Sein von der Öffentlichkeit (äußerer Beobachter) wahrgenommenes Erscheinungsbild bleibt im jungen Zustand wie eingefroren.

Für den äußeren Beobachter friert das Bild des Körpers, der in das schwarze Loch fällt, am Ereignishorizont ein. Der Körper selbst übertritt jedoch die Grenze und fällt weiter in die echte Singularität im Ursprung.

Dorian Gray wird in das schwarze Loch der moralischen Abgründe gezogen und übertritt eine Grenze von der aus er nicht mehr zurück kann.

Notizen Evaluieren Feedback Drucken Inf

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Programmieren mit OpenMP/MPI](#) [Teil III: Computersimulationen mit dem Einstein-Toolkit](#) [Aufgaben](#)

Vorlesung SS 2020

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

(General Theory of Relativity on the Computer)

Die mathematisch anspruchsvollen Gleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) in den Vorlesungen analysiert. Im ersten Teil des Kurses erlernen die Studierenden die Verwendung von Maple und Mathematica. Die oft komplizierten und zeitaufwendigen Berechnungen der ART können mit Hilfe dieser Programme erleichtert werden. Diverse Anwendungen der Einstein-

[Kursübersicht](#)

Besuchen Sie die [Kurs-/Community-Übersicht](#), um alle LON-CAPA-Kurse und -Communities der Institution "Johann Wolfgang Goethe Universität Frankfurt am Main" zu betrachten. Falls ein Kurs in der folgenden Liste Ihrer derzeitigen Kurse **nicht** angezeigt wird, können Sie sich in der Kursübersicht in diesen Kurs selbst eintragen, sofern die Selbsteintragung für diesen Kurs aktiviert ist.

Wählen Sie den gewünschten Kurs aus

	Benutzerrolle	Bereich	Anfang	Ende
Auswählen	Student/in	Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer (SS 2020) Kursüberblick	Do., 23. April 2020, 10:53:23 Uhr (CEST)	Mi., 20. Okt. 2021, 10:53:23 Uhr (CEST)

Einloggen

Benutzerkennung:

Passwort:

.....

Domäne:

ufm

Einloggen

[Login-Hilfe](#)
[Passwort vergessen?](#)
[Helpdesk kontaktieren](#)
[Kurs-/Community-Übersicht](#)

Domäne: ufm
Server: ufml1 (library)
Serverlast: 0.0 Prozent
 2.11.2-2017061214

The LearningOnline Network with CAPA

Benutzerkennung und Passwort haben Sie per E-Mail erhalten

Lon Capa Übungsaufgaben

Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. [Matthias Hanauske](#)

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I: Analytische Berechnungen und numerische Simulationen in Maple](#)

[Teil II: Paralleles Programmieren mit C++ und OpenMP/MPI](#)

[Teil III: Computersimulationen mit dem Einstein-Toolkit](#)

[Aufgaben](#)

Aufgaben im Kurs allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

Aufgaben im Teil I: Analytische Berechnungen und numerische Simulationen in Maple

[Berechnung von Christoffelsymbolen der Schwarzschild-Metrik](#)

[Berechnung des Riemann Tensors der Schwarzschild-Metrik](#)

[Probekörper fällt radial in ein nichtrotierendes schwarzes Loch](#)

[Geodätische Bewegung eines Probekörpers um ein nichtrotierendes schwarzes Loch](#)

[Radialer Wurf eines Probekörpers in der Nähe eines nichtrotierenden schwarzen Lochs](#)

[Berechnung eines Neutronensterns](#)

[Berechnung eines Weißen Zwergs](#)

Webmail at FIAS | LON-CAPA Christoffelsymbole der Schwarzschild-Metrik - Mozilla Firefox

https://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/res/ufm/hanauske/Versuch1/T1/Aufgaben/T1V1a.problem

Ihr Firefox ist veraltet - dies gefährdet Ihre Sicherheit. Aktualisieren Sie Firefox, um sich zu schützen. [Jetzt aktualisieren](#)

Matthias Hanauske (Kurs-Koordinator) **Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer - General Theory of Relativity on the Computer (M.Hanauske: VARTC 2018)** (Mehr ...)

Hauptmenü | Inhalt | Kurs-Editor | Was gibt's Neues | Bewertungen ▾ | Personen ▾ | Einstellungen ▾ | Öffentlich ▾ | Rolle wechseln ▾

Inhaltsverzeichnis » ... » Aufgaben » **Christoffelsymbole der Schwarzschild-Metrik**

Notizen | Linksammlung | Evaluieren | Feedback | Drucken | Info

Funktionen | Editor | Inhaltsbewertungen | Inhaltseinstellungen | Verzeichnis bearbeiten

Die folgende Metrik beschreibt die raumzeitliche Struktur eines nichtrotierendes schwarzes Loch (Schwarzschildmetrik in Schwarzschildkoordinaten):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{2M}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Die griechischen, raumzeitlichen Indices μ, ν laufen von 0..3 und entsprechen den folgenden sphärischen Koordinaten:
 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi)$. Berechnen Sie den Wert des Christoffelsymbols Γ_{01}^0 , wobei die Masse M des schwarzen Loch und der radiale Abstand r den folgenden Werten entspricht:

M=15 , r=4.6

-0.128380691543992

Korrekt!
Ihre Nachweis-Nr. ist 163-3507

[Bisherige Antworten](#)

Webmail at FIAS | LON-CAPA Riemann Tensor | https://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/res/ufm/hanauske/Versuch1/T1/Aufgaben/T1V1b.problem?symb=uploaded%2Fufm%2F6W295110537c25a6eufml1%2Fdefault_1459765405.sequence__4__ufm%2F | 150% | Suchen

Ihr Firefox ist veraltet – dies gefährdet Ihre Sicherheit. Aktualisieren Sie Firefox, um sich zu schützen. [Jetzt aktualisieren](#) [Weitere Informationen](#)

Matthias Hanauske (Kurs-Koordinator) **Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer - General Theory of Relativity on the Computer** [Neue Nachrichten](#) Rollen Hilfe [Logout](#)
 (M.Hanauske: VARTC 2018) (Mehr ...)

Hauptmenü Inhalt Kurs-Editor Was gibt's Neues Bewertungen Personen Einstellungen Öffentlich Rolle wechseln

Inhaltsverzeichnis » ... » Aufgaben » **Riemann Tensor der Schwarzschild-Metrik** Notizen Linksammlung Evaluieren Feedback Drucken Info

Funktionen [Editor](#) [Inhaltsbewertungen](#) [Inhaltseinstellungen](#) [Verzeichnis bearbeiten](#)

Die folgende Metrik beschreibt die raumzeitliche Struktur eines nichtrotierendes schwarzes Loch (Schwarzschildmetrik in Schwarzschildkoordinaten):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \left(1 - \frac{2M}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Die griechischen, raumzeitlichen Indices μ, ν laufen von 0..3 und entsprechen den folgenden sphärischen Koordinaten:
 $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi)$. Berechnen Sie den Wert des Riemann Tensors R_{0101} , wobei die Masse M des schwarzen Loch und der radiale Abstand r den folgenden Werten entspricht:

M=40 , r=4.9

[Antwort einreichen](#) [Versuche 0/20](#)

[Diskussionsbeitrag abschicken](#) [Feedback geben](#)

<https://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/adm/logout>

Die folgende Metrik beschreibt die homogene, isotrope zeitliche Entwicklung des Universums (Robertson-Walker Metrik):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a(t)^2}{1 - k r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Die Funktion $a(t)$ bezeichnet den Skalenfaktor des Universums zur Zeit t und der Parameter k kennzeichnet den Krümmungsparameter des Universums. Die griechischen, raumzeitlichen Indices μ, ν laufen von 0..3 und entsprechen den folgenden sphärischen Koordinaten: $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi)$. Berechnen Sie das Christoffelsymbols Γ_{11}^0 und geben Sie an welcher der unten stehende Ausdrücke richtig ist:

- $\Gamma_{11}^0 = \frac{k r}{1 - k r^2}$
- $\Gamma_{11}^0 = \frac{\frac{da(t)}{dt}}{1 - k r^2}$
- $\Gamma_{11}^0 = -\frac{a(t)}{1 - k r^2}$
- $\Gamma_{11}^0 = \frac{2 a(t) \frac{da(t)}{dt}}{1 - k r^2}$
- $\Gamma_{11}^0 = \frac{a(t) \frac{da(t)}{dt}}{1 - k r^2}$

Antwort einreichen | Versuche 0/2

Die folgende Metrik beschreibt die homogene, isotrope zeitliche Entwicklung des Universums (Robertson-Walker Metrik):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a(t)^2}{1 - k r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Die Funktion $a(t)$ bezeichnet den Skalenfaktor des Universums zur Zeit t und der Parameter k kennzeichnet den Krümmungsparameter des Universums. Die griechischen, raumzeitlichen Indices μ, ν laufen von 0..3 und entsprechen den folgenden sphärischen Koordinaten: $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi)$. Berechnen Sie die $(1, 1)$ -Komponente des Einsteintensors $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu}$ und geben Sie an welcher der unten stehende Ausdrücke richtig ist:

- $G_{11} = G_{rr} = -\frac{3 \left(\frac{da(t)}{dt}\right)^2 + k}{(a(t))^2}$
- $G_{11} = G_{rr} = -\frac{4 a(t) \frac{d^2 a(t)}{dt^2} + \left(\frac{da(t)}{dt}\right)^2 + k}{1 - k r^2}$
- $G_{11} = G_{rr} = -\frac{2 a(t) \frac{d^2 a(t)}{dt^2} + 2 \left(\frac{da(t)}{dt}\right)^2 + k}{1 - k r^2}$
- $G_{11} = G_{rr} = \frac{2 a(t) \frac{d^2 a(t)}{dt^2} + \left(\frac{da(t)}{dt}\right)^2 + k}{1 - k r^2}$
- $G_{11} = G_{rr} = \frac{2 a(t) \frac{d^2 a(t)}{dt^2} + \left(\frac{da(t)}{dt}\right)^2 + k}{1 - k r^4}$

Die folgende Metrik beschreibt die homogene, isotrope zeitliche Entwicklung des Universums (Robertson-Walker Metrik):

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a(t)^2}{1 - k r^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a(t)^2 r^2 \sin^2(\theta) \end{pmatrix}$$

Die Funktion $a(t)$ bezeichnet den Skalenfaktor des Universums zur Zeit t und der Parameter k kennzeichnet den Krümmungsparameter des Universums. Die griechischen, raumzeitlichen Indices μ, ν laufen von 0..3 und entsprechen den folgenden sphärischen Koordinaten: $x^\mu = (x^0, x^1, x^2, x^3) = (t, r, \theta, \phi)$. Berechnen Sie die $(0, 0)$ -Komponente des folgenden zusammengesetzten Tensors $Q^\mu{}_\nu = R^{\alpha\beta\gamma\mu} R_{\alpha\beta\gamma\nu} - \frac{1}{4} R^{\alpha\beta\gamma\lambda} R_{\alpha\beta\gamma\lambda} g^\mu{}_\nu$ und geben Sie an welcher der unten stehende Ausdrücke richtig ist:

- $Q^0{}_0 = Q^t{}_t = \frac{3 \left((a(t))^4 \left(\frac{d^2 a(t)}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 - 2k \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 - k^2 \right)}{(a(t))^4}$
- $Q^0{}_0 = Q^t{}_t = \frac{3 \left((a(t))^2 \left(\frac{d^2 a(t)}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^4 - 2k \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 - k^2 \right)}{(a(t))^4}$
- $Q^0{}_0 = Q^t{}_t = \frac{2 \left((a(t))^2 \left(\frac{d^2 a(t)}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^4 - 4k \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 - k^2 \right)}{(a(t))^4}$
- $Q^0{}_0 = Q^t{}_t = \frac{3 \left((a(t))^2 \left(\frac{d^2 a(t)}{dt^2} \right)^2 - \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^4 - 2k \left(\frac{da(t)}{dt} \right)^2 - k^2 \right)}{1 - k r^2}$