Vorlesung 2

Allgemeine Relativitätstheorie mit dem Computer

PC-Pool Raum 01.120 Johann Wolfgang Goethe Universität 18. April, 2016

Matthias Hanauske

Frankfurt Institute for Advanced Studies
Johann Wolfgang Goethe Universität
Institut für Theoretische Physik
Arbeitsgruppe Relativistische Astrophysik
D-60438 Frankfurt am Main
Germany

Allgemeines

Ort und Zeit:

PC-Pool Raum 01.120, immer Montags von 16.15 bis 17.45 Uhr
Zusätzlicher, freiwilliger Übungstermin 15.00 bis 16.15 Uhr

Vorlesungs-Materialien:

http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/VARTC/

Kurs auf der Online-Lernplatform Lon Capa:

http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/

Der letzte Vorlesungstermin am Montag den 11.07.2016 fällt aus; stattdessen wird am Montag den 04.07.2016 ein zusätzlicher Vorlesungstermin von 14.15 bis 15.45 Uhr eingerichtet.

Plan für die heutige Vorlesung:

Kurze Einführung in nichtrotierende schwarze Löcher
Wiederholung der letzten Vorlesung + Raumzeitdiagramme
Kleine Einführung in Maple und Differentialgleichungen
Geodätengleichung mit Maple lösen

Herleitung der Schwarzschild-Lösung

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} e^{\nu(r,t)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -e^{\lambda(r,t)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2\sin^2\theta \end{pmatrix} \tag{2.26}$$

$$ds^2 = c^2 e^{\nu(r,t)} dt^2 - e^{\lambda(r,t)} dr^2 - r^2 \left(\sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2\right) \tag{2.27}$$

Die Masse eines kugelsymmetrischen schwarzen Loches befindet sich (wie wir im folgenden sehen werden) konzentriert im Ursprungspunkt bei $r = 0$, so dass der gesamte Raum (ohne den Punkt $r = 0$) materiefrei ist. Der Energieimpulstensor verschwindet demnach im Außenraum identisch $T_{\mu\nu} \equiv 0$, so dass sich die Einsteingleichung (Gl. 2.23) wie folgt vereinfacht:

$$R^{\mu\nu} - \tfrac{1}{2} R\, g^{\mu\nu} = 8\pi\kappa T^{\mu\nu} = 0$$

$$\Rightarrow \qquad R^{\mu\nu} = 0 \tag{2.28}$$

Die Schwarzschild-Lösung

wird als Schwarzschildradius bezeichnet

$$R_S = \frac{2G\,M}{c^2} \quad . \tag{2.36}$$

Die Schwarzschildmetrik und das zugehörige Weglängenelement nimmt nun die folgende Form an

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= \begin{pmatrix} \left(1-\frac{R_S}{r}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\left(1-\frac{R_S}{r}\right)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r^2 \sin^2\theta \end{pmatrix} \\ ds^2 &= c^2\left(1-\frac{R_S}{r}\right)dt^2 - \left(1-\frac{R_S}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2\left(\sin^2\theta d\phi^2 + d\theta^2\right) \ . \end{aligned} \tag{2.37}$$

Raumzeitdiagramm in SS-Koordinaten

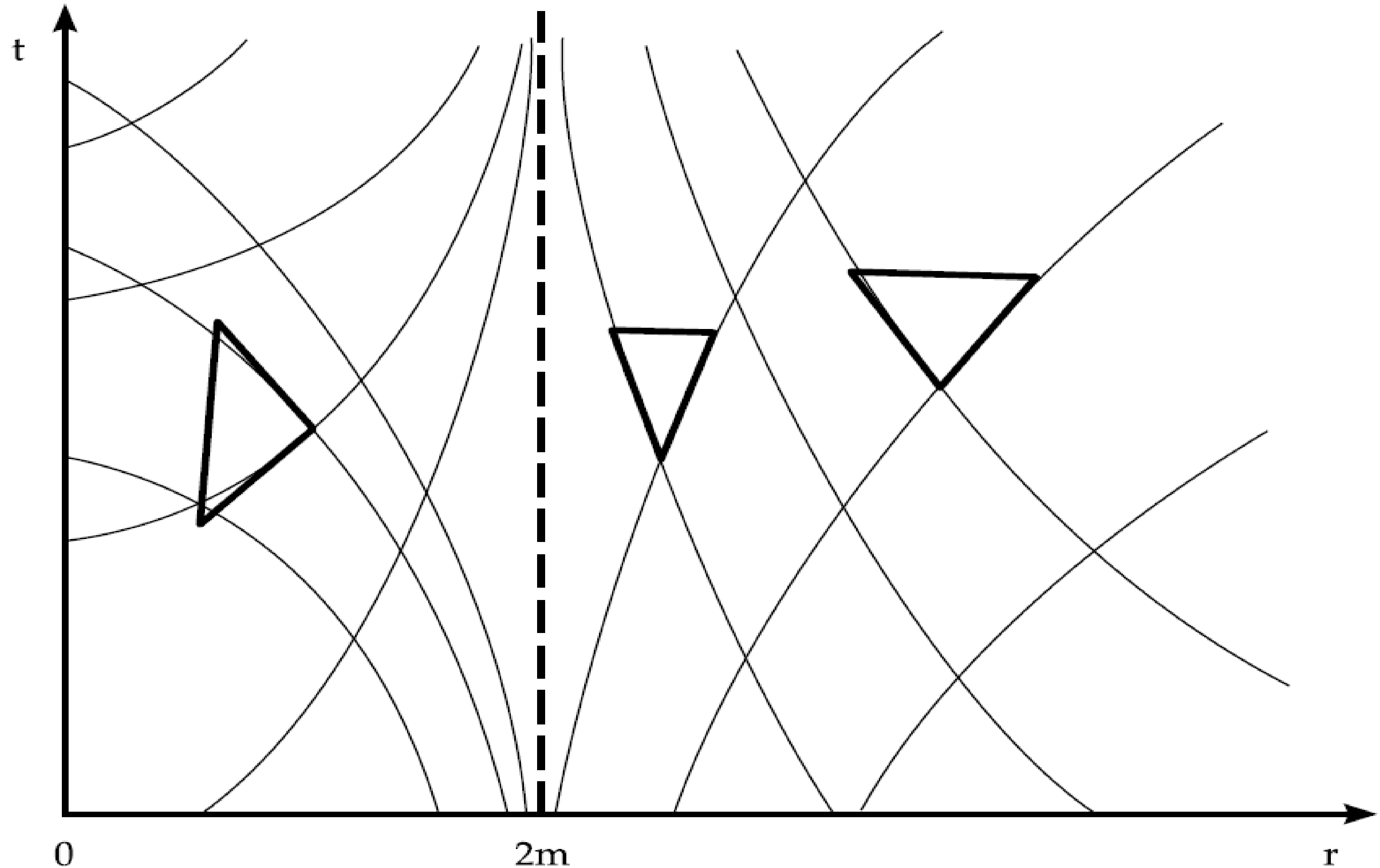


Abbildung 2.1: Raumzeitdiagramm der Schwarzschildmetrik in Schwarzschildkoordinaten.

Raumzeitdiagramm in EF-Koordinaten

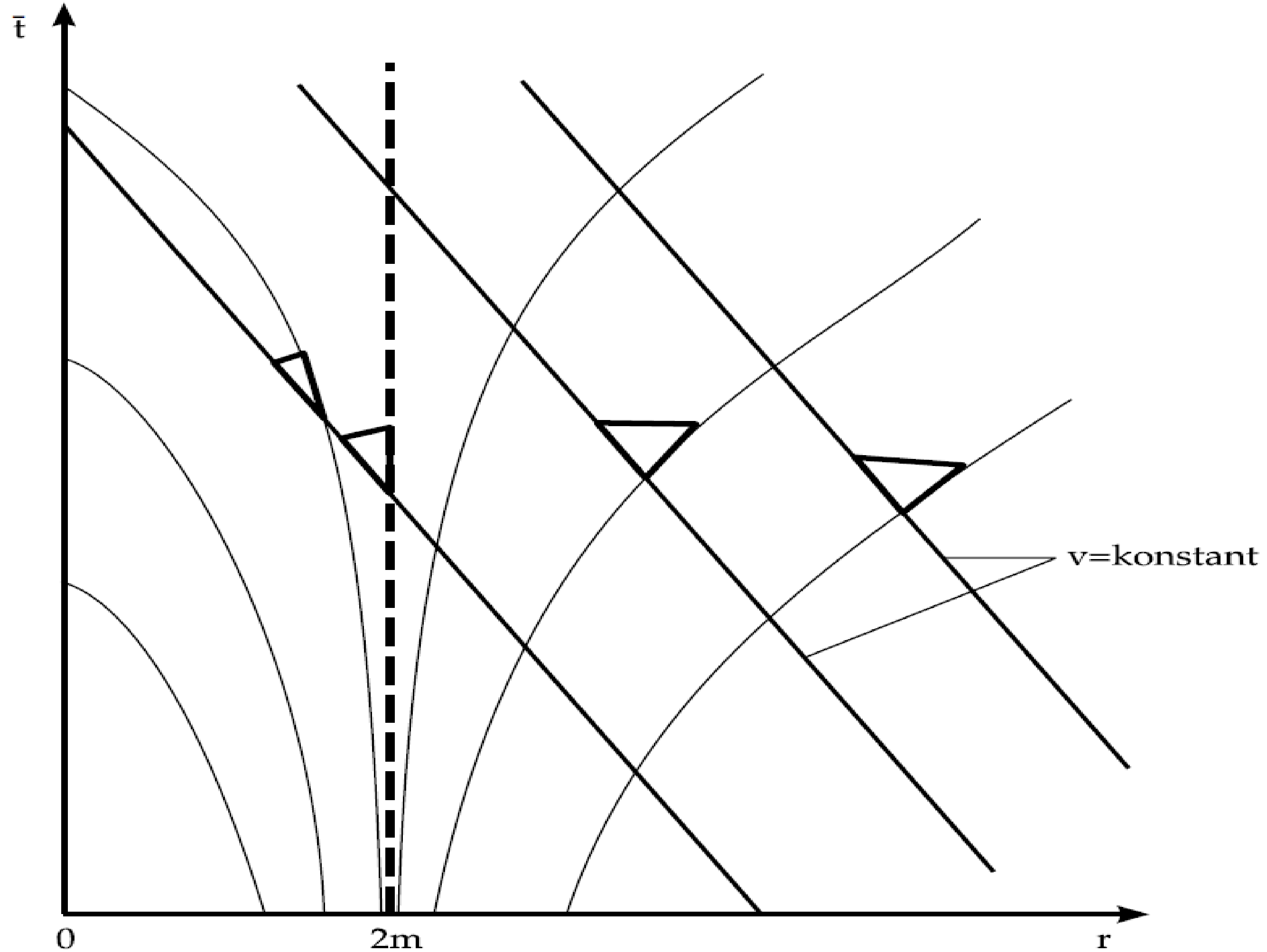


Abbildung 2.2: Raumzeitdiagramm der Schwarzschildmetrik in avancierten Eddington-Finkelstein Koordinaten.

Eingebettete Raumzeitdiagramme

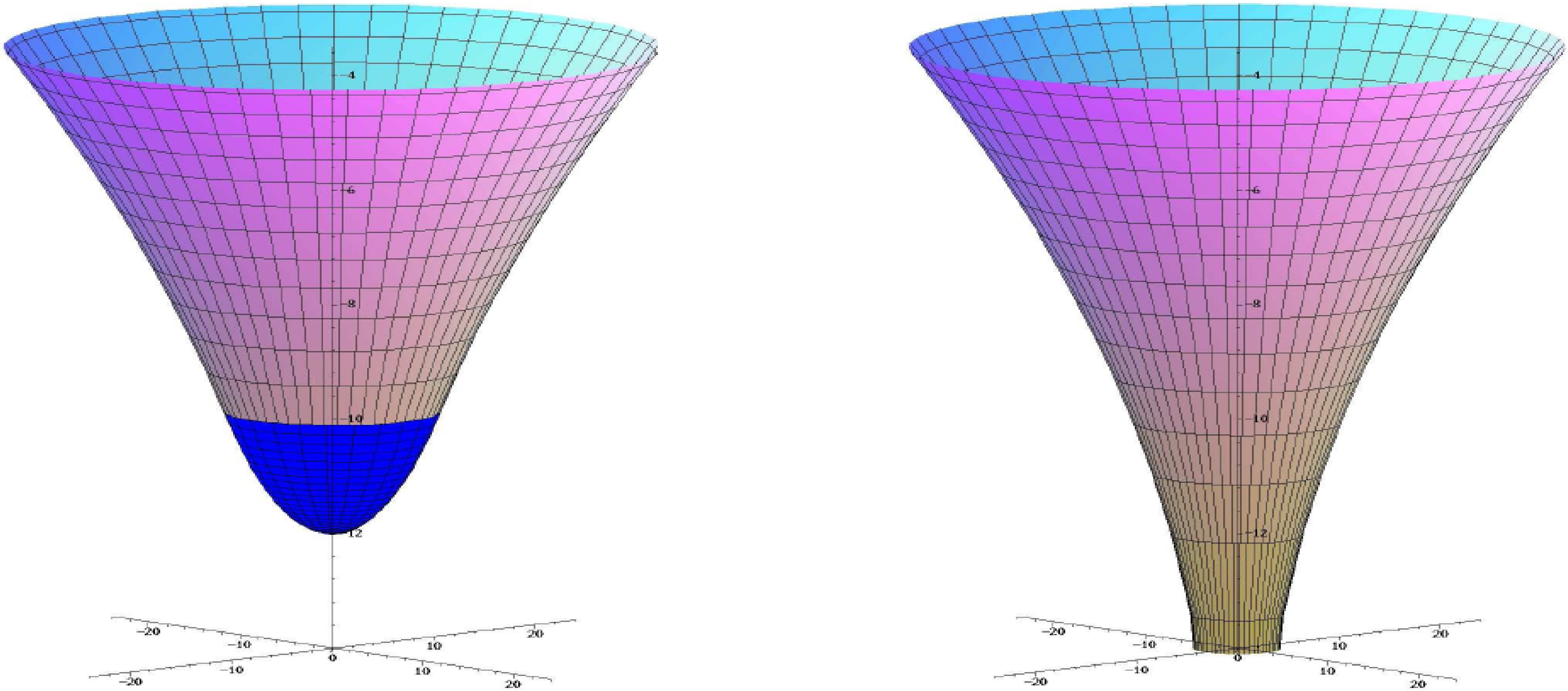
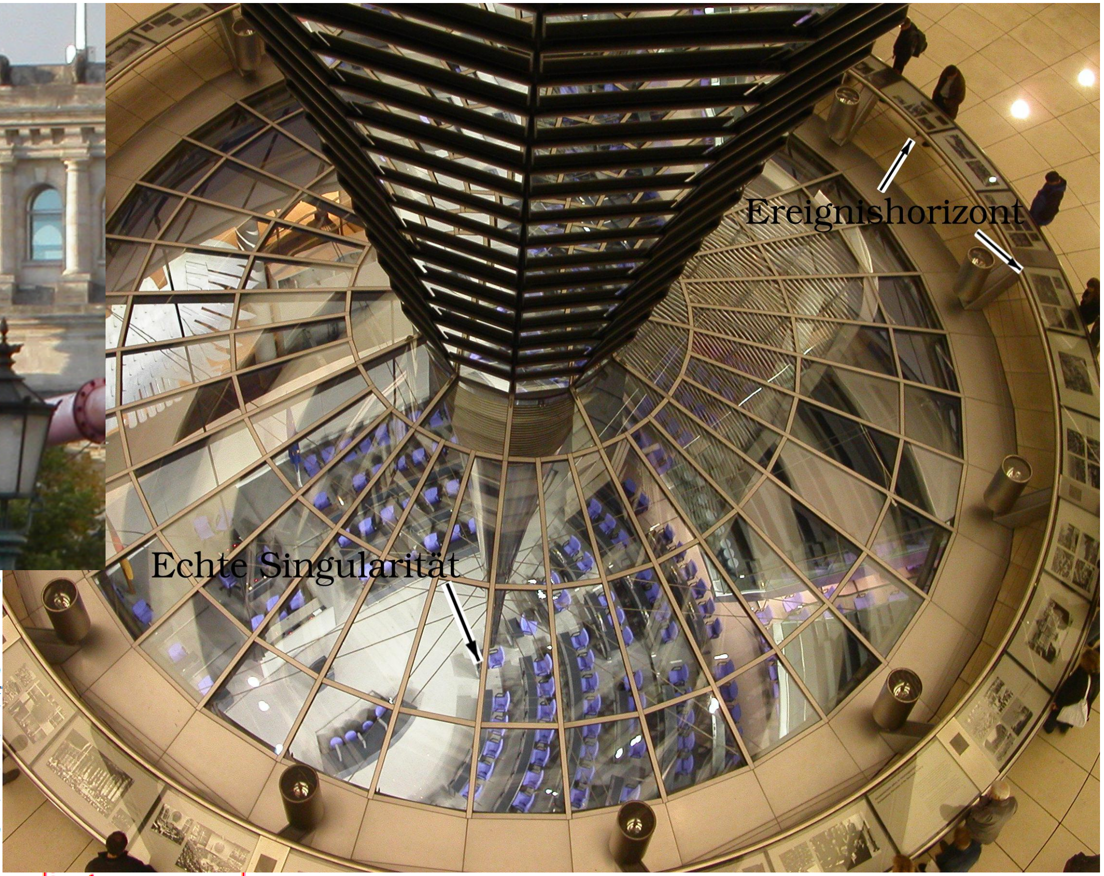


Abbildung 2.5: Eingebettetes Raumzeitdiagramm eines Neutronensterns (links) und eines schwarzen Loches (rechts) wobei $M = 1.4\, M_\odot$ und die x- und y-Achse in Einheiten km dargestellt sind.

Black holes and the German Reichstag



needs, I reasoned, is a new and exciting way of presenting the subject.

Unfortunately, modern physics is impossible to comprehend using intuition alone. How can bizarre concepts such as the curvature of space–time or the event horizon of a black hole be understood? What possible imagery could help non-scientists to grasp the significance and vital importance of some of the major insights of theoretical physics? Finding a simple way of conveying those ideas seemed an impossible task.

Lost in thought, I looked up and realized I had almost reached my desired destination as the modern glass dome

diagrams used to illustrate

sion of the Nazi era.

Suddenly I saw the significance of the information

Der Artikel und weitere Zusatzinformationen sind unter dem folgenden Link erhältlich:
http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/new/LateralThougts.html