

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
20.12.2019*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

10. Vorlesung

Inhalte von Teil III

Einführung

Teil I

Teil II

Teil III

E-Learning

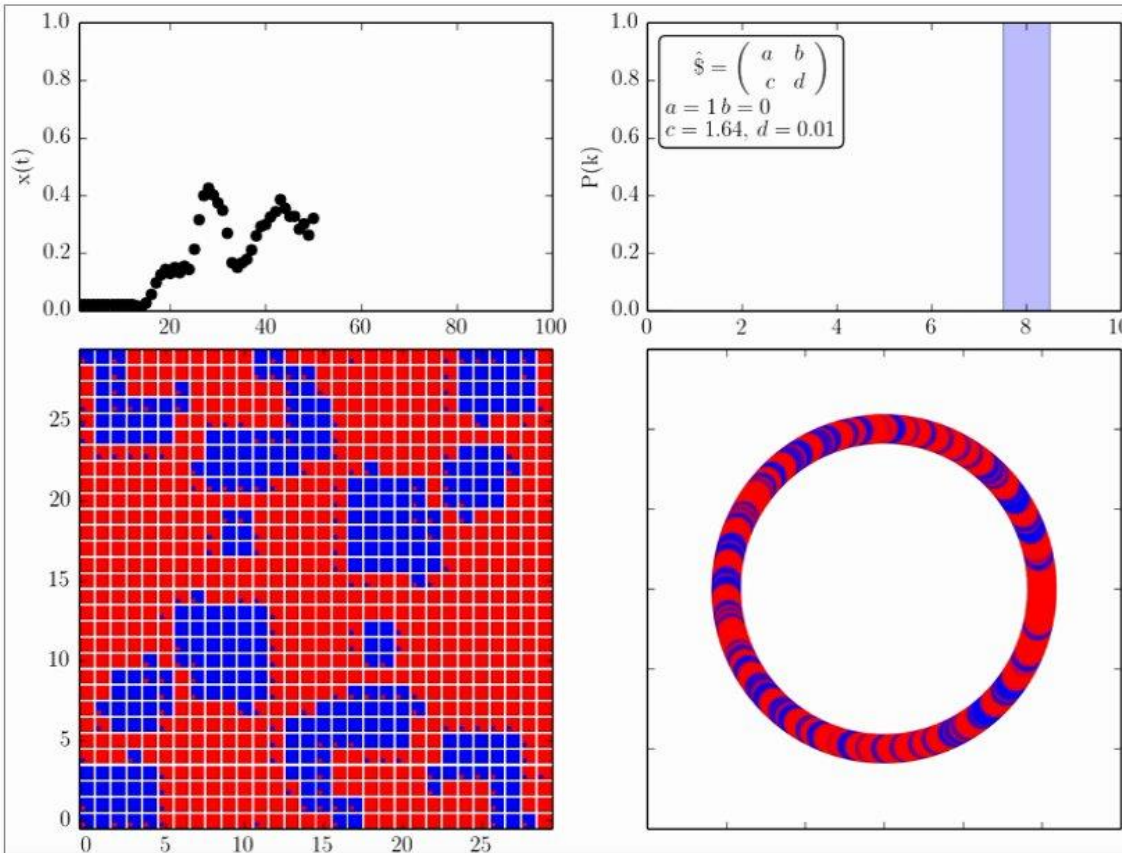
III.1 Evolutionäre Dynamik auf komplexen Netzwerkstrukturen

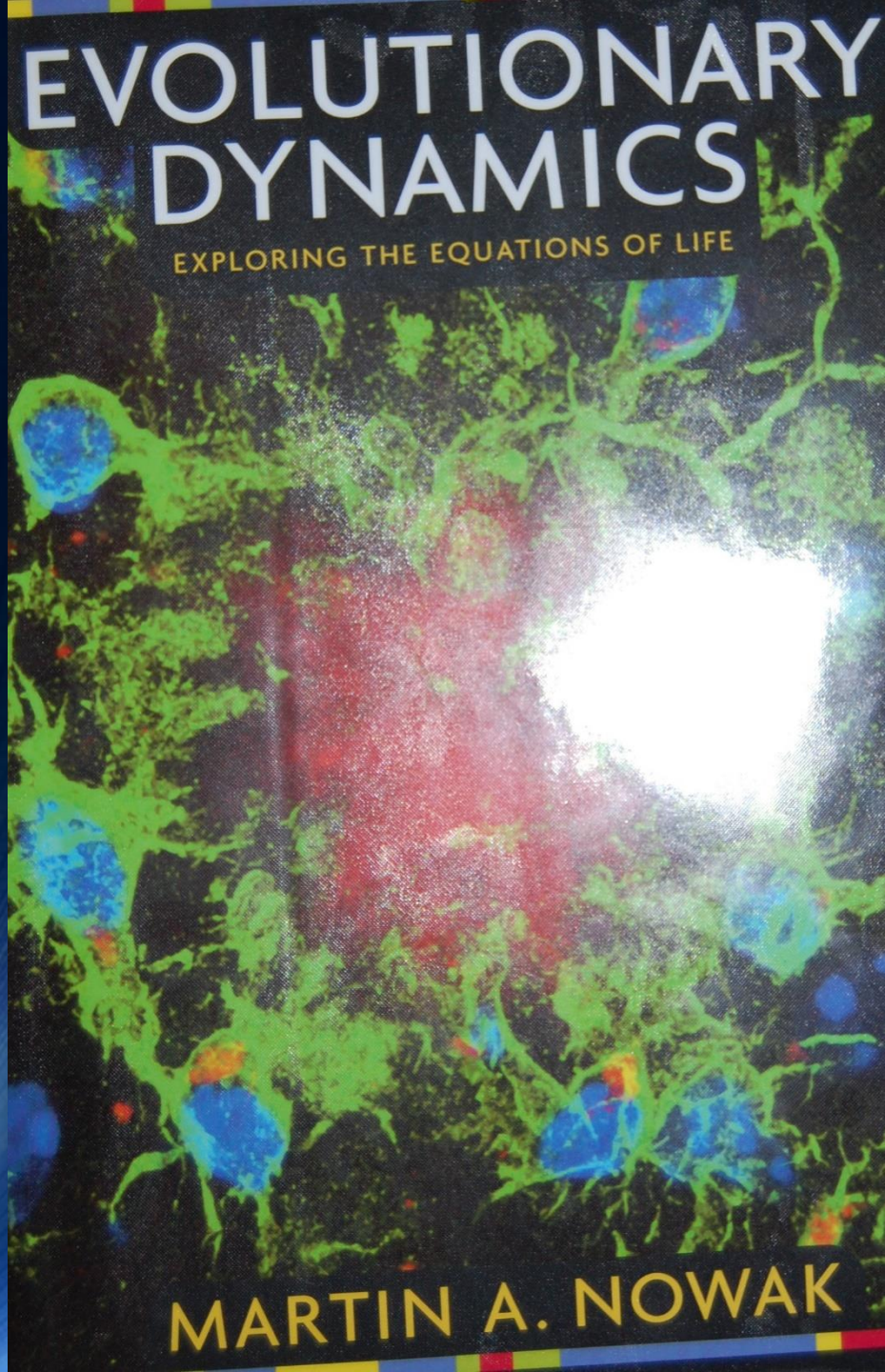
Die Verknüpfung der Theorie komplexer Netzwerke (siehe Teil II der Vorlesung) mit der evolutionären Spieltheorie (siehe Teil I der Vorlesung) stellt ein vielversprechendes mathematisches Modell dar, welches sowohl der interdisziplinären Grundlagenforschung, als auch der angewandten, empirischen Netzwerkforschung dienen kann. In diesem Kapitel wird die Vorgehensweise einer Miteinbeziehung komplexer Netzwerktopologien in die evolutionäre Spieltheorie beschrieben. Die dann auf einem solchen komplexen Netzwerk ablaufenden Entscheidungsprozesse können in den meisten Fällen lediglich mittels numerischer, agenten-basierter Computersimulationen veranschaulicht werden.

III.1.1 Spatial Games: Evolutionäre räumliche Spiele

In diesem Unterpunkt werden die Spieler einer endlich großen Population auf einem räumlichen Gitter angeordnet, wobei jeder Spieler nur mit seinen nächsten Nachbarn spielen kann (*Moore Nachbarschaft*). Das zugrundeliegende Netzwerk der Spielerknoten besitzt somit eine reguläre Struktur und im betrachteten 2-dimensionalen Fall spielt jeder Spieler pro Spielperiode mit acht Spielern (Knotengrad $k_i = 8 \forall i \in \mathcal{I}$). Wir beschränken uns im folgenden auf symmetrische 2x2-Spiele (siehe Teil I.1.4: Ansatz eines allgemeinen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels mit symmetrischer Auszahlungsmatrix und Parametern a, b, c und d). Die Spielerknoten spielen pro Iteration mit jedem ihrer Nachbarn und am Ende von jedem Zeitschritt vergleichen die Spieler ihren summierten Gewinn/Verlust mit den Nachbarspielern ihres Umfeldes. Ist die Auszahlung eines Spielers höher als der eigene Auszahlungswert, so ändern der Spieler in der nächsten Spielperiode seine Strategie; ist sein eigener Wert der höchste, so bleibt er auch in der nächsten Iteration bei seiner gespielten Strategie.

In dem oberen Link finden Sie eine Beispiel, das an das 9. Kapitel des Buches Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life, 2006 angelehnt ist und ein Gefangenendilemma auf einem räumlichen 2-dimensionalen Gitter beschreibt. In Abhängigkeit der Stärke der Dominanz der Strategie und der Anfangskonfiguration der Strategiewahl der Spieler sind unterschiedliche zeitlichen Entwicklungen der Population möglich. Die nebenstehende Animation zeigt die zeitliche Entwicklung einer speziellen sogenannten *Walker*-Anfangsbedingung, die nach der Kollision der beiden *Walker*-Strukturen eine Art explosionsartige Ausbreitung der blauen Strategie verursacht (siehe Python Skript VPSOC-RandomNetwork_evol.py). Das linke obere Diagramm veranschaulicht die zeitliche Entwicklung des Populationsvektors $x(t)$. Obwohl die klassische evolutionäre Spieltheorie vorhersagt (siehe Teil I), dass der Anteil der Spieler die die dominante rote Strategie wählt im Laufe der Zeit kontinuierlich zunehmen sollte und gegen den Wert $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t)) = 0$ konvergiert, bildet sich bei





Einführung in Teil III

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

Die folgenden Beispiele sind an das Kapitel 9 im Buch M.A. Nowak „**Evolutionary Dynamics**“ (Kapitel 9: Spatial Games) angelehnt.

Viele der in diesem Unterkapitel behandelten Systeme sind dem Buch Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life, 2006 entnommen, welches eine sehr gute und allgemein verständliche Einführung in das Themengebiet der evolutionären Dynamik darstellt. Obwohl der Fokus dieses Buches im Bereich der Evolution von biologischen Systemen liegt (siehe Kapitel 10: HIV Infection, Kapitel 11: Evolution of Virulence, Kapitel 12: Evolutionary Dynamics of Cancer, und Kapitel 13: Language Evolution), sind die Kapitel 1-9 weitgehend allgemein formuliert. Die evolutionäre Dynamik unterschiedlicher Spezien einer Tierart und der Mechanismus wie Tierarten ineinander übergehen wurde von Charles Darwin bereits im Jahre 1840 beschrieben. Im Jahre 1973 stellte John Maynard Smith eine Verbindung zwischen den Populationsgleichungen der Biologie und der evolutionären Spieltheorie her. Das Konzept der *Quasi-Spezien* (Ensemble von ähnlichen Genomen Sequenzen (Erbgut eines Lebewesens) welches durch einen Prozess der Mutation und Selektion entstanden ist) wurde von Manfred Eigen und Peter Schuster entwickelt (siehe Kapitel 3.3: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Die Struktur der Quasi-Spezien Differentialgleichung ist den Gleichungen der evolutionären Spieltheorie sehr ähnlich (siehe Bild 3.4 und 4.5: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Die evolutionäre Vorteilhaftigkeit einer Genom Sequenz wird hierbei als die *Fitness* der Quasi-Spezie bezeichnet. *Quasi-Spezien* entsprechen den Strategien der Spieltheorie und die Fitness kann als der Auszahlungswert einer Strategie aufgefasst werden. Die zeitliche Entwicklung der *Quasi-Spezien* am Beispiel des Paarungsverhalten von Eidechsen wird z.B. in siehe Sinervo, Barry, and Curt M. Lively. 'The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies.' Nature 380.6571 (1996): 240. analysiert (siehe auch Vorlesung 6). Die evolutionäre Dynamik hängt von der unterliegenden Netzwerkstruktur der beteiligten Akteure ab und skalenfreie Netzwerkstrukturen agieren hier als Verstärker der evolutionären Selektion (siehe Kapitel 8, Evolutionary Graph Theory: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Im folgenden Unterpunkt werden sie sogenannten *Spatial Games* behandelt (eine ausführliche Einführung findet sich im Kapitel 9: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life).

A **quasispecies** is a population of reproducing RNA or DNA molecules

```
ATCAGGACTCA
ATCGGGACTCA
ATCAGGAATCA
...
```

```
0000110011000110
0000110011100110
1000110011000010
...
```

4-nucleotide alphabet

Binary alphabet

Figure 3.3 The ensemble of genomes of a natural population form a quasispecies: the genomes of different individuals are similar but not identical. Biology has chosen a four-letter alphabet consisting of the nucleotides A, T, C, and G for its genes. Most in silico evolution uses a binary alphabet for convenience. Sequence differences (mutations) are shown in red.

Evolution is **adaptation** of the **quasispecies** on the fitness landscape



Figure 3.5 Quasispecies love to climb mountains in high-dimensional spaces. The higher they get, the fitter they are. Adaptation means to go up.

The **quasispecies equation**

Frequency of j Mutation from j to i

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n x_j f_j Q_{ji} - \phi(\vec{x}) x_i$$

Time derivative of frequency of i

Fitness of j

Average fitness

$$\phi(\vec{x}) = \sum_i f_i x_i$$

Figure 3.4 The quasispecies equation, formulated by Manfred Eigen and Peter Schuster, is one of the most important equations in theoretical biology. It describes the mutation and selection of an infinitely large population on a constant fitness landscape.

Das Konzept der Quasi-Spezien (Ensemble von ähnlichen Genomen Sequenzen (Erbgut eines Lebewesens) welches durch einen Prozess der Mutation und Selektion entstanden ist) wurde von Manfred Eigen und Peter Schuster entwickelt. Die Struktur der Quasi-Spezien Differentialgleichung ist den Gleichungen der evolutionären Spieltheorie sehr ähnlich.

Frequency-dependent selection dynamics between two strategies, A and B

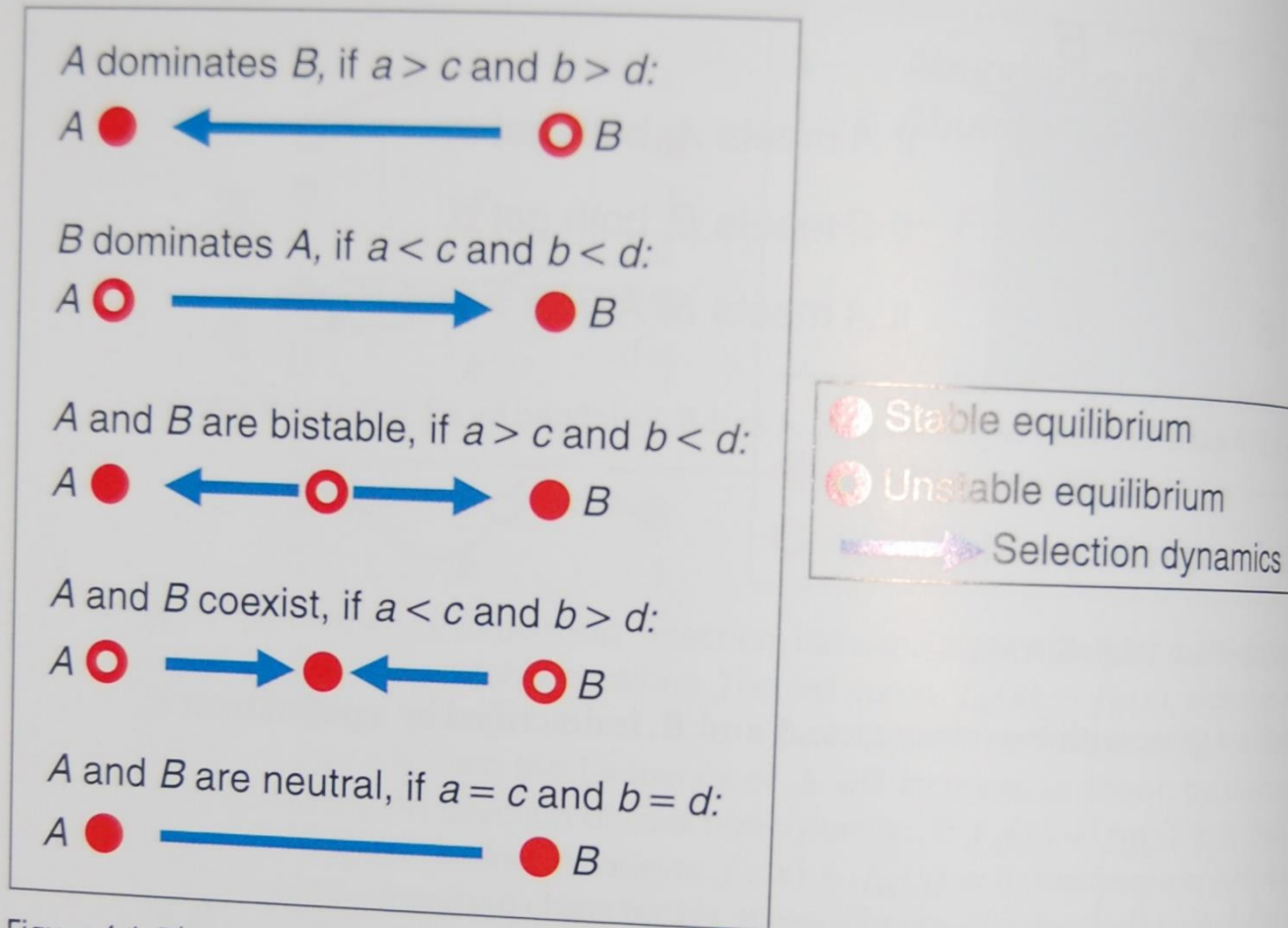


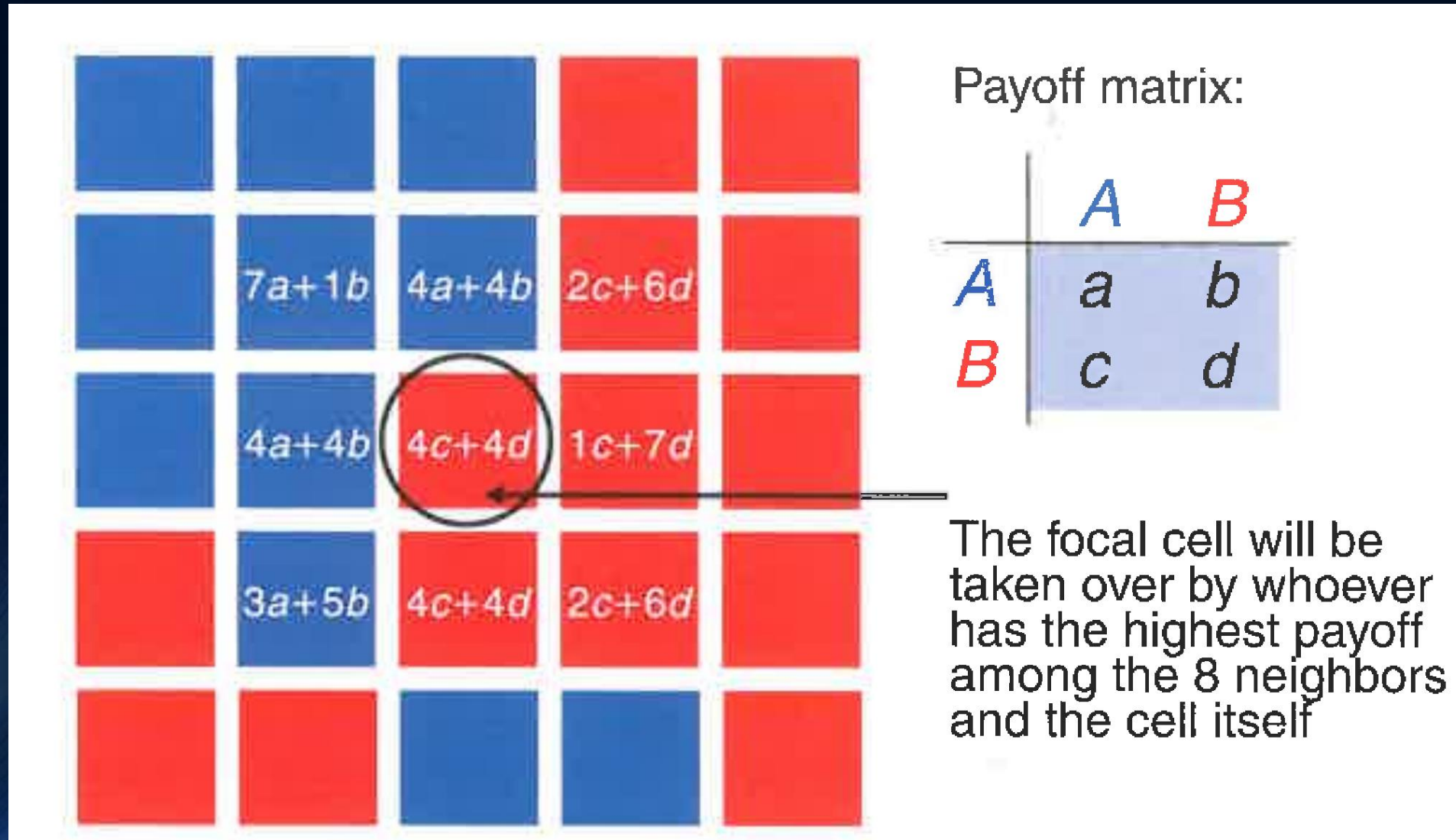
Figure 4.4 There are five possibilities for the selection dynamics between two strategies: (i) A dominates B, (ii) B dominates A, (iii) A and B are bistable, (iv) A and B coexist in a stable equilibrium, and (v) A and B are neutral variants of each other.

Das Kapitel 4 (Evolutionary Games) in dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ befasst sich mit Spieltheorie (siehe Teil I der Vorlesung)

- **Dominante Spiele**
(2. Strategie dominiert 1. Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=0$.
- **Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash – Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.
- **Anti – Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash – Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.

Spatial Games

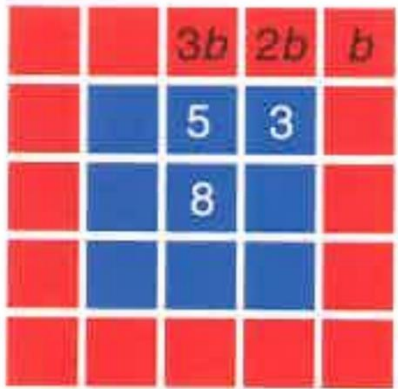
Das Kapitel 9 in dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ handelt über Spatial Games



Die folgenden Abbildungen sind dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ entnommen.

Spatial Games

Cooperators invading Defectors



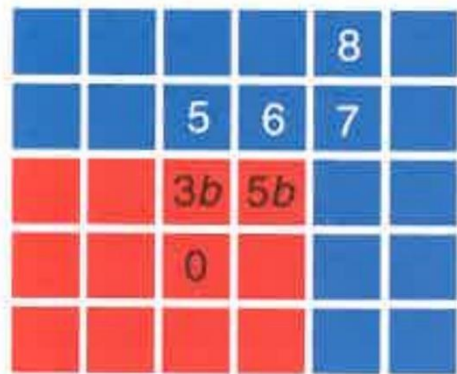
If $b < 3/2$, this cluster will expand uniformly

If $3/2 < b < 5/3$, this cluster will expand along lines but not along diagonals

If $5/3 < b < 8/3$, this cluster is stable

If $8/3 < b$, this cluster will disappear

The corner-and-line condition

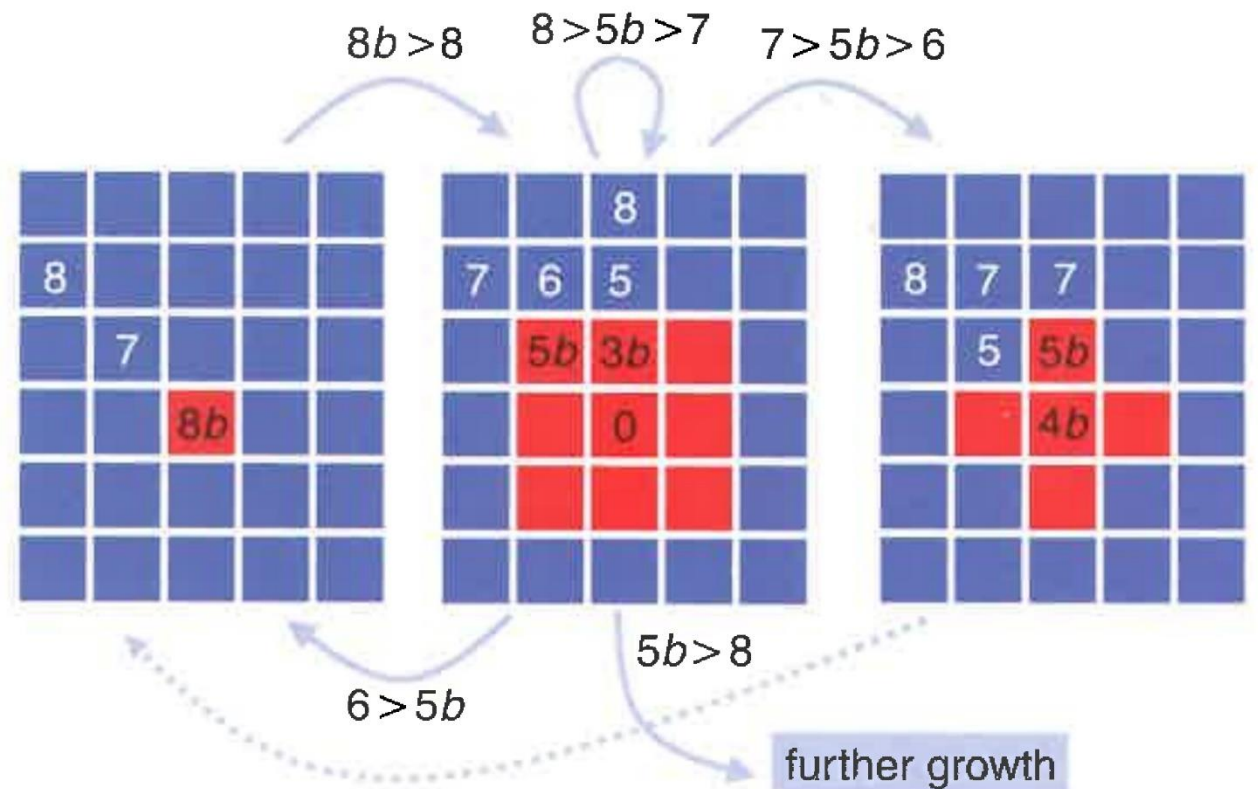


If $5b > 8$, then defectors win at corners

If $3b < 5$, then cooperators win along lines

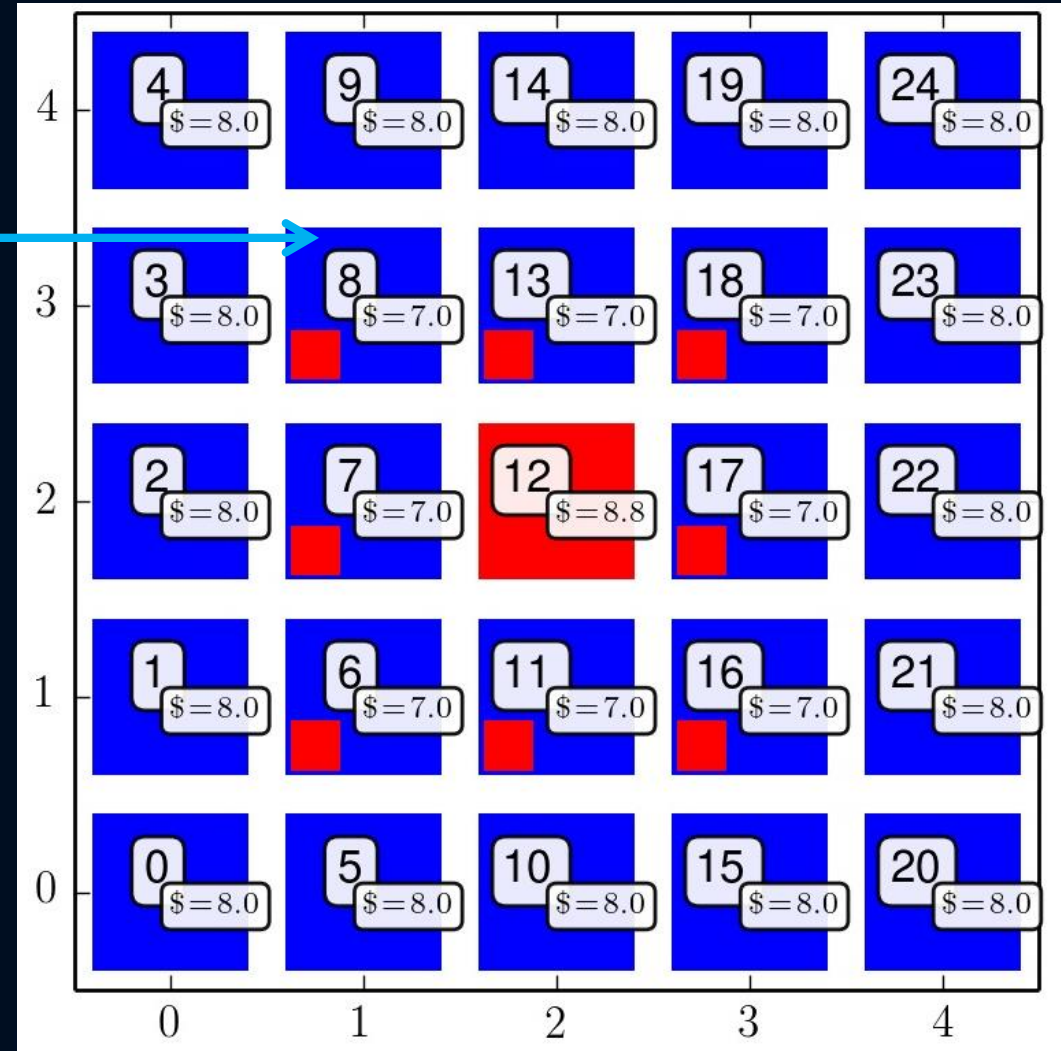
$5/3 > b > 8/5$ is a clash of titans

Defectors invading Cooperators



Python Programm Spatial Games

In diesem Python Programm wird die Menge der Spieler (hier $N=24$) auf einem 2D-Gitter mit Moorschen Nachbarschaftsbedingungen angeordnet (siehe S:147 in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“). In jeder Iterationsperiode spielt jeder Spieler mit seinen nächsten Nachbarn ein symmetrisches (2x2)-Spiel. Am Ende einer Periode vergleicht jeder Spieler seinen Gesamtgewinn mit seinen Nachbarn und bestimmt in einem „Update Rule“ seine Strategie in der nächsten Spielperiode.



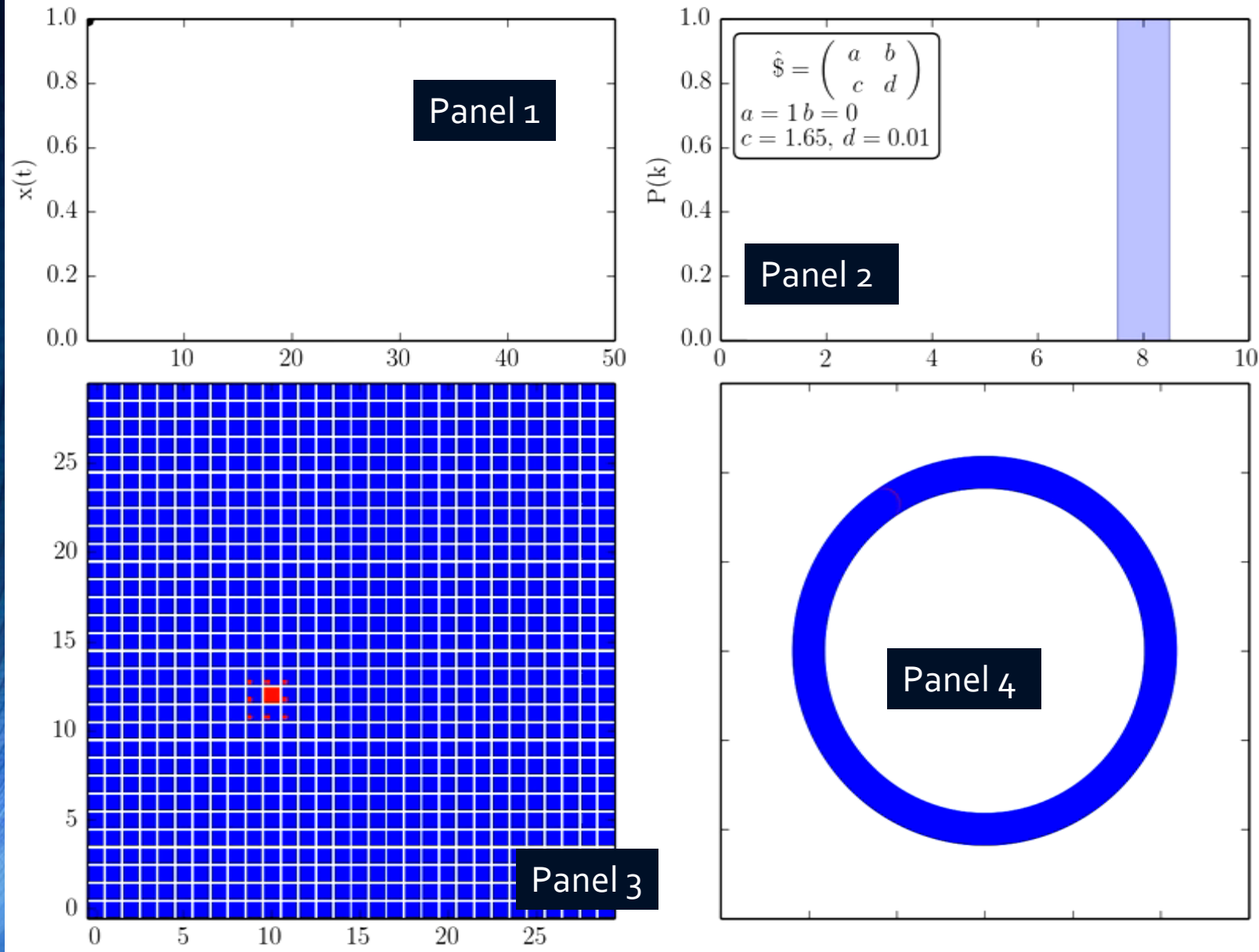
Update Rules und der Entscheidungsprozess
 Spieler mit Knotennummer 8 hatte in der aktuellen Periode Strategie „blau“ gespielt und eine gesamte Auszahlung von $\$=7$ erhalten. Er wird in der nächsten Periode „rot“ spielen (siehe kleines rotes Kästchen), da einer seiner nächsten Nachbarn (Knoten 12) eine höhere Auszahlung als er hatte und dieser die Strategie „rot“ spielte.

Die rechte Simulation benutzte die folgenden Werte der Auszahlungsmatrix (siehe linke Abb.): $a=1$, $b=0$, $c=1.1$ und $d=0.01$

Beachte!: Definition von b und c ist in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“ vertauscht.

	Spieler B Strategie 1 $y=1$	Spieler B Strategie 1 $y=0$
Spieler A Strategie 1 $x=1$	(a , a)	(b , c)
Spieler A Strategie 2 $x=0$	(c , b)	(d , d)

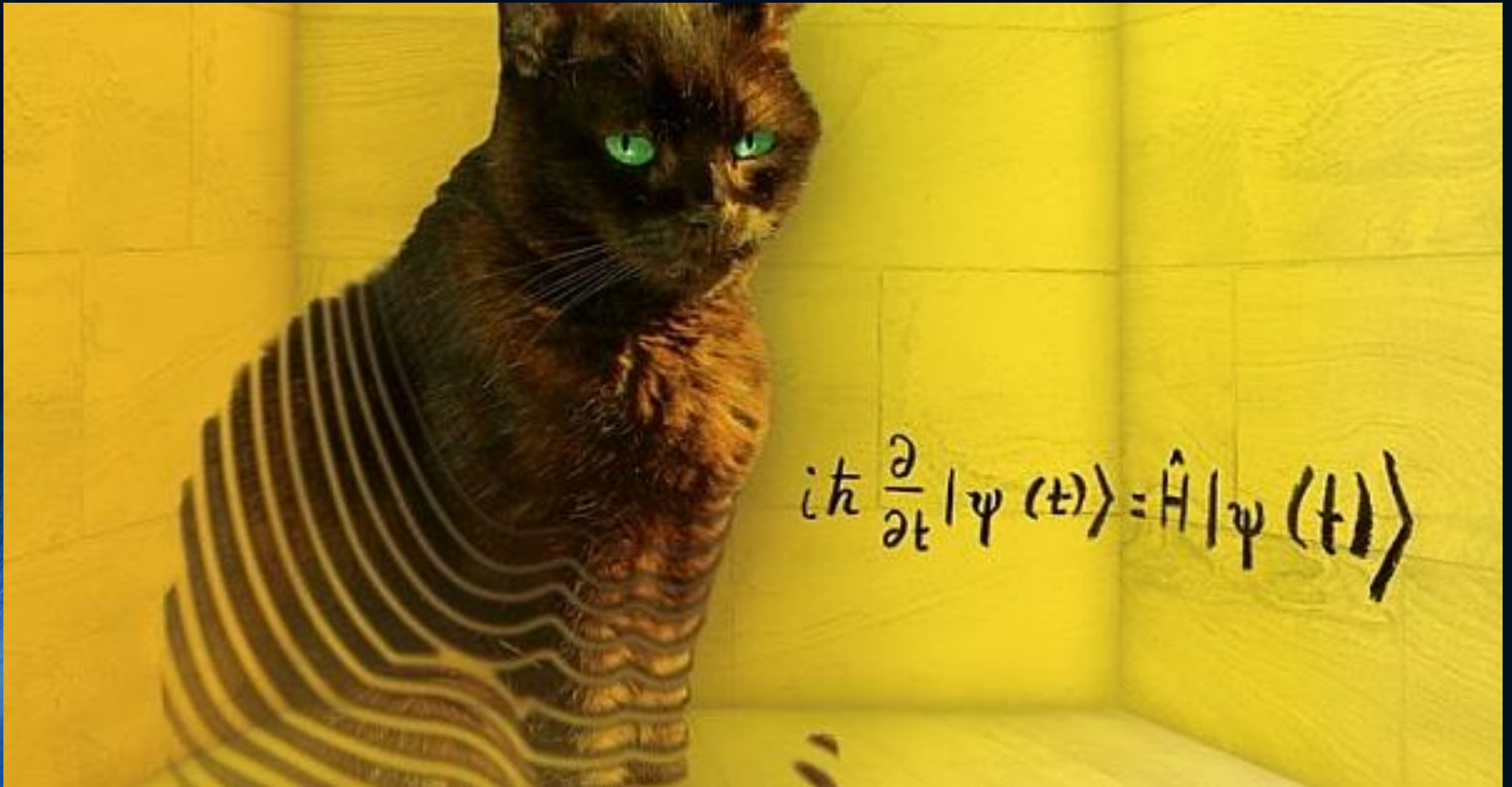
Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken



Das Python Programm visualisiert in vier unterschiedlichen „Panels“ die Evolution des „Spatial Games“. In Panel 1 wird die zeitliche Entwicklung des Populationsvektors $x(t)$ veranschaulicht. Panel 2 zeigt die Verteilungsfunktion der Knotengrade $P(k)$ des zugrundeliegenden Moorschen Netzwerks. Panel 3 zeigt die Entwicklung der Strategieentscheidung der einzelnen Spielerknoten in der benutzten räumlichen Anordnung. Panel 4 veranschaulicht dagegen die Menge der Spieler in einem Kreis, geordnet nach ihrer Knotenzahl.

Neben der Auszahlungsmatrix, den implementierten Update Rules und der zugrundeliegenden Netzwerkstruktur hängt die zeitliche Entwicklung auch von den gewählten Anfangsbedingungen ab (hier wurde ein roter Spieler in einem Umfeld von blauen Spielern angeordnet).

Einführung in die Quanten-Spieltheorie



Elinor Ostrom (Nobel Prize 2009), “Collective Action and the Evolution of Social Norms”, The Journal of Economic Perspectives, Vol. 14, No. 3 (2000), pp. 137-158

“Face-to-face communication in a public good game-as well as in other types of social dilemmas-produces substantial increases in cooperation that are sustained across all periods including the last period ...Thus, recent developments in evolutionary theory and supporting empirical research provide strong support for the assumption that modern humans have inherited a propensity to learn social norms, similar to our inherited propensity to learn grammatical rules. Social norms are shared understandings about actions that are obligatory, permitted, or forbidden ...”

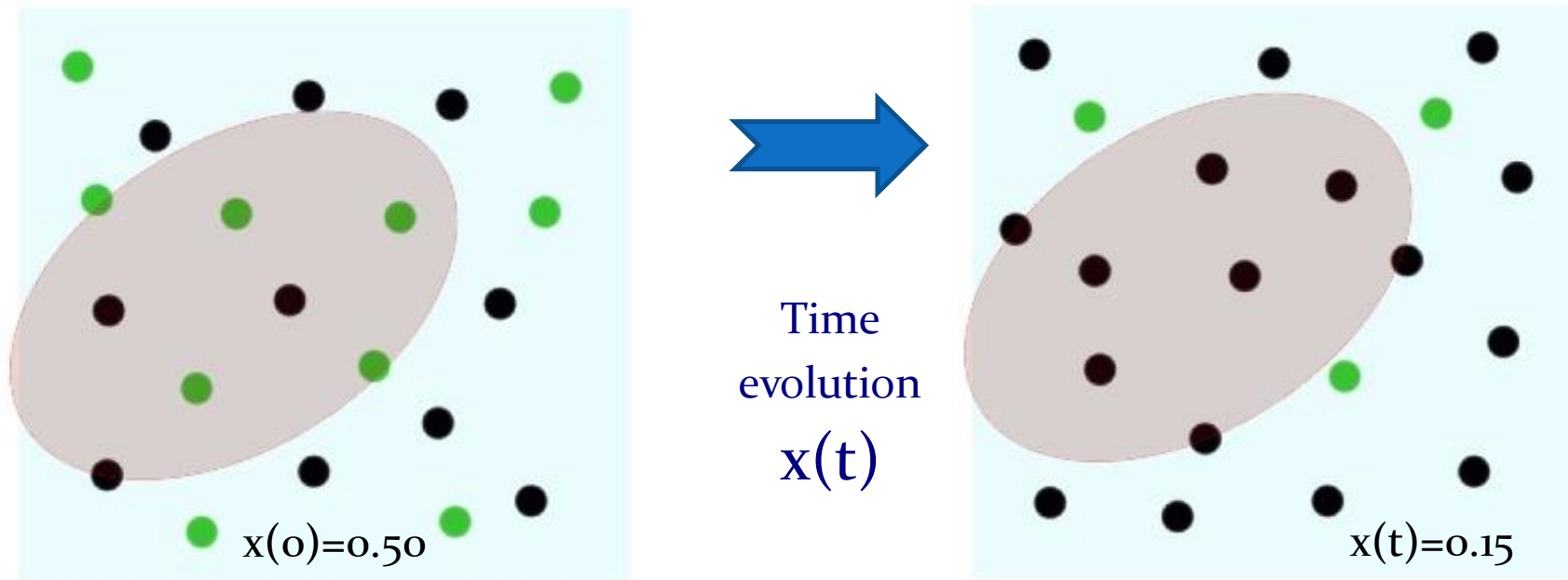
Ernst Strüngmann Forum (FIAS, May 27–June 1, 2012):

The Cultural Evolution of the Structure of Human Groups

How important are collective decision-making mechanisms compared to individual ones in the evolution of social systems? ...

Introduction

Die Quanten-Spieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Akteure wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden.



Strategies of each node (of each player): (green, black), $x(t)$: Fraction of player with strategy „green“ as a function of time t
Grey region: Group dependent collective cultural or moral standard

Denkwege im Gefangenendilemma

If A betrays me it is better
if I also betray A.

If A is silent, it is better
if I betray A

Complex space
of all possible ways of thinking



If B betrays me it is better
if I also betray B

If B is silent, it is better
if I betray B



be silent

betray B

be silent

betray A

A\B	C	D
C	$(-1, -1)$	$(-5, 0)$
D	$(0, -5)$	$(-4, -4)$

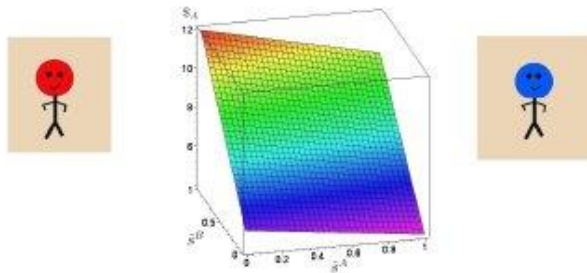
Beyond Homo Economicus

Quantum Game Theory
Entanglement Quantum Strategies
Homo Sociologicus Homo Transcendentalis

$$|\Psi\rangle$$

Extended models of classical evolutionary game theory (e.g. [10, 9])

Homo Economicus
Classical Game Theory



Homo Afectualis

The final 2-player quantum state:

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger \left(\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B \right) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$$

$\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$: Entangling operator

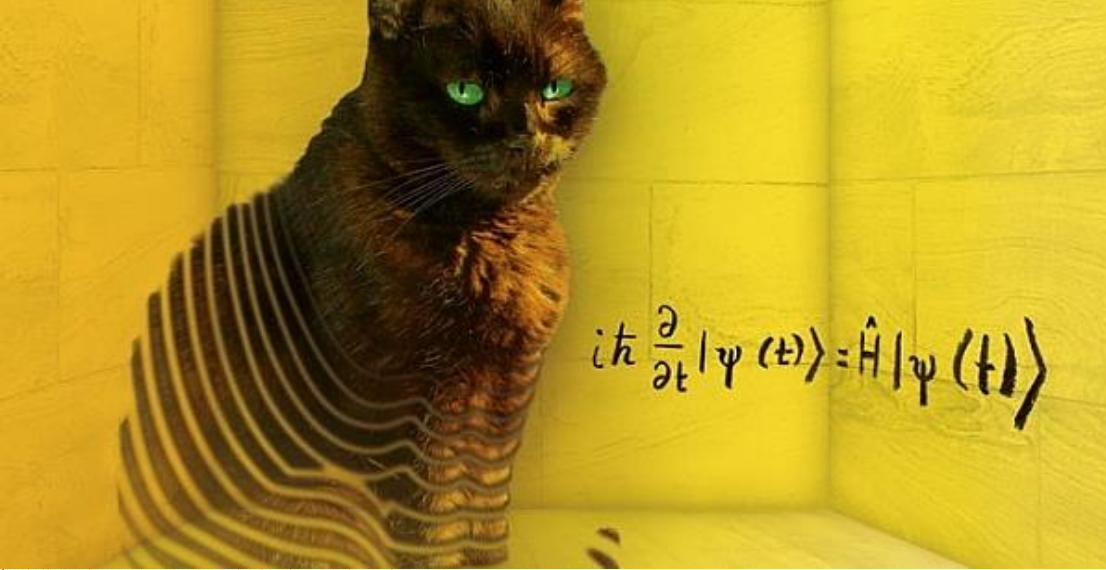
$\hat{\mathcal{J}}^\dagger(\gamma)$: Disentangling operator

$\gamma \in [0, \pi]$: Strength of entanglement

\hat{U}_A : Decision Operator for player A

\hat{U}_B : Decision Operator for player B

Der Quantenzustand und die Schrödinger-Gleichung



Die Quantentheorie stellt eine gänzlich neue Formulierung der Physik dar. Bei der mathematischen Konstruktion dieser neuen Theorie stand man vor dem Dilemma, dass man einerseits daran gebunden ist, jedes physikalische Experiment in den Begriffen der klassischen Physik zu beschreiben, andererseits benötigte man neue, nicht klassische Elemente innerhalb der Theorie, um z.B. den Welle-Teilchen-Dualismus oder nichtlokale Eigenschaften von Teilchen äquivalent zu beschreiben. Am Ende dieser Entwicklung stand ein vollkommen neues Gerüst einer mathematischen Beschreibung, welches z.B. mittels der "Kopenhagener Deutung der Quantentheorie" interpretiert und verstanden wurde.

2) Die Schrödinger-Gleichung

Wie in der Einleitung erläutert, wird in der quantenmechanischen Beschreibung ein apriorischer Zustand Ψ des Teilchens definiert. Wie beschreibt man nun diesen Zustand eines Quantenobjektes mathematisch? Einerseits soll die zeitliche Entwicklung dieses Zustandes keine wirkliche, reale Abfolge von Ereignissen darstellen - eher eine Tendenz der Entwicklung. Der Zustand soll einer Wahrscheinlichkeitsbeschreibung von meßbaren Ereignissen dienen aber paradoxerweise selbst nicht real und empirisch fassbar sein. Die mathematische Beschreibung einer solchen Zustandsfunktion benutzt neben der realen Zahlenwelt auch die imaginären Zahlen und beschreibt den Zustand des Teilchens in einem komplexwertigen sog. Hilbertraum $\Psi \in \mathcal{H}$. Im Moment der Messung kollabiert dieser Zustand zu einer beobachtbaren Eigenschaft des Teilchens und diese observable Größe des Zustandes wird real. In diesem Unterpunkt wird die wichtigste Gleichung der nichtrelativistischen Quantenmechanik (die sog. Schrödinger-Gleichung) vorgestellt und diversen Beispielen erläutert. Die Schrödinger-Gleichung beschreibt wie sich die Zustandsfunktion eines Quantenobjektes $\Psi(\vec{r}, t)$ zeitlich verändert und bestimmt zusätzlich ihr räumliches Verhalten unter Einwirkung einer Kraft, die durch ein Potential $V(\vec{r}, t)$ hervorgerufen wird. Sie besitzt das folgende Aussehen:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = \hat{H} \Psi(\vec{r}, t) \quad \text{wobei:} \quad \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V(\vec{r}, t)$$

\hat{H} ist der sog. Hamiltonoperator und $\Delta = \vec{\nabla}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ der Laplace-Operator.

Unter der Annahme, dass das Potential nicht von der Zeit abhängt ($V(\vec{r}, t) = V(\vec{r})$), lässt sich die Schrödinger-Gleichung mittels des Produktansatzes $\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r}) \cdot f(t)$ in die sog. stationäre (zeitunabhängige) Schrödinger-Gleichung umschreiben:

$$\hat{H} \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}) \quad \text{mit:} \quad \Psi(\vec{r}, t) = \underbrace{\psi(\vec{r})}_{f(t)} e^{-\frac{iE}{\hbar} t},$$

wobei E die Energie des Zustandes darstellt.

Superpositionen von Eigenzuständen

Schrödingers Katze



Figure: Theoretische Versuchsanordnung des Gedankenexperiments.

In einem geschlossenen Kiste befindet sich ein instabiler Atomkern, der innerhalb einer bestimmten Zeitspanne mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit zerfällt. Im Falle eines Zerfalls werde Giftgas freigesetzt, was eine im Raum befindliche Katze tötet. Bevor ein Beobachter die Kiste öffnet, schwebt der Zustand ψ der Katze zwischen den Eigenzuständen ' $\psi_1 := \text{Lebend}$ ' und ' $\psi_2 := \text{Tot}$ '.

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_1 + \psi_2)$$

Das Doppelspaltexperiment

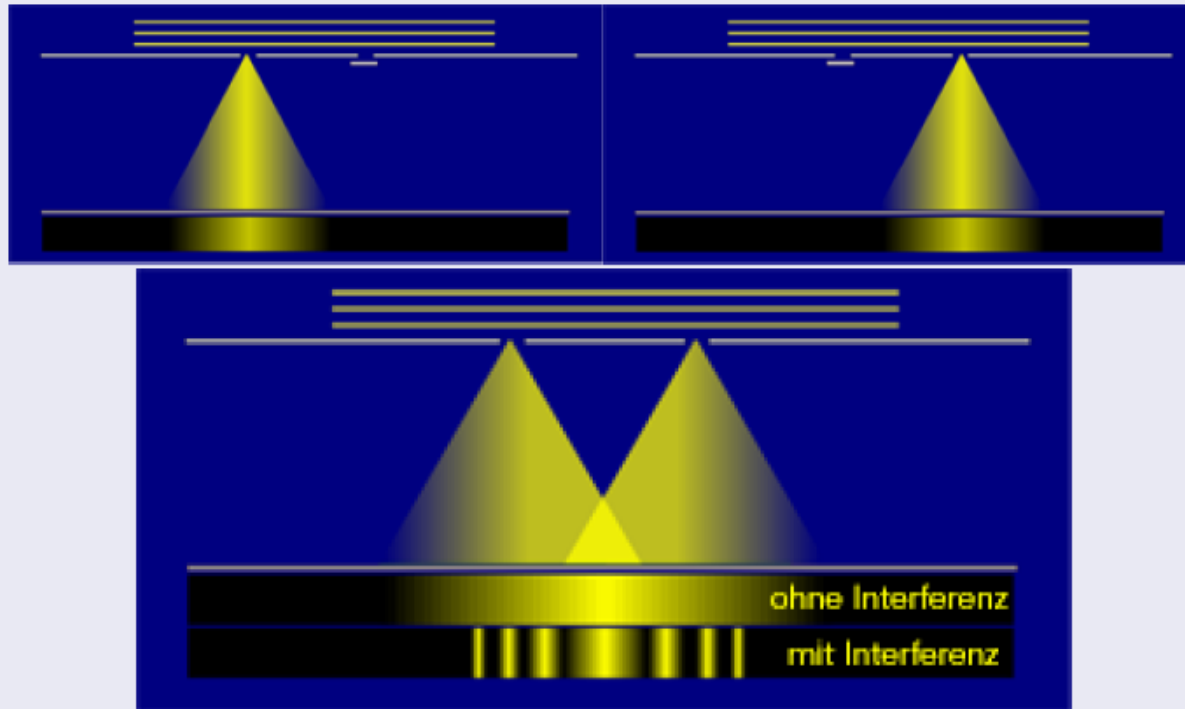


Figure: Beim Doppelspaltexperiment offenbaren Teilchen ihre Welleneigenschaften. Quelle: Michael Craiss

1961 wurde das Doppelspaltexperiment mit Elektronen durch Claus Jönsson durchgeführt und im September 2002 in einer Umfrage der englischen physikalischen Gesellschaft in der Zeitschrift 'Physics World' zum schönsten physikalischen Experiment aller Zeiten gewählt.

Verschränkte 2-Niveau-Quantensysteme

Zwei Teilchen (A,B) haben die Möglichkeit zwischen zwei Zuständen (\uparrow, \downarrow) zu wählen. Die Basisvektoren der jeweiligen Hilberträume der Teilchen seien wie folgt definiert:

Zustand des Teilchens A: $\psi_A \in \mathcal{H}_A \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_A, \downarrow_A\}$

Zustand des Teilchens B: $\psi_B \in \mathcal{H}_B \equiv \mathbb{C}^2$, Basis: $\{\uparrow_B, \downarrow_B\}$

Der Hilbertraum des zusammengesetzten Systems ist ein komplexer vierdimensionaler Raum ($\mathcal{H} = \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$). Der Gesamtzustand des 2-Teilchen Systems Ψ kann unter Umständen nicht in die jeweiligen Einzelzustände separiert werden.

Verschränkter Zustand (z.B.): $\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow_A \downarrow_B - \downarrow_A \uparrow_B)$

Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon

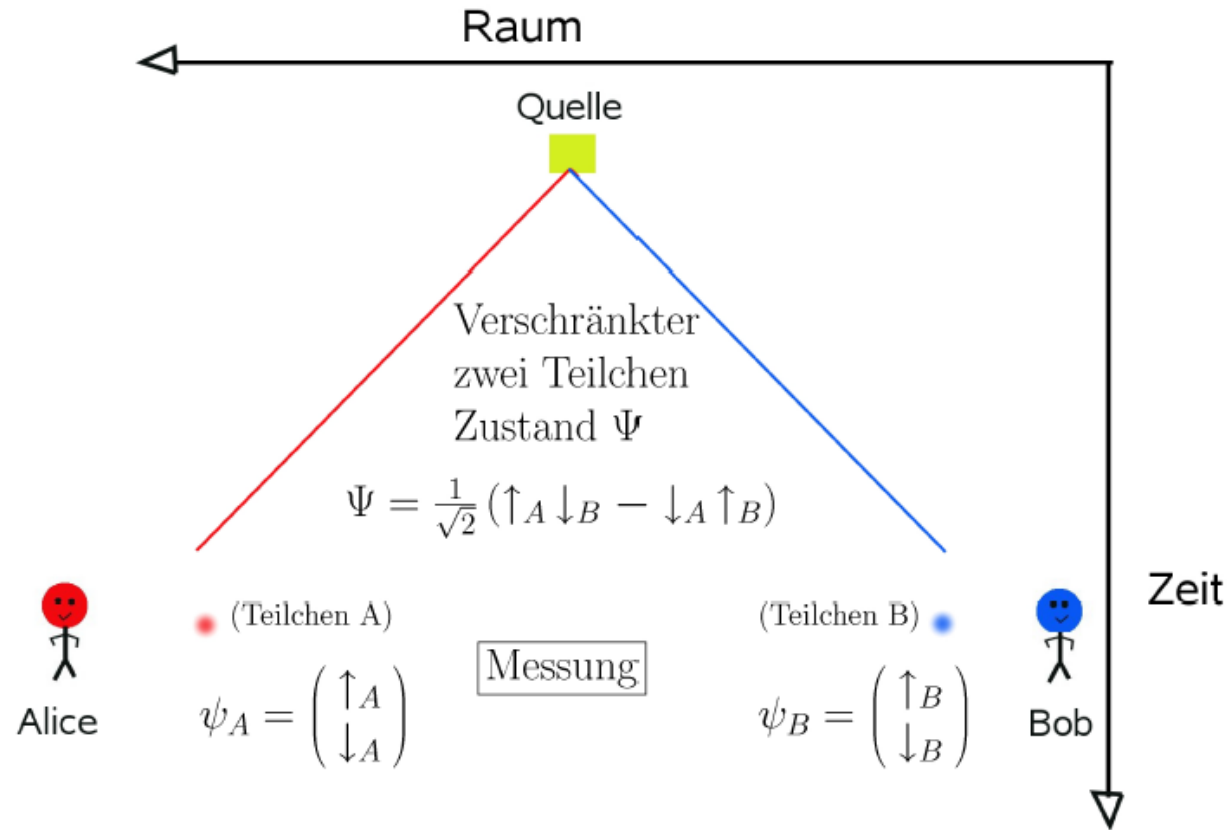
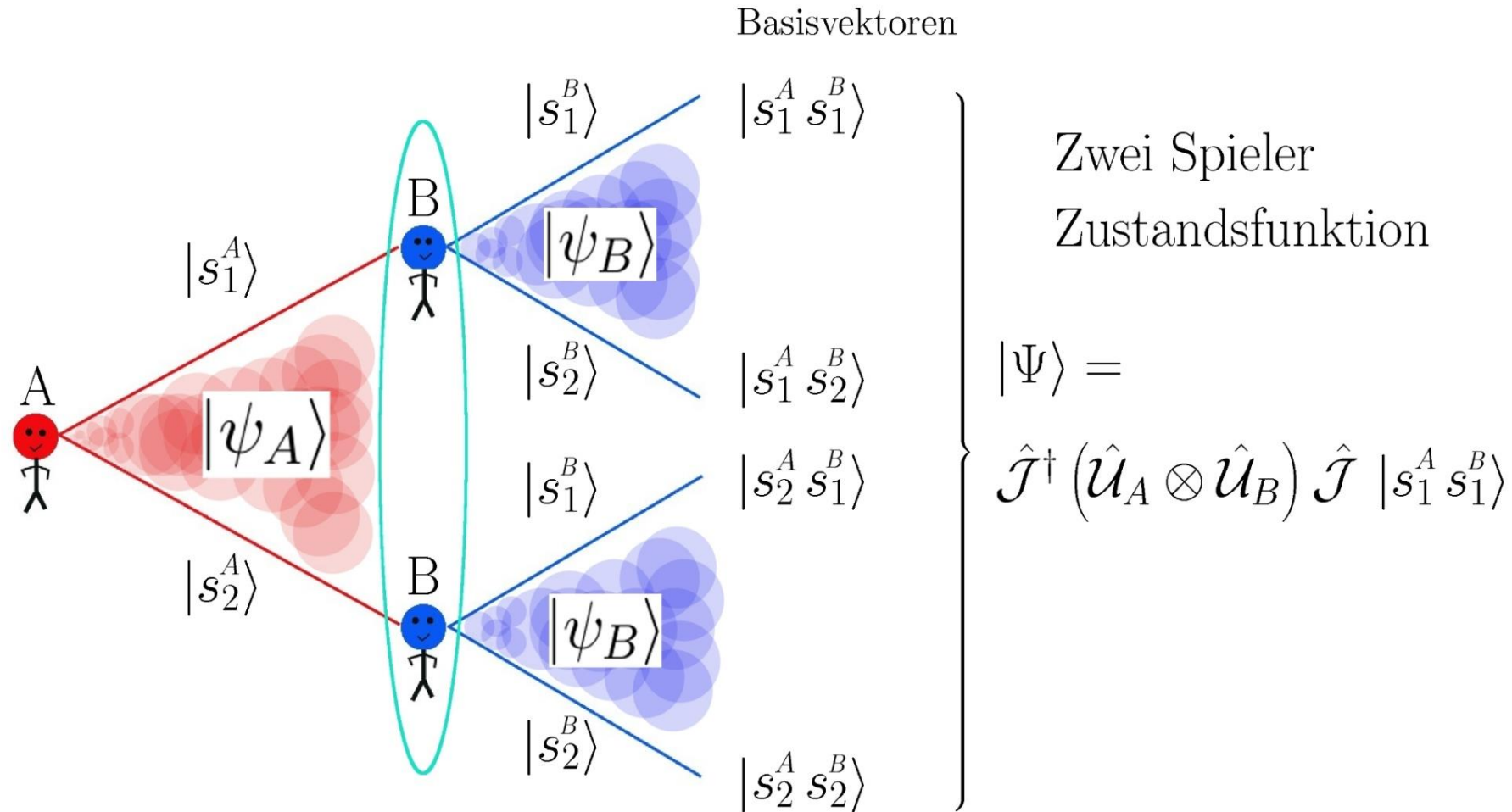
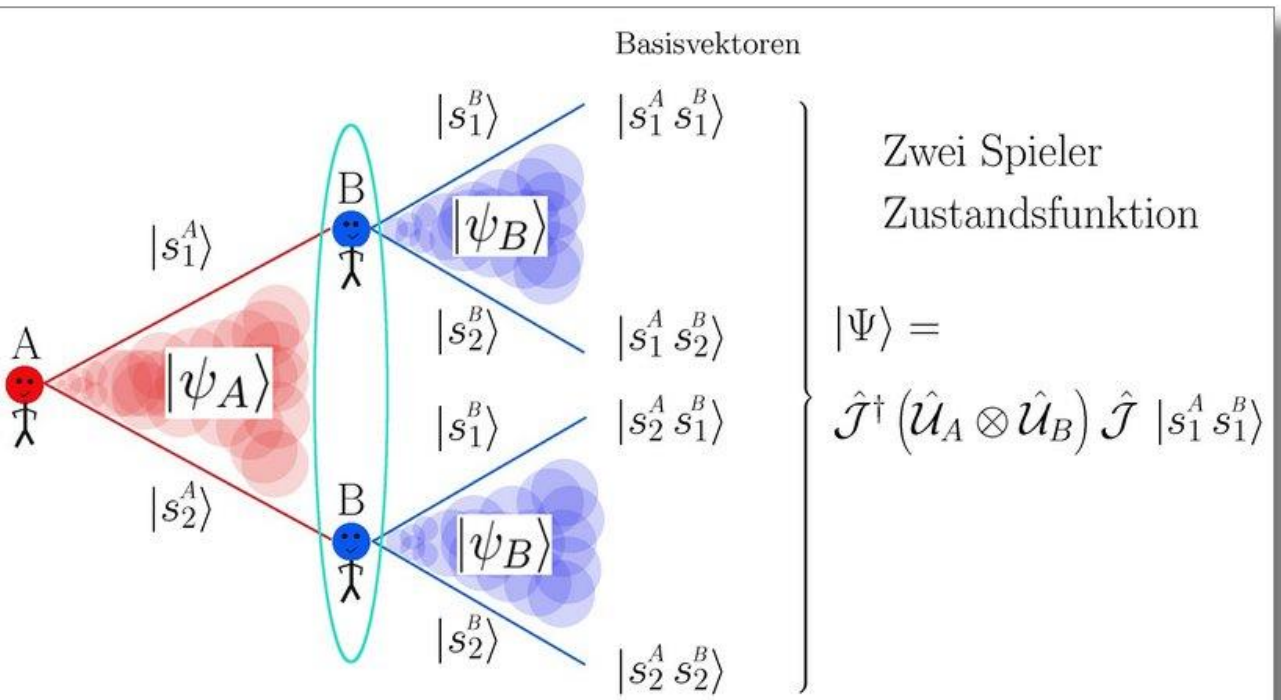


Figure: EPR Gedankenexperiment: Obwohl es keine messbare Wechselwirkung zwischen den Teilchen A und B gibt, sind diese dennoch mittel einer Quantenverschränkung verbunden.



III.2 Quanten Spieltheorie



Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiels.

Die Quantenspieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Spieler wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden. Ist die Strategienverschränkung der Spieler im imaginären Raum der denkbaren Entscheidungswege nur genügend groß, so können zusätzliche Nash-Gleichgewichte auftreten und zuvor existente dominante Strategien sich auflösen.

Die Quanten-Spieltheorie beschreibt den Entscheidungszustand eines Spielers $\mu = A, B$, bevor dieser die endgültige Wahl der reinen Strategie getroffen hat, als eine komplexwertige Größe (einen sog. Spinor $|\psi\rangle_A$ bzw. $|\psi\rangle_B$) in einem zweidimensionalen Zustandsraum, dem sogenannten Hilbertraum \mathcal{H}_A bzw. \mathcal{H}_B . Der Zwei-Spielerzustand $|\Psi\rangle$ ist ein

vierkomponentiger Spinor, welcher auf dem gemeinsamen Hilbertraum der Spieler ($\mathcal{H} := \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$) definiert ist. Formal setzt sich dieser aus den Entscheidungsmatrizen (Entscheidungsoperatoren) \hat{U}_A bzw. \hat{U}_B und der Verschränkungsmatrix (bzw. dem Verschränkungsoperator) \hat{J} zusammen (siehe nebenstehenden Abbildung). Die der evolutionären Entwicklung zugrundeliegende Replikatorndynamik besitzt in der evolutionären Quantenspieltheorie eine komplexere Struktur und die jeweiligen evolutionär stabilen Strategien können sich, abhängig vom Maß der Verschränkung, abändern.

Teil III.2.1 Einführung in die Quanten Spieltheorie

Die Annahme des vollständig verbundenen, zufälligen Netzwerks, welches die Grundlage der deterministischen evolutionären Spieltheorie bildet, ist in realen sozialen Netzwerken oft nicht erfüllt. In realen sozialen Netzwerken bilden sich oft weitgehend abgeschlossene Cluster von miteinander verbundenen Spielern, die zu anderen Clustern nur bedingt bzw. selten Kontakt haben. Diese Art von Cluster- bzw. Cliquesbildung kann zu einer unterschiedlichen Ausprägung von sozialen Normen innerhalb der einzelnen Teilgruppen führen. Soziale Normen können sich somit herausbilden, die den einzelnen Spielern neben ihrem *homo ökonomischen* Interesse auch den Blick auf das Wohl der eigenen Gruppe nahelegen. Eine solche Art von induziertem Gruppeninteresse wird im folgenden mittels des Ansatzes der Quanten-Spieltheorie mathematisch in die deterministischen Gleichungen der evolutionären Spieltheorie eingearbeitet. Die Quantenspieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Spieler wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden. Ist die Strategienverschränkung der Spieler im imaginären Raum der denkbaren Entscheidungswege nur genügend groß, so können zusätzliche Nash-Gleichgewichte auftreten und zuvor existente dominante Strategien sich auflösen.

Die erste formale Beschreibung der Quanten-Spieltheorie wurde im Jahre 1999 von Eisert et al. vorgestellt. Diese oft zitierte Arbeit betrachtet die quantentheoretische Erweiterung eines Gefangenendilemma Spiels und zeigt auf, dass die Spieler dem Dilemma entkommen können, falls der strategische Verschränkungswert oberhalb einer dem Spiel eigenen Grenze liegt. Im selben Jahr (1999) analysierte D. A. Meyer das *Penny Flip* Spiel und erweiterte dieses mittels quantentheoretischer Konzepte. In seinem Artikel betrachtete er den unrealistischen Fall, dass einer der Spieler das im Spiel benutzte Geldstück in einem überlagerten Quantenzustand positionieren könne und zeigte, dass dieser Spieler stets das Spiel gewinnen wird, falls sein Gegenspieler eine rein klassische Strategie benutzt. Im Jahre 2000 kommentierte S.J. van Enk die Arbeit von D. A. Meyer und zeigte, dass Meyer's Behauptung nicht sonderlich beeindruckend ist, da er nur einem der Spieler einen größeren Strategienraum erlaubt. Im Jahre 2000 wendeten Marinatto & Weber die quantentheoretischen Konzepte auf das *Kampf der Geschlechter (battle of sexes)* Spiel an und zeigten, dass durch die Verschränkung der Spielerstrategien ein eindeutiges Gleichgewicht möglich ist. In den folgenden Jahren wurden die quantenspieltheoretischen Konzepte auf weitere Spiele ausgedehnt; so analysierte R.V. Mendes die Quantenversion des *Ultimatum Spiels*, Hogg et al. betrachteten das *Öffentliche Gut* Spiel, eine Version des *Quanten Koordinationsspiels* und analysierten *Quanten Auktionen*. Benjamin & Hayden erweiterten im Jahre 2001 den Formalismus der Quanten-Spieltheorie auf mehr als zwei Spieler. Im Jahre 2002 benutzten Piotrowski & Sladkowsky die quantenspieltheoretischen Konzepte um Eigenschaften im Verhalten von Märkten zu erklären. Im Jahre 2006 analysierten Hanauske et al. das *Open Access*-Publikationsverhalten wissenschaftlicher Autoren mittels des quantentheoretischen Ansatzes. Bereits im Jahre 2001 wurde das erste Quantenspiel auf einem Quantencomputer realisiert, wobei sich die vorhergesagten Eigenschaften bestätigten. Die Resultate dieser Experimente wurden im Jahre 2007 von A. Zeilinger erneut bestätigt. Die ersten Ansätze einer Anwendung der Quanten-Spieltheorie auf sozio-ökonomische Experimente wurden nach 2007 veröffentlicht. Neben diesen Arbeiten, entwickelte sich im Bereich der Psychologie ein weiterer wissenschaftlicher Forschungszweig, welcher quantentheoretische Konzepte zur Erklärung von experimentellen Daten benutzt. Diese Arbeiten zeigen, dass viele, zunächst nicht erklärbare experimentelle Befunde im Bereich der Psychologie, sich mittels quantenlogischer Konzepte beschreiben lassen.



- The *Quantum Penny Flip Game*
1999, D. A. Meyer, *Quantum strategies*, PRL 82 (1052)
- The *Quantum Prisoner's Dilemma*
1999, J. Eisert, M. Wilkens and M. Lewenstein, *Quantum Games and Quantum Strategies*, PRL 83 (3077)
- The *Quantum Battle of Sexes*
2001, L. Marinatto and T. Weber, *A Quantum Approach To Static Games Of Complete Information*, Physics Letters A 272
- The *Quantum Coordination Game*
2003, B. A. Huberman and T. Hogg, *Quantum Solution of Coordination Problems*, Quantum Information Processing 2(6)
- The *Quantum Ultimatum Game*
2005, R. Vilela Mendes, *The Quantum Ultimatum Game*, Quantum Information Processing 4(1)



- Economics and Quantum Game Theory
2002, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski, *Quantum Market Games*, Physica A (312) 208
2002, Kay-Yut Chen, T. Hogg and R. Beaulsoleil *A Quantum Treatment of Public Goods Economics*, Quantum Information Processing 1(6)
2004, E. W. Piotrowski and J. Sladkowski *Quantum Game Theory in Finance*, Quantitative Finance 4 (1-7)
2007, T. Hogg, P. Harsha and Kay-Yut Chen *Quantum Auctions*, Int. J. of Quantum Information 5:751-780
2007, M. Hanauske, S. Bernius and B. Dugall, *Quantum Game Theory and Open Access Publishing*, Physica A, Vol.382 (2007), p.650-664 (physics/0612234)



- Quantum Computer and Quantum Game Theory
2002, J. Du, H. Li, X. Xu, M. Shi, J. Wu, X. Zhou and R. Han
Experimental realization of quantum games on a quantum computer, PRL 88 (137902)
2007, R. Prevedel, A. Stefanov, P. Walther and A. Zeilinger
Experimental realization of a quantum game on a one-way quantum computer, New Journal of Physics 9 (205)
2008, P. Benicio, Melo de Sousa, R. V. Ramos *Multiplayer Quantum Games and its Application as Access Controller in Architecture of Quantum Computers*, arXiv:0802.3684v2
- Extensions of Quantum Game Theory
2001, S. C. Benjamin and P. M. Hayden, *Multi-Player Quantum Games*, PRA 64 (030301) ...



- Experimental Economics and Quantum Game Theory
2006, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *How well do people play a quantum prisoner's dilemma?*, Quantum Information Processing 5(43)
2007, Kay-Yut Chen and Tad Hogg *Experiments with Probabilistic Quantum Auctions*, arXiv:0707.4195v1
2007, M. Hanauske, S. Bernius, W. König and B. Dugall *Experimental Validation of Quantum Game Theory*, Accepted Paper at the Conference *LOFT 2008*
- and reviews in Physics World and Nature ...

Teil III.2.2 Mathematischer Formalismus der die Quanten Spieltheorie

Die bei der quantentheoretischen Formulierung benutzten mathematischen Ansätze können grob in zwei Hauptströme gegliedert werden. Der Dichtematrix Ansatz der Quantenspieltheorie (siehe Marinatto & Weber) und den quanten-informationstheoretischen Ansatz von Eisert et al. Der auf quanteninformationstheoretischen Konzepten aufbauende Ansatz hat einerseits den Vorteil, dass die neu entstehenden Quantenstrategien in einem reduzierten Quanten-Strategienraum visualisiert und interpretiert werden können, andererseits baut der Ansatz die Möglichkeit einer Quantenverschränkung in mathematisch eleganter Weise in die Theorie ein, so dass man die Stärke einer möglichen Strategienverschränkung der Spieler mittels eines zusätzlichen Parameters (γ) im Modell variieren kann. In den ersten Jahren nach seiner Veröffentlichung wurde der Eisert'sche Ansatz von Benjamin & Hayden und S.J. van Enk angegriffen und kritisch diskutiert. Die damals erhobenen Vorwürfe stellten sich jedoch im Laufe der Zeit als nicht auf die Eisert'sche Theorie anwendbar heraus. Im Folgenden wird das Konzept der Quanten-Spieltheorie (in der Eisert'schen, quanten-informationstheoretischen Nomenklatur) im Detail beschrieben.

In der Quanten-Spieltheorie kann der Entscheidungszustand der beteiligten Akteure, im Gegensatz zur klassischen Spieltheorie, eine gemeinsame Strategienverschränkung aufweisen. Durch das Konzept dieser möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen, mit in die klassische Theorie einbezogen werden. Eine der grundlegenden Folgerungen aus einer solchen gemeinsamen Strategienverschränkung ist, dass die beteiligten Akteure eine erhöhte Kooperationsbereitschaft aufweisen, da sie dann eine Optimierung des gemeinsamen Zwei-Spielerzustandes $|\Psi\rangle$ anstreben.

Um die mathematische Beschreibung eines evolutionären, quantenspieltheoretischen Modells zu verdeutlichen, wird im Folgenden zunächst ein (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiel betrachtet. Der spieltheoretische, binäre Entscheidungsprozess der Akteure soll durch eine allgemeine Auszahlungsmatrix bestimmt sein (siehe nebenstehende Auszahlungstabelle). Die Quanten-Spieltheorie beschreibt den Entscheidungszustand eines Spielers $\mu = A, B$, bevor dieser die endgültige Wahl der reinen Strategie getroffen hat, als eine komplexwertige Größe (Spinor) in einem zweidimensionalen Zustandsraum, dem sogenannten Hilbertraum \mathcal{H}_μ . Die in dieser Arbeit verwendete mathematische Repräsentation dieses Spinors wird mit Hilfe des Entscheidungsoperators $\hat{U}_\mu(\theta_\mu, \varphi_\mu)$ konstruiert, der auf einen Anfangszustand (hier speziell $|s_1^\mu\rangle$) wirkt. Ein allgemeiner Entscheidungszustand des Spielers A wird somit wie folgt mathematisch konstruiert:

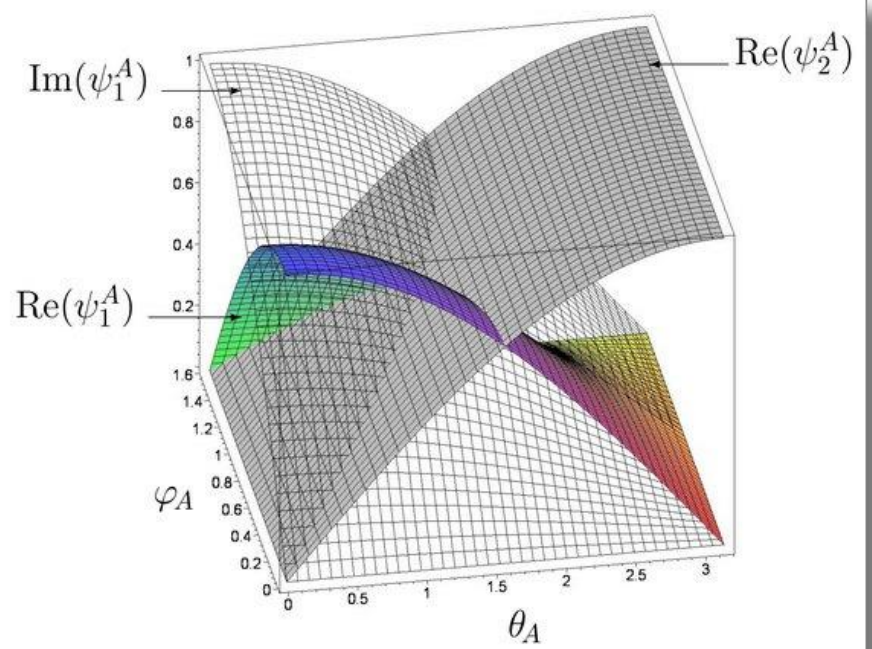
$$|\psi_A\rangle = \psi_1^A |s_1^A\rangle + \psi_2^A |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1^A \\ -\psi_2^A \end{pmatrix} \in \mathcal{H}_A$$

$$|s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \psi_1^A = e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right), \quad \psi_2^A = \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)$$

$$|\psi_A\rangle = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Die reinen Zustände $|s_1^A\rangle$ und $|s_2^A\rangle$ bilden die Basis des Hilbertraums \mathcal{H}_A des Spielers A und repräsentieren die reinen Strategien s_1^A und s_2^A des Spiels. Der Entscheidungsoperator des Spielers μ hängt von den beiden Entscheidungswinkeln θ_μ und φ_μ ab und ist explizit wie folgt definiert:

$$\hat{U}_\mu(\theta_\mu, \varphi_\mu) := \begin{pmatrix} e^{i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & e^{-i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \end{pmatrix} \quad \forall \quad \theta_\mu \in [0, \pi] \wedge \varphi_\mu \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad .$$



Reellwertige und imaginäre Komponenten des zweidimensionalen Quantenspinors $|\psi\rangle_A = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle$ des Spielers A als Funktion der Quantenstrategien θ_A und φ_A .

Durch die Festlegung der Entscheidungswinkel θ_μ und φ_μ wählt der Spieler seine Quantenstrategie. Die klassische, reine Strategie s_1 legt der Spieler durch die Wahl $\theta = 0$ und $\varphi = 0$ fest:

$$\widehat{s}_1 := \hat{U}(0, 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

wohingegen die reine Strategie s_2 durch $\theta = \pi$ und $\varphi = 0$ festgelegt ist:

$$\widehat{s}_2 := \hat{U}(\pi, 0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zusätzlich zu diesen reinen, klassischen Strategien ist die Quantenstrategie \widehat{Q} wie folgt definiert

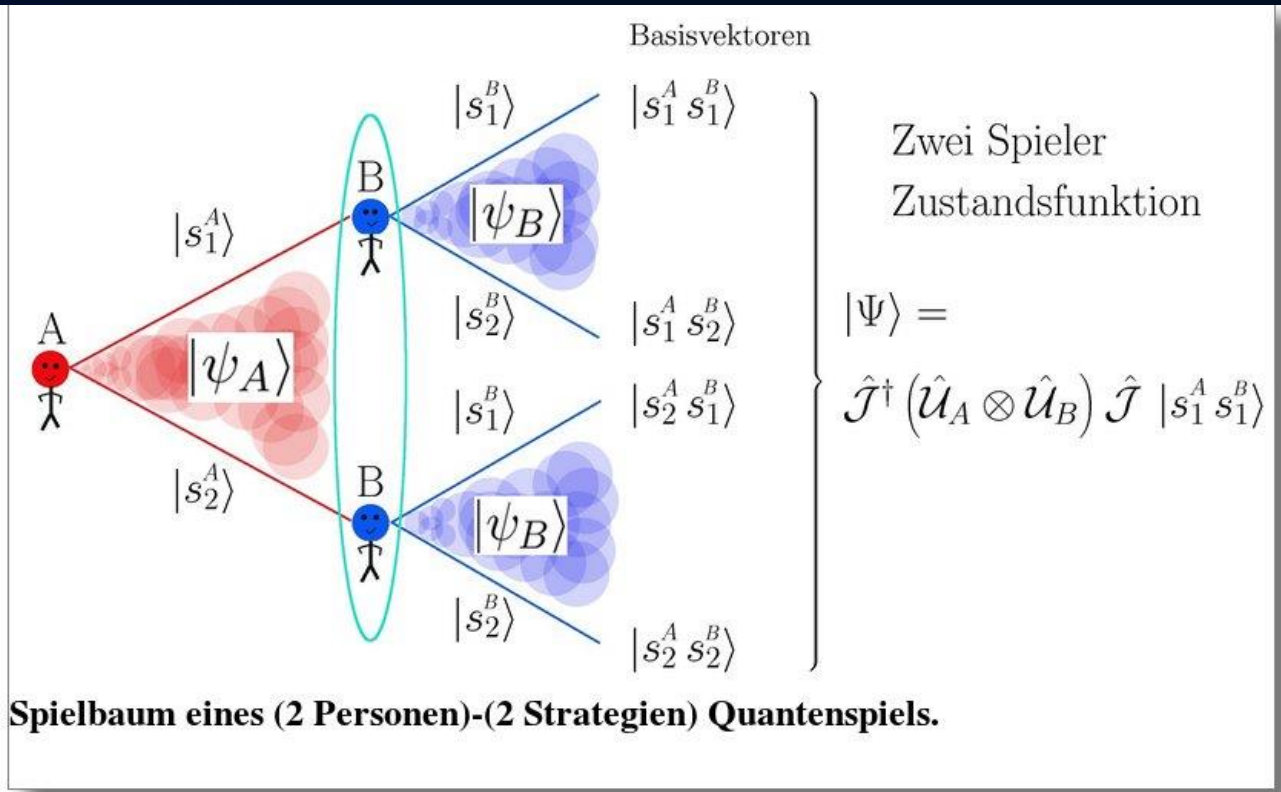
$$\widehat{Q} := \hat{U}(0, \pi/2) = \begin{pmatrix} i & 0 \\ 0 & -i \end{pmatrix}.$$

Um den Operatorformalismus der Quanten-Spieltheorie und das Konzept der Quantenstrategien besser zu verstehen, veranschaulicht die nebenstehende Abbildung die reellwertigen und imaginären Komponenten ψ_1^A und ψ_2^A des zweidimensionalen Quantenspinors $|\psi\rangle_A$ des Spielers A. Die farbige, untransparente Fläche in der Abbildung veranschaulicht den reellwertigen Anteil der ersten Spinorkomponente ($\text{Re}(\psi_1^A)$), die durchsichtige graue Fläche beschreibt dessen imaginären Anteil ($\text{Im}(\psi_1^A)$) und die graue undurchsichtige Fläche zeigt den reellwertigen Teil der zweiten Spinorkomponente ($\text{Re}(\psi_2^A)$) in Abhängigkeit der Winkel θ_A und φ_A . Da die zweite Spinorkomponente lediglich reellwertige Anteile besitzt veranschaulicht die Abbildung lediglich drei Flächen. Die Menge der klassischen gemischten Strategien

lediglich reellwertige Anteile besitzt veranschaulicht die Abbildung lediglich drei Flächen. Die Menge der klassischen gemischten Strategien des Spielers A ($\tilde{\mathcal{S}}^A = \{\tilde{s}_1^A, \tilde{s}_2^A\}$) ist eine echte Teilmenge des strategischen Hilbertraums des Spielers A (\mathcal{H}_A) und wird formal realisiert, indem man den Winkel φ_A auf null setzt:

$$\tilde{\mathcal{S}}^A = \left\{ |\psi\rangle_A = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle \mid \varphi_A \equiv 0, \theta_A \in [0, \pi] \right\} \subsetneq \mathcal{H}_A .$$

In diesem Fall ($\varphi_A \equiv 0$) verschwinden alle imaginären Anteile des Zustandes $|\psi\rangle_A$ und als Folge dessen können die klassischen gemischten Strategien durch Variation des Winkels $\theta \in [0, \pi]$ realisiert werden. Für $\varphi_A > 0$ verschwinden jedoch die imaginären Anteile nicht und diese Art von Quantenstrategien haben kein Pendant in der klassischen Spieltheorie. Da der Entscheidungsoperator auf den reinen Anfangszustand der Strategie s_1 wirkt, entstehen mögliche imaginäre Anteile im Zustand $|\psi\rangle_A$ lediglich in der ersten Spinorkomponente und man nennt deshalb diese Teilmenge von Quantenstrategien die sogenannten s_1 -Quantenstrategien. Die quantentheoretische Beschreibung des Entscheidungszustandes des Spielers A kurz vor der definitiven Auswahl und Bekundung der reinen Strategie besitzt demnach im Allgemeinen neben den reellwertigen auch imaginäre Anteile. Bei s_1 -Quantenstrategien kann sich der Spieler nur im imaginären Raum der ersten Strategie gedanklich bewegen. Eine grundlegende Eigenschaft der gesamten Quantentheorie ist die prinzipielle Unbeobachtbarkeit des Quantenzustandes. Diese Eigenschaft spiegelt sich in der Quanten-Spieltheorie in der Unbeobachtbarkeit des Gedankenprozesses wider. Die einzelnen Inhalte, Gedankenwege und gefühlsauslösende Überlegungen, die während des Entscheidungsprozesses im Gehirn des Spielers (bewusst oder unterbewusst) ablaufenden, können nicht direkt gemessen werden. s_1 -Quantenstrategien können als der gedankliche Weg während des Entscheidungsprozesses interpretiert werden, welcher vom gedanklichen Ursprung her von der klassischen Strategie s_1 startet und hypothetisch, gebunden an die Wünsche und Ängste des Spielers, den Gedankenweg weiterbildet. Aus diesem Grund besitzen die s_1 -Quantenstrategien (bzw. s_2 -Quantenstrategien), die speziell bei einer der reinen klassischen Strategien starten ($\{(\theta_A \equiv 0, \varphi_A) \mid \varphi_A \in [0, \frac{\pi}{2}]\}$), eine besondere Bedeutung.



Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiels.

Die quantenspieltheoretische Erweiterung beschreibt somit den Entscheidungszustand eines Spielers A als einen im komplexen Hilbertraum definierten Zustandsvektor. Der Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiels ist in der nebenstehenden Abbildung visualisiert. Der Zwei-Spielerzustand $|\Psi\rangle$ ist ein vierkomponentiger Spinor, welcher auf dem gemeinsamen Hilbertraum der Spieler ($\mathcal{H} := \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$) definiert ist. Die Basisvektoren dieses vierdimensionalen komplexwertigen Raumes werden durch die vier möglichen, klassischen Strategienkombinationen (messbaren Eigenzustände des Quantensystems) gebildet ($|s_1^A s_1^B\rangle := (1, 0, 0, 0)$, $|s_1^A s_2^B\rangle := (0, -1, 0, 0)$, $|s_2^A s_1^B\rangle := (0, 0, -1, 0)$ und $|s_2^A s_2^B\rangle := (0, 0, 0, 1)$). Der Zwei-Spieler-Anfangszustand $|s_1^A s_1^B\rangle$ bildet sich durch das äußere Produkt der Ein-Spieler Zustände $|s_1^A\rangle$ und $|s_1^B\rangle$. Die vektorielle Repräsentation der allgemeinen Ein-

Spieler Zustände $|\psi_A\rangle$, bzw. $|\psi_B\rangle$ ist wie folgt durch die Basen der reinen Zustände definiert:

$$|\psi_A\rangle := \begin{pmatrix} \psi_1^A \\ -\psi_2^A \end{pmatrix} = \psi_1^A |s_1^A\rangle + \psi_2^A |s_2^A\rangle, \quad |\psi_B\rangle := \begin{pmatrix} \psi_1^B \\ -\psi_2^B \end{pmatrix} = \psi_1^B |s_1^B\rangle + \psi_2^B |s_2^B\rangle$$

wobei: $|s_1^\mu\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $|s_2^\mu\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $|s_1^A s_1^B\rangle := |s_1^A\rangle \otimes |s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Der finale Zwei-Spielerzustand eines simultanen Zwei-Strategien-'One Shot'- Quantenspiels wird somit durch den vierkomponentigen Quantenzustand $|\Psi\rangle$ beschrieben, welcher sich in der Eisert'schen Repräsentation wie folgt aus dem Anfangszustand $|\Psi_0\rangle = \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$ entwickelt

$$|\Psi\rangle = \widehat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle, \quad |\Psi_0\rangle = \widehat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 \\ 0 \\ i \sin(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix},$$

wobei $\widehat{\mathcal{J}} := (J_{\alpha\beta})$, $\alpha, \beta = 1 \dots 4$ die von dem Parameter γ abhängige Verschränkungsmatrix (bzw. den Verschränkungsoperator) beschreibt

$$\widehat{\mathcal{J}} := e^{i \frac{\gamma}{2} (\hat{s}_1 \otimes \hat{s}_1)} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & i \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ 0 & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix}, \quad \gamma \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

Wie geht man in der Physik vor?

Wie beschreibt man in der Physik das Verhalten der untersuchten Dinge?

Nehmen wir z.B. das Elektron als das Ding (der Aktant (Akteur, Knoten, Spieler)) des zu untersuchenden Systems. Mit welcher Theorie beschreiben wir das Verhalten dieses Elektrons?

des Elektrons und seines zugehörigen Antiteilchens als Zustand eines Diracspinors zusammen:

$$\psi_A = \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \\ \tilde{e}_L \\ \tilde{e}_R \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} \text{Linkshändiges Elektron} \\ \text{Rechtshändiges Elektron} \\ \text{Linkshändiges Positron} \\ \text{Rechtshändiges Positron} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Man kann dann mit ein und derselben Gleichung sowohl das Teilchen als auch das Antiteilchen beschreiben. Die zutreffende Gleichung nennt man Diracgleichung; sie besitzt die folgende Form:⁶

$$i \gamma^\mu_A{}^B \partial_\mu \psi_B - \frac{m_0 c}{\hbar} \psi_A = 0 \quad (1.2)$$

- $i = \sqrt{-1}$: Imaginäre Einheit
- c : Lichtgeschwindigkeit
- $\hbar = \frac{h}{2\pi}$: Plank'sches Wirkungsquantum
- m_0 : Ruhemasse des Fermions
- μ : Raumzeitindex 0...3
- A, B : Diracindex 1..4
- $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}$: Partielle Ableitung
- ψ_A : Fermionischer Diracspinor
- $\gamma^\mu_A{}^B$: Dirac Matrizen

Vergleicht man den Zwei-Spielerzustand der Quanten Spieltheorie mit dem Diracspinor, so repräsentieren die beiden Spieler das Teilchen und das Antiteilchen und der Hängigkeit (links, rechtshändig) die Strategienwohl der Spieler.

Der Erwartungswert der Auszahlungen der Spieler wird zusätzlich durch die Spielmatrix (siehe nebenstehende Auszahlungstabelle) mitbestimmt:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{21}^B P_{12} + \$_{12}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

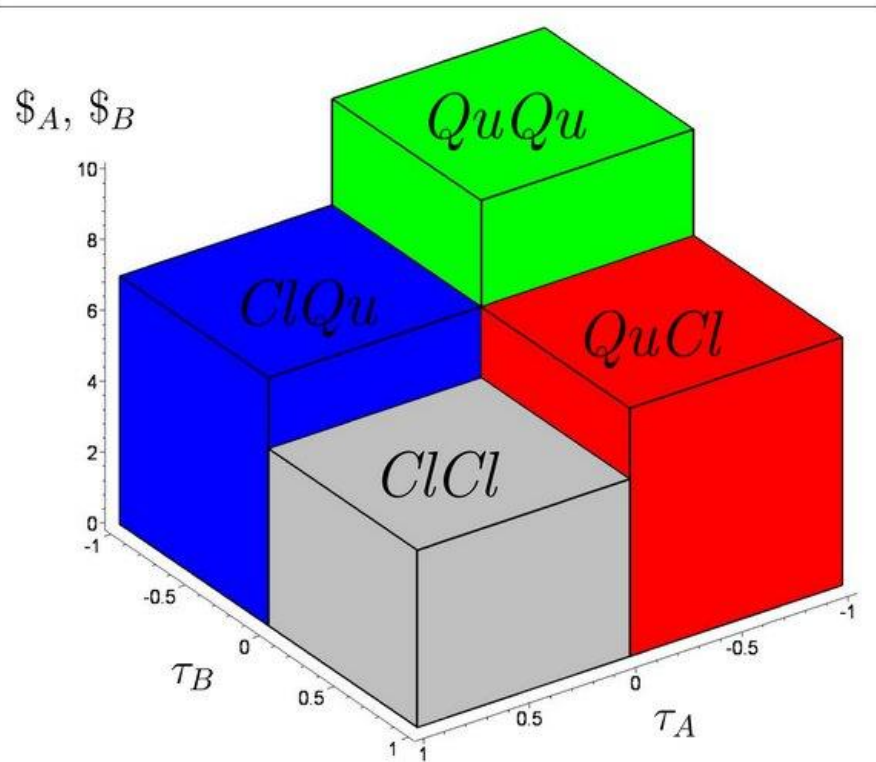
mit: $P_{kl} = |\langle s_k^A s_l^B | \Psi \rangle|^2$, $k, l = \{1, 2\}$

A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{21}^B)$
s_2^A	$(\$_{21}^A, \$_{12}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$

Allgemeine Auszahlungsmatrix eines (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels.

Dieser Erwartungswert der Auszahlungen stellt eine Erweiterung des aus der klassischen Spieltheorie bekannten Konzepts der Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien dar.

Um die Auswirkungen des quantenspieltheoretischen Konzepts auf die dem Spieler ratsame Wahl der Entscheidung zu untersuchen, wird im Folgenden die Struktur der quantenspieltheoretisch erweiterten gemischten Auszahlungsfunktion untersucht. Im Unterschied zur klassischen Auszahlungsfunktion ($\tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B)$), die lediglich von den gemischten Strategien des Spielers A (\tilde{s}^A) und des Spielers B (\tilde{s}^B) abhängt, hängt die quantentheoretische Erweiterung der Auszahlungsfunktion im Allgemeinen von fünf Parametern ab: Die vier Winkel der Entscheidungsoperatoren ($\theta_A, \varphi_A, \theta_B$ und φ_B) und der Parameter γ , welcher die Stärke der Strategienverschränkung quantifiziert.



Visualisierungsraum der quantentheoretisch erweiterten Auszahlung $\$$ als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B.

Um die Auszahlungsfunktion dennoch als Fläche in einem dreidimensionalen Raum zu visualisieren, reduziert man deren Abhängigkeiten, indem man einerseits den Verschränkungsparameter γ fixiert und die Menge der Quantenstrategien auf diejenigen beschränkt, die vom Ursprung der reinen, klassischen s_1 -Strategie starten. Die Abhängigkeiten des vierkomponentigen Zwei-Spieler Quantenzustand $|\Psi\rangle$ werden durch die Einführung zweier neuer Parameter (τ_A und τ_B) reduziert:

$|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)\rangle \rightarrow |\Psi(\tau_A, \tau_B)\rangle$. Die für jeden Spieler wählbaren Entscheidungswinkel θ und φ werden dadurch auf einen einzigen Parameter $\tau \in [-1, 1]$ reduziert. Positive τ -Werte entsprechen den klassischen gemischten Strategien, wohingegen negative τ -Werte Quantenstrategien mit $\theta = 0$ und $\varphi > 0$ repräsentieren. Der gesamte quantentheoretische Strategienraum wird dadurch in vier separate Regionen unterteilt: in den absolut klassischen Bereich (ClCl: $\tau_A, \tau_B \geq 0$), den absoluten Quantenbereich (QuQu: $\tau_A, \tau_B < 0$) und in die beiden semi-klassischen Quantenbereiche (ClQu: $\tau_A \geq 0 \wedge \tau_B < 0$ und QuCl: $\tau_A < 0 \wedge \tau_B \geq 0$). Durch diese (τ_A, τ_B) -Repräsentation wird die Menge der möglichen Quantenstrategien auf die folgende Untermenge reduziert:

$$\underbrace{\{(\tau \pi, 0) \mid \tau \in [0, 1]\}}_{\text{klassischer Bereich Cl}} \quad \wedge \quad \underbrace{\{(0, \tau \frac{\pi}{2}) \mid \tau \in [-1, 0]\}}_{\text{Quantenbereich Ql}}$$

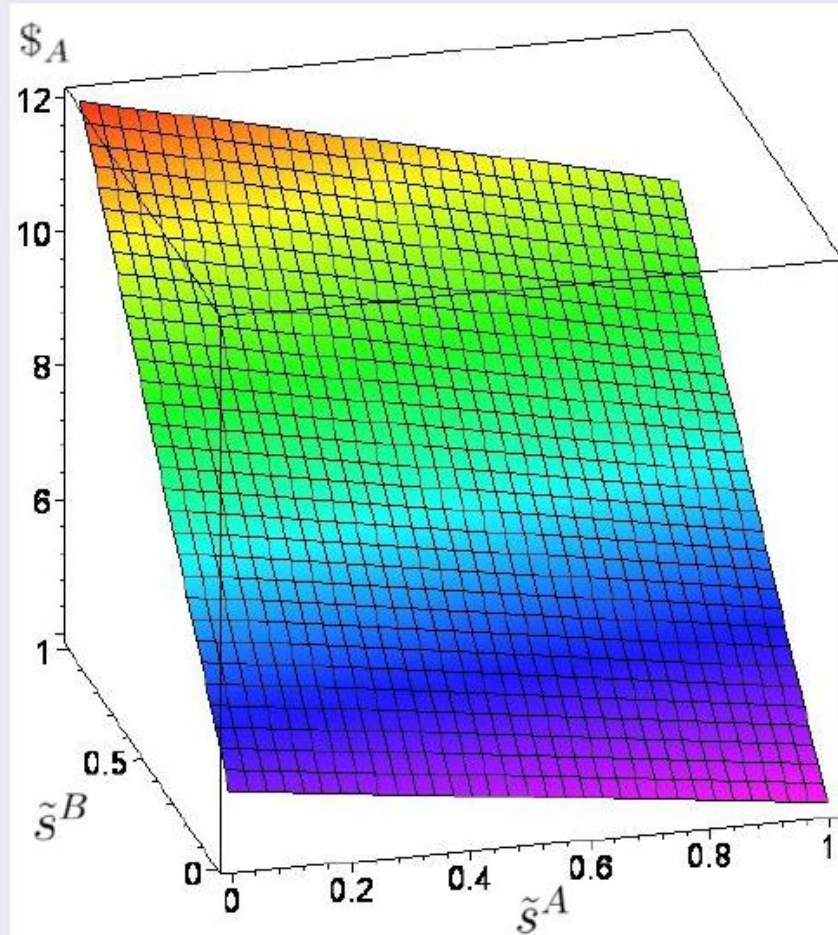
Die nebenstehende Abbildung stellt die vier Regionen des Visualisierungsraums der quantentheoretischen Auszahlungsfunktion dar. Die absolut klassische Region (ClCl, $\varphi_A, \varphi_B \equiv 0$) befindet sich im vorderen Bereich, die Region in welchem beide Spieler eine Quantenstrategie

quantentheoretischen Auszahlungsfunktion dar. Die absolut klassische Region ($CI|CI, \varphi_A, \varphi_B \equiv 0$)

befindet sich im vorderen Bereich, die Region in welchem beide Spieler eine Quantenstrategie wählen (QuQI: $\tau_A, \tau_B < 0$) ist im hinteren Bereich des Diagramms zu finden und die semi-klassischen Quantenregionen befinden sich seitlich in dem rechten und linken Bereich. Bei der im nächsten Unterkapitel folgenden Diskussion der exemplarischen Beispiele wird dieser Visualisierungsraum benutzt werden, um die Resultate der Quanten-Spieltheorie zu verdeutlichen. Der Eisert'sche Ansatz wurde in der wissenschaftlichen Literatur, in den ersten Jahren nach seiner Veröffentlichung, kritisch diskutiert. Bereits im Jahre 2000 kommentierten beispielweise Benjamin & Hayden den Eisert'schen Ansatz und behaupteten, dass die benutzte Matrix-Repräsentation der Quanten-Entscheidungsoperatoren der Spieler eine unzulässige Einschränkung darstelle. Definiert man die Quanten-Entscheidungsoperatoren auf einer allgemeinen $SU(2)$ -Gruppe, so die Behauptung, dann entstehen keine neuen Nash-Gleichgewichte im Quantenbereich der Strategien. Benjamin & Hayden begründeten diese Behauptung, indem sie zeigten, dass die beste Antwort auf das von Eisert definierte Quanten Nash-Gleichgewicht ($\hat{Q} = \hat{U}(0, \pi/2)$) die zusammengesetzte Entscheidungsoperation ($\hat{U}(0, \pi/2) \hat{U}(\pi, 0)$) ist. Dies ist zwar mathematisch richtig, entspricht jedoch nicht dem Verständnis der in dieser Arbeit benutzten Formalisierung der Quanten-Spieltheorie. Die Einschränkung der Quanten-Entscheidungsoperatoren durch die Matrix-Repräsentation, in Verbindung mit der Reduktion auf s_1 -Quantenstrategien (bzw. s_2 -Quantenstrategien) spiegelt die, während des Entscheidungsprozesses durchdachten gedanklichen Pfade des jeweiligen Spielers wider. Zusammengesetzte, simultane Gedankenwege wie ($\hat{U}(0, \pi/2) \hat{U}(\pi, 0)$) würden einem schizophren artigen Gedankenprozess entsprechen, indem der Spieler während des Entscheidungsprozesses in zwei separate Persönlichkeiten (A1 und A2) unterschiedlicher Denkrichtungen geteilt ist ($\hat{U}_{A1}(0, \pi/2)$ und $\hat{U}_{A2}(\pi, 0)$) -- dies ist im Eisert'schen Ansatz nicht möglich. Im Jahre 2002 kommentierten S.J. van Enk & R. Pike den Eisert'schen quantenspieltheoretischen Ansatz und behaupteten, dass (2 Personen)-(2 Strategien) Quantenspiele äquivalent zu einem klassischen (2 Personen)-(3 Strategien) Spiel seien, wobei die dritte, klassische Strategie der Quantenstrategie \hat{Q} entsprechen soll. Das Verschwinden der dominanten Strategie im Gefangenendilemma und die Vorteilhaftigkeit der neuen dominanten \hat{Q} -Strategie im (2 Personen)-(3 Strategien) Spiel sei nach van Enk & Pike nicht beeindruckend, da es sich um unterschiedliche Spiele handelt. Diese Aussage ist nicht richtig, da das zugrundeliegende, beobachtbare Spiel auch in einer quantentheoretisch erweiterten Form ein (2 Personen)-(2 Strategien) bleibt. Die gewählten, beobachtbaren Strategienentscheidungen der Spieler sind auch bei Quantenspielen die beiden reinen Strategien. Die von van Enk & Pike aufgezeigte Analogie kann man lediglich als pädagogische Veranschaulichung der Quantenstrategie verstehen. Die Vorteilhaftigkeit des durch die \hat{Q} -Strategie erweiterte Strategienraum steigt bei zunehmender Verschränkung der Spielerstrategien. Liegt dieser Verschränkungswert unterhalb einer spieleigenen, definierten Grenze, so können die Spieler die Vorteilhaftigkeit des Gedankenweges \hat{Q} nicht erkennen und bleiben als Folge dessen im Dilemma des (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels gefangen. Liegt die Stärke der Strategienverschränkung jedoch oberhalb der definierten Barriere, so erscheint der Gedankenweg \hat{Q} ihnen als vorteilhaft. Die neue, dominante Strategie \hat{Q} stellt jedoch keine real existierende Strategie dar, da diese stets als eine der beiden reinen Strategie beobachtet wird (im Falle des Gefangenendilemmas als kooperierende Strategie).

Quantum extension of dominant class games

Classical payoff for player A



A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	(10,10)	(4,12)
s_2^A	(12,4)	(5,5)

Table: Payoffmatrix of a dominant, prisoners dilemma like game.

This dominant, prisoners dilemma like game has only one pure, symmetric Nash equilibrium (s_2^A, s_2^B) which is the only ESS of the evolutionary game.

Teil III.2.3 Symmetrische (2x2)-Quantenspiele

Parametersätze	Spielklasse	$\$_{11}$	$\$_{12}$	$\$_{21}$	$\$_{22}$	Nash-Gleichgewichte
Set_A	Dominantes Spiel	10	4	12	5	Ein reines Nash-Gleichgewicht (s_2^A, s_2^B)
Set_B	Koordinations-spiel	10	4	9	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$
Set_C	Anti-Koordinations-spiel	10	7	12	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$

Parameterwerte der drei symmetrischen Beispielspiele.

Die auf der rechten Seite dargestellte Abbildung stellt die quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B dar. Als zugrundeliegender Parametersatz wurde Set_A verwendet und die Stärke der Quantenverschränkung der Spielerstrategien wurde auf null gesetzt ($\gamma = 0$). Als Visualisierungsraum wurde der in der oberen Abbildung beschriebene reduzierte Raum verwendet, wobei der absolute Quantenbereich QuQu, bei dem beide Spieler eine Quantenstrategie benutzen,

im hinteren Teil des Diagramms zu finden ist und die rein klassische Region ClCl nach vorne projiziert wurde. Die Abbildung zeigt deutlich, dass das unverschränkte Quantenspiel identisch mit der klassischen Version des Spiels ist. Im Bereich, in dem beide Spieler eine Quantenstrategie wählen ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$),

ist die Auszahlung der Spieler gleich der Auszahlung, als wenn die Spieler die klassische Strategie s_1 gewählt hätten ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10, \$B(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). Das Nash-Gleichgewicht des klassischen Spiels ((s_2^A, s_2^B) , die dominante Strategie) entspricht den folgenden τ -Werten:

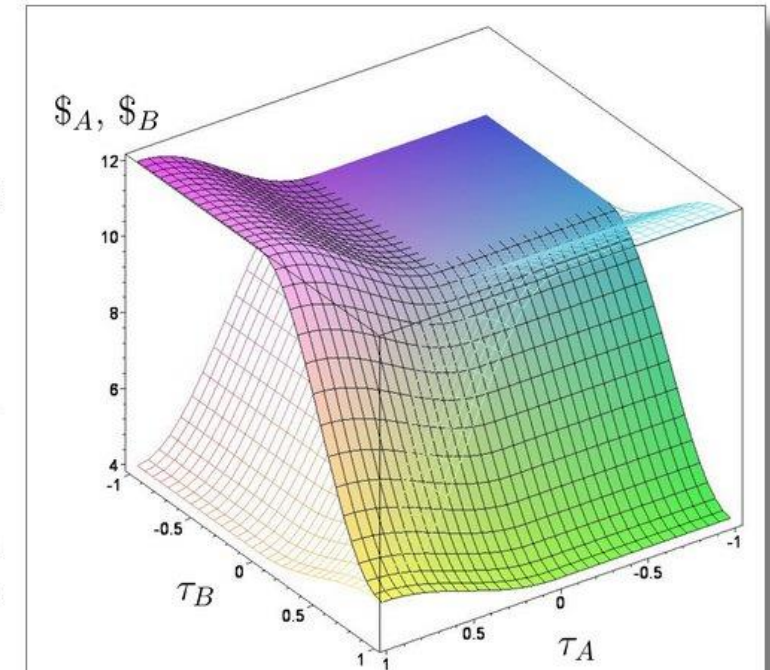
$(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$ und bleibt auch im unverschränkten Quantenspiel bestehen.

Die beiden Diagramme in der linken unteren Abbildung stellen die quantentheoretisch erweiterte Auszahlungsfunktion bei einem mittleren und dem maximalen Verschränkungswert dar. Die Struktur der Auszahlungsflächen innerhalb der vollständig klassischen Region ClCl verändert ihr Erscheinungsbild bei

Symmetrische (2 Personen)-(2 Strategien) Spiele lassen sich formal in drei unterschiedliche Spielklassen separieren (siehe Teil I).

Dominante Spiele (Set_A)

Das durch Parametersatz Set_A definierte Spiel gehört der Klasse der dominanten Spiele an. Das Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien befindet sich bei der Strategienkombination, bei welcher beide Spieler die Strategie s_2 spielen (s_2^A, s_2^B).

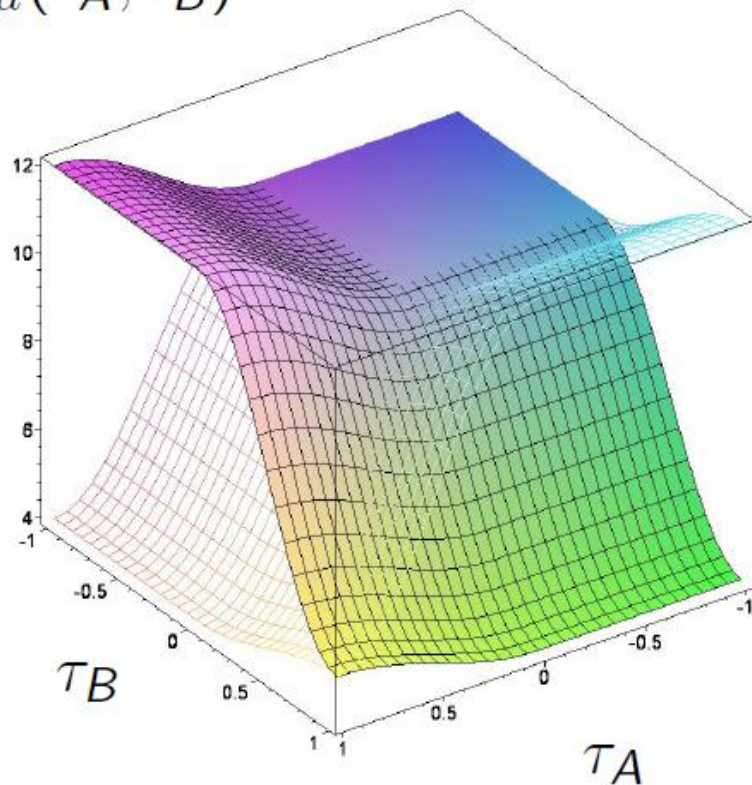


Quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B in einem unverschränkten Quantenspiel ($\gamma = 0$) unter Verwendung des Parametersatzes Set_A .

Quantum extension of dominant class games

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = 0$ (no entanglement)

$$\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The diagram clearly exhibits that the non-entangled quantum game simply describes the classical version of the prisoner's dilemma game. For the case, that both players decide to play a quantum strategy ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$) their payoff is equal to the case where both players choose the classical pure strategy s_1 ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). The classical Nash equilibrium ((s_2^A, s_2^B) , the dominant strategy) corresponds to the following τ -values: $(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$.

Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer

Physics of Socio-Economic Systems with the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main (Wintersemester 2017/18)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske
Frankfurt am Main 10.01.2018

Dritter Vorlesungsteil: Symmetrische (2 x 2) Quantenspiele

▼ Die Quanten Spieltheorie und der verschränkte Zwei-Spieler Zustand

Dieses Maple-Worksheet illustriert das Konzept der Quanten-Spieltheorie an mehreren Beispielen.

```
> restart:
with(linalg):
with(LinearAlgebra):
with(plots):
with(RandomTools):
with(networks):
with(stats[statplots]):
with(plottools):
with(ColorTools):
```

Die Quanten-Spieltheorie beschreibt den Entscheidungszustand eines Spielers, bevor dieser die endgültige Wahl der reinen Strategie getroffen hat, als eine komplexwertige Größe (Spinor) in einem zweidimensionalen Zustandsraum, dem sogenannten Hilbertraum. Die in diesem Worksheet verwendete mathematische Repräsentation dieses Spinors wird mit Hilfe des Entscheidungsoperators U konstruiert, der auf einen Anfangszustand wirkt. Die Entscheidungsoperatoren der Spieler A und B sind wie folgt definiert:

```
> UA:=subs({theta=ta,phi=pa},matrix(2,2,[exp(I*phi)*cos(theta/2),sin(theta/2),-sin(theta/2),exp(-I*phi)*cos(theta/2)]));
UB:=subs({theta=tb,phi=pb},matrix(2,2,[exp(I*phi)*cos(theta/2),sin(theta/2),-sin(theta/2),exp(-I*phi)*cos(theta/2)]));
```

$$UA := \begin{bmatrix} e^{i p a} \cos\left(\frac{1}{2} t a\right) & \sin\left(\frac{1}{2} t a\right) \\ -\sin\left(\frac{1}{2} t a\right) & e^{-i p a} \cos\left(\frac{1}{2} t a\right) \end{bmatrix}$$

$$UB := \begin{bmatrix} e^{i p b} \cos\left(\frac{1}{2} t b\right) & \sin\left(\frac{1}{2} t b\right) \\ -\sin\left(\frac{1}{2} t b\right) & e^{-i p b} \cos\left(\frac{1}{2} t b\right) \end{bmatrix}$$

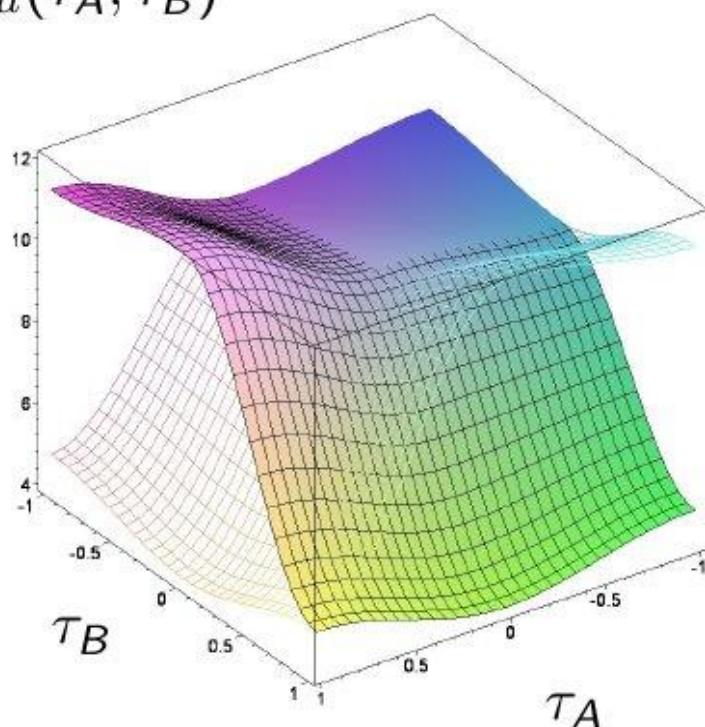
(1.1)

Mittels des äusseren Produktes erhält man den gemeinsamen (4x4)-Entscheidungsoperator:

```
> UA_T_UB:=matrix(4,4,[
UA[1,1]*UB[1,1],UA[1,1]*UB[1,2],UA[1,2]*UB[1,1],UA[1,2]*UB[1,2],
```

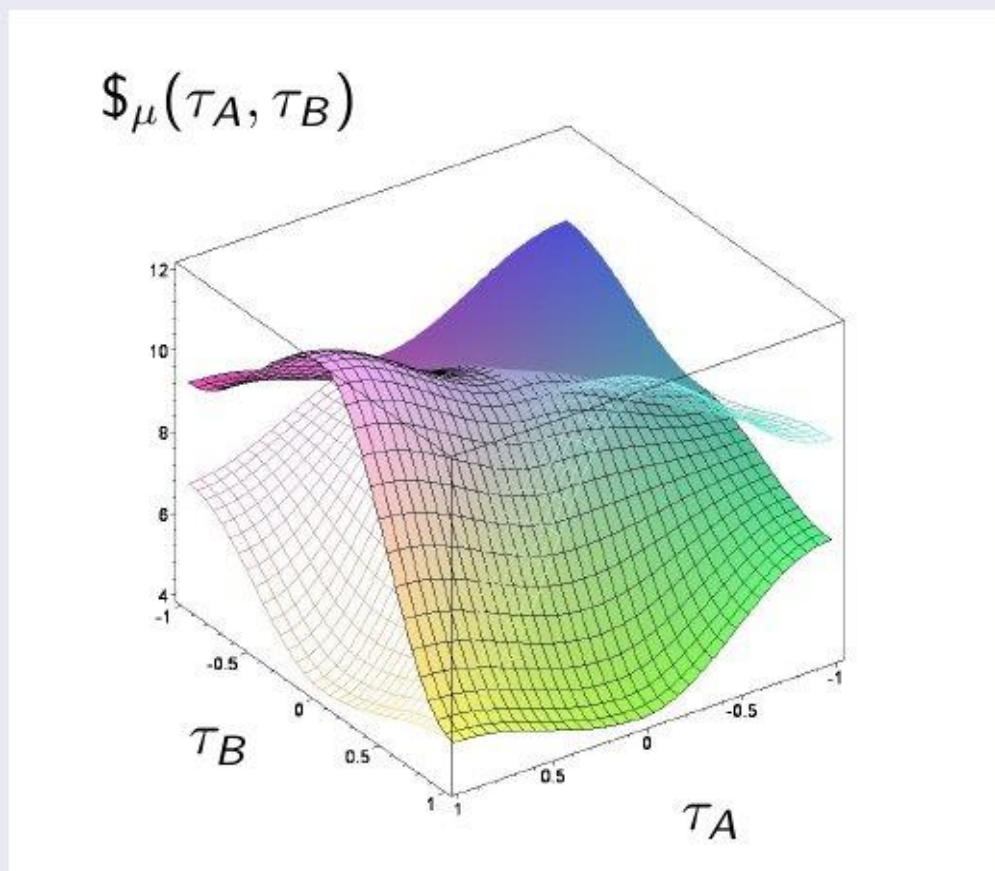
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{10} \approx 0.31$

$$\mathcal{S}_\mu(\tau_A, \tau_B)$$



For the absolute classical region $CI|C|$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria does not change for the left picture, whereas for the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium will appear at $(\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1))$. During the transition from this figure to the next picture two separate phenomena occur. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

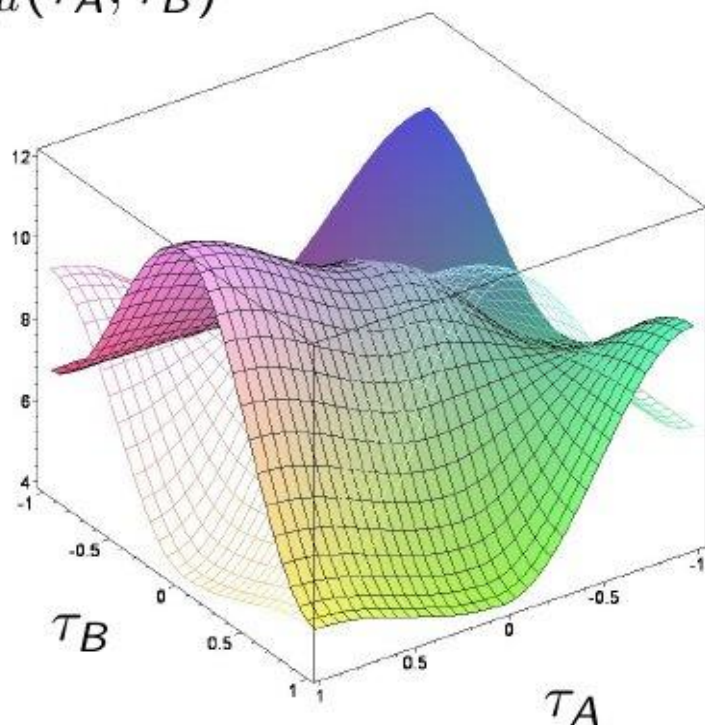
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{8} \approx 0.52$



For the absolute classical region $CICI$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria did not change for the last figure, whereas for this and the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium has appeared ($\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1)$). During the transition from the last picture to this figure two separate phenomena occurred. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{6} \approx 0.94$

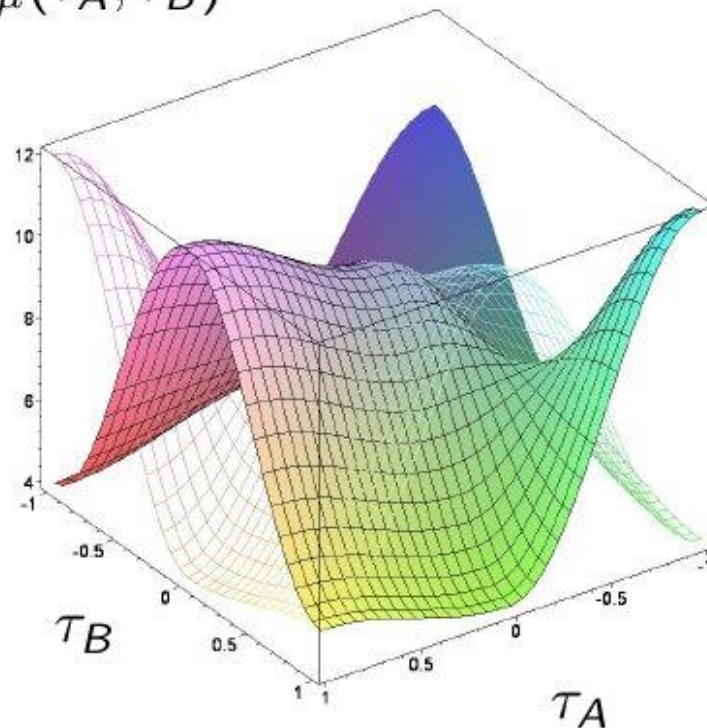
$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$

$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König "Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises" (in Physica A 389 (2010) 5084 – 5102)

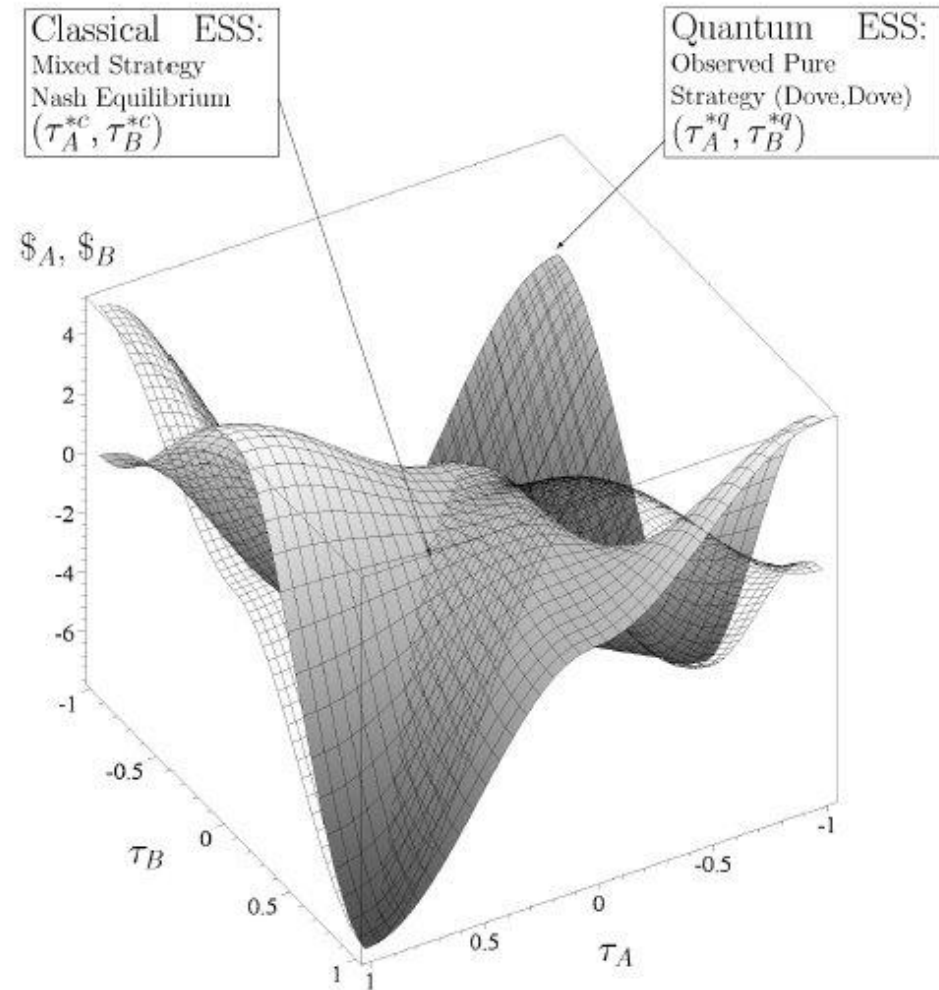


Figure 5.10.: Same description as Figure 5.7, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

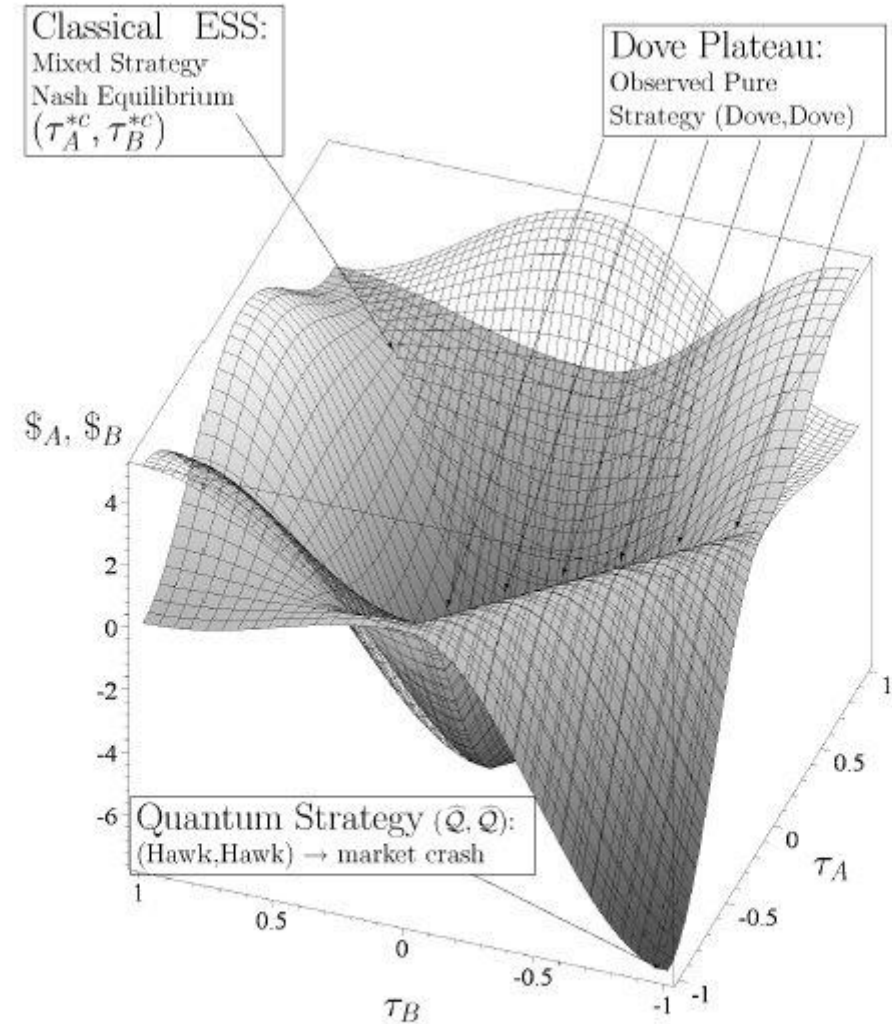


Figure 5.13.: Same description as Figure 5.12, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.



Symmetric (2x2) quantum games

For vanishing values of entanglement ($\gamma=0$) quantum games are identical to classical games.

Dominant Class:

Games with a dilemma: The dilemma resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Games without a dilemma: No further Nash-equilibria, dominant strategy remains.

Class of coordination games:

The coordination problem resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Class of anti-coordination games:

An additional Nash-Equilibrium appears if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

In General: If the strategy entanglement is large enough, then additional Nash equilibria can occur, previously present, not favorable dominant or evolutionary stable strategies could become nonexistent and new, favorable evolutionary stable strategies do appear for some game classes.

Quantum Game Theory and Scientific Communication

M. Hanauske, S. Bernius und B. Dugall “Quantum Game Theory and Open Access Publishing” (in *Physica A* 382 (2007) 650-664)

Matthias Hanauske, Wolfgang König und Berndt Dugall “Evolutionary Quantum Game Theory and Scientific Communication” (Beitrag auf der Konferenz “Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society” (2010))

Matthias Hanauske “Evolutionary Game Theory and Complex Networks of Scientific Information” (Chapter in the Springer Book “Models of science dynamics—Encounters between complexity theory and information science” (2011))

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König “Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises” (in *Physica A* 389 (2010) 5084 – 5102)

Quantum Game Theory and Experimental Economics

M. Hanauske, S. Bernius, W. König und B. Dugall “Experimental Validation of Quantum Game Theory” (Beitrag auf der Konferenz “Logic and the Foundations of Game and Decision Theory” (2008))

Quantum Game Theory and Networks of Software Firms

Quantum Game Theory and Social Norms in Firms



ELSEVIER

Available online at www.sciencedirect.com

SCIENCE @ DIRECT®

Journal of Mathematical Psychology 50 (2006) 220–241

Journal of
Mathematical
Psychology

www.elsevier.com/locate/jmp

Quantum dynamics of human decision-making

Jerome R. Busemeyer*, Zheng Wang, James T. Townsend

Indiana University, USA

Received 10 December 2004; received in revised form 11 January 2006

Available online 15 March 2006

Abstract

A quantum dynamic model of decision-making is presented, and it is compared with a previously established Markov model. Both the quantum and the Markov models are formulated as random walk decision processes, but the probabilistic principles differ between the two approaches. Quantum dynamics describe the evolution of complex valued probability amplitudes over time, whereas Markov models describe the evolution of real valued probabilities over time. Quantum dynamics generate interference effects, which are not possible with Markov models. An interference effect occurs when the probability of the union of two possible paths is smaller than each individual path alone. The choice probabilities and distribution of choice response time for the quantum model are derived, and the predictions are contrasted with the Markov model.

© 2006 Elsevier Inc. All rights reserved.

Keywords: Quantum; Markov; Dynamics; Decision-making; Random-walk; Diffusion; Choice; Response-time

A Brief Introduction to Quantum Formalism
Emmanuel Haven and Andrei Khrennikov

**Quantization in Financial Economics:
An Information-Theoretic Approach**
Raymond J. Hawkins and B. Roy Frieden

Quantum Game Theoretical Frameworks in Economics
Edward W. Piotrowski and Jan Sładkowski

The Intrinsic Quantum Nature of Classical Game Theory
Y. Pelosse

**Decision-Making and Cognition Modeling from the
Theory of Mental Instruments**
Irina Basieva and Andrei Khrennikov

Adaptive Dynamics and an Optical Illusion
Masanori Ohya and Yoshiharu Tanaka

Strategic Choice in Hilbert Space
Charles E. Smith Jr. and Christopher Zorn

1

19

39

59

Voters' Preferences in a Quantum Framework 141
Polina Khrennikova and Emmanuel Haven

**Quantum Structure in Cognition Origins, Developments,
Successes, and Expectations** 157
Diederik Aerts and Sandro Sozzo

Quantum Cognition, Neural Oscillators, and Negative Probabilities 195
J. Acacio de Barros and Gary Oas

**Quantum-Like Type Indeterminacy: A Constructive
Approach to Preferences à la Kahneman and Tversky** 229
A. Lambert-Mogiliansky

Quantum Models of Human Causal Reasoning 251
Jennifer S. Trueblood and Percy K. Mistry

**A Quantum Probability Model for the Constructive
Influence of Affective Evaluation** 267
Lee C. White, Emmanuel M. Pothos, and Jerome R. Busemeyer

**Is there Room in Quantum Ontology for a Genuine
Causal Role for Consciousness?** 293
Paavo Pyllkkänen

Big Challenges Section 319

Why Quantum? 321
Andrei Khrennikov

**Quantum Principles and Mathematical Models
in Physics and Beyond** 335
Arkady Plotnitsky

Emmanuel Haven • Andrei Khrennikov
Editors

The Palgrave Handbook of Quantum Models in Social Science

Applications and Grand Challenges

Quantum cognition: a new theoretical approach to psychology

Peter D. Bruza¹, Zheng Wang², and Jerome R. Busemeyer³

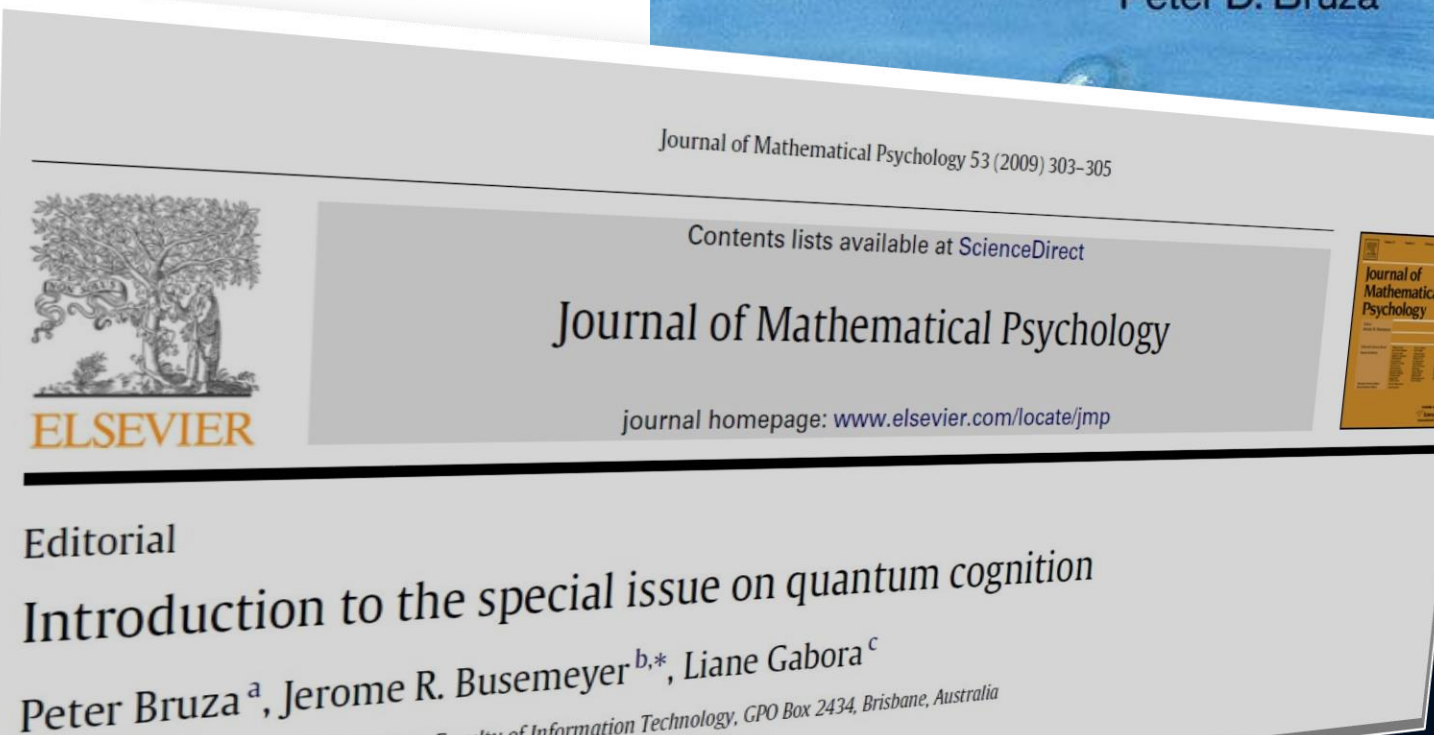
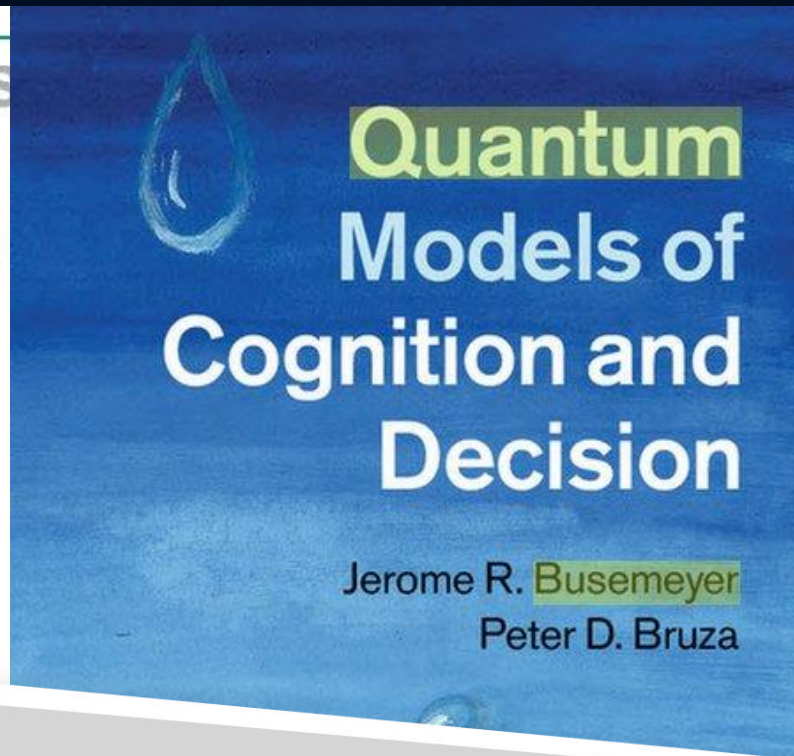
¹Information Systems School, GPO Box 2434, Queensland University of Technology, Brisbane 4001, Australia

²School of Communication, 3145 Derby Hall, 154 North Oval Mall, The Ohio State University, Columbus, OH 43210, USA

³Department of Psychological and Brain Sciences, 1101 East 10th Street, Indiana University, Bloomington, IN 48705, USA

What type of probability theory best describes the way humans make judgments under uncertainty and decisions under conflict? Although rational models of cognition have become prominent and have achieved much success, they adhere to the laws of classical probability theory despite the fact that human reasoning does not always conform to these laws. For this reason we have seen the recent emergence of models based on an alternative probabilistic framework drawn from quantum theory. These quantum models show promise in addressing cognitive phenomena that have proven recalcitrant to modeling by means of classical probability theory. This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.

maker is rational and derived from. However, the Bayesian model does not describe the way humans make decisions. To what extent can quantum theory be used to describe human decision making? This review compares and contrasts probabilistic models based on Bayesian or classical versus quantum principles, and highlights the advantages and disadvantages of each approach.





ELSEVIER

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Psychology

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp



Quantum structure in cognition

Diederik Aerts*

*Center Leo Apostel for Interdisciplinary Studies, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Mathematics, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium
Department of Psychology, Vrije Universiteit Brussel, 1160 Brussels, Belgium*

ARTICLE INFO

Article history:

Received 27 May 2008

Received in revised form

17 April 2009

Available online 31 May 2009

Keywords:

Concept theories

Concept conjunction

Guppy effect

Overextension

Quantum mechanics

Interference

Superposition

Hilbert space

Fock space

ABSTRACT

The broader scope of our investigations is the search for the way in which concepts and their combinations carry and influence meaning and what this implies for human thought. More specifically, we examine the use of the mathematical formalism of quantum mechanics as a modeling instrument and propose a general mathematical modeling scheme for the combinations of concepts. We point out that quantum mechanical principles, such as superposition and interference, are at the origin of specific effects in cognition related to concept combinations, such as the guppy effect and the overextension and underextension of membership weights of items. We work out a concrete quantum mechanical model for a large set of experimental data of membership weights with overextension and underextension of items with respect to the conjunction and disjunction of pairs of concepts, and show that no classical model is possible for these data. We put forward an explanation by linking the presence of quantum aspects that model concept combinations to the basic process of concept formation. We investigate the implications of our quantum modeling scheme for the structure of human thought, and show the presence of a two-layer structure consisting of a classical logical layer and a quantum conceptual layer. We consider connections between our findings and phenomena such as the disjunction effect and the conjunction fallacy in decision theory, violations of the sure thing principle, and the Allais and Elsborg paradoxes in economics.

© 2009 Elsevier Inc. All rights reserved.

Frühjahrstagung der
Deutschen Physikalischen Gesellschaft
in Regensburg im Jahre 2010

Evolutionary Quantum Game Theory — •MATTHIAS HANAUSKE¹ and JENNIFER KUNZ² — ¹Institute of Information Systems — ²Chair of Controlling and Auditing, Goethe-University, Frankfurt/M.

Quantum game theory is a mathematical and conceptual amplification of classical game theory. The space of all conceivable decision paths is extended from the purely rational, measurable space in the Hilbertspace of complex numbers. Through the concept of a potential entanglement of the imaginary quantum strategy parts, it is possible to include corporate decision path, caused by cultural or moral standards. If this strategy entanglement is large enough, then, additional Nash-equilibria can occur and previously present dominant strategies could become nonexistent. The main equation of evolutionary game theory, the Replicator equation, gets a more complex structure and other evolutionary stable strategies can appear. In addition to a detailed introduction in evolutionary quantum game theory several examples of applications will be presented during this talk. The current financial crisis will be discussed using a quantum extension of an anti-coordination game, the different publication patterns of scientist will be studied and the evolution of social norms in firms will be explained using a quantum coordination game.

(<http://evolution.wiwi.uni-frankfurt.de/Lyon2009/>, ArXiv: 0904.2113, arXiv: physics/0612234)

Im Jahre 2010 hatte ich die Möglichkeit meine Ergebnisse zur evolutionären Quantenspieltheorie auf der DPG-Frühjahrstagung vorzustellen (siehe nebenstehende Zusammenfassung des Vortrages). Herr Prof. Albert-Laszlo Barabasi war ebenfalls auf der Konferenz und hielt einen Vortrag über seine aktuelle Forschung (siehe nächste Folie).

Frühjahrstagung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft in Regensburg im Jahre 2010

SOE 16: Plenary Talk Barabasi

Time: Thursday 8:30–9:15

Location: H1

Plenary Talk

SOE 16.1 Thu 8:30 H1

Complex Networks: From Statistical Physics to the Cell
— •ALBERT-LASZLO BARABASI — Northeastern University/Harvard
Medical School

Highly interconnected networks with amazingly complex structure describe systems as diverse as the World Wide Web, our cells, social systems or the economy. In the past decade we learned that most of these networks are the result of self-organizing processes governed by simple but generic laws, resulting in architectural features that makes them much more similar to each other than one would have expected

by chance. I will discuss the statistical mechanics of our interconnected world and its implications to network robustness and spreading processes. Much of these advances were inspired by maps of real networks, informing the modeling and analytical efforts. Yet, in the past few years the richness of data has improved considerably, allowing us to look deeper into the role of the nodes and links that shape the network topology and function. My goal is to move beyond the topology and to potentially review a few recent results, from the role of distance in shaping our social networks to controllability in biological and technological networks.

Audiodatei des Vortrages unter [http//..](http://..)

Big Author-Hubs in Science



Albert-László Barabási

FOLGEN

Northeastern University, Harvard Medical School
 Bestätigte E-Mail-Adresse bei neu.edu - [Startseite](#)

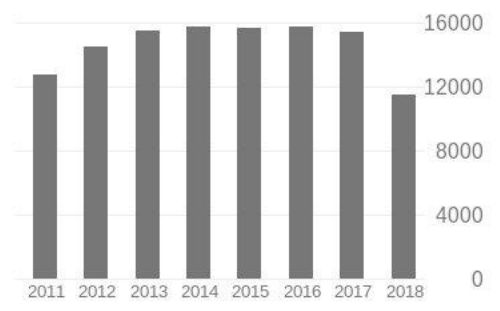
network science statistical physics biological physics physics medicine

EIGENES PROFIL ERSTELLEN

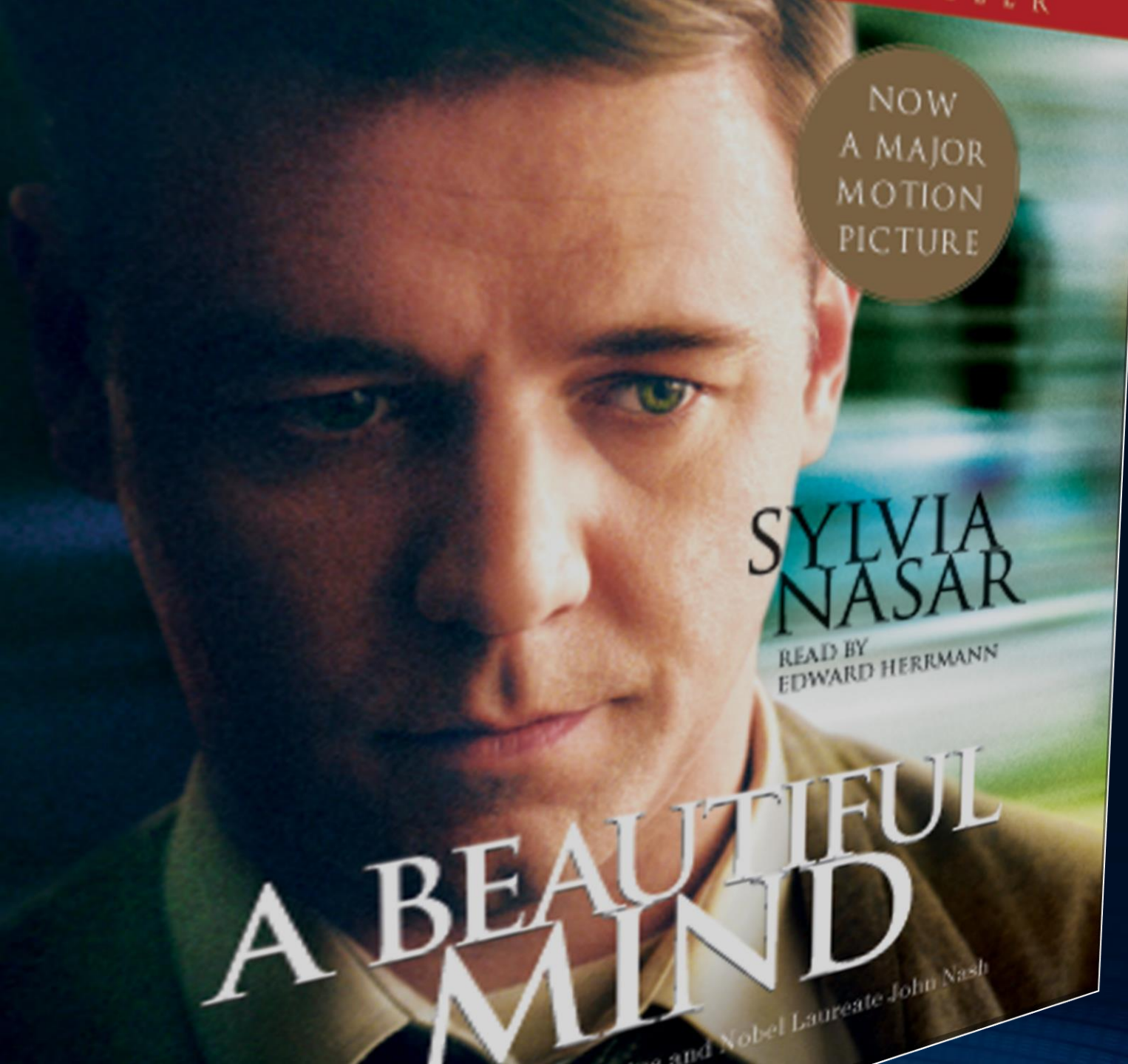
TITEL	ZITIERT VON	JAHR
Emergence of scaling in random networks AL Barabási, R Albert Science 286 (5439), 509-512	32013	1999
Diameter of the world wide web A Reka, H Jeong, AL Barabasi Nature 401 (9), 130-131	24127 *	1999
Statistical mechanics of complex networks R Albert, AL Barabasi Reviews of Modern Physics 74, 47-97	20489	2002
Linked: The New Science Of Networks AL Barabási Basic Books	9437 *	2002
Error and attack tolerance of complex networks R Albert, H Jeong, AL Barabási Nature 406, 378-482	8303	2000
Network biology: understanding the cell's functional organization AL Barabasi, ZN Oltvai Nature reviews genetics 5 (2), 101	6746	2004
The large-scale organization of metabolic networks H Jeong, B Tombor, R Albert, ZN Oltvai, AL Barabási Nature 407 (6804), 651	5364	2000

Zitiert von [ALLE ANZEIGEN](#)

	Alle	Seit 2013
Zitate	190647	89820
h-index	132	104
i10-index	301	250



- Koautoren [ALLE ANZEIGEN](#)
- Reka Albert**
Distinguished Professor, Penn St... >
 - Hawoong Jeong**
Professor of Physics, KAIST >
 - Zoltan N. Oltvai**
University of Pittsburgh >
 - Tamas Vicsek** >



Wie ich Prof. Nash kennenlernte

3. Weltkongresses der spieltheoretischen Gesellschaft

Session 64: Semi-Plenary B1

Date: July 14, 2008

Time: 10:45 - 12:15

Location: Norris McKormick

Rational Decisions in Large Worlds

JEL codes: c7

By semi-plenary

Presented by: [Kenneth Binmore](#), University College London

Work on a Project to Study Three-Person Cooperative Games Using the 'Agencies Method' in a Variation Employing Attorney-Agents of an Automatic (or Robotic) Type

By semi-plenary

Presented by: [John Nash](#),

Im Sommer 2008 hatte ich die Möglichkeit meine Ergebnisse zur Quantenspieltheorie auf dem 3. Weltkongresses der spieltheoretischen Gesellschaft in Chicago (USA) vorzustellen. Herr Prof. John Nash war ebenfalls auf der Konferenz und hielt einen Vortrag über seine aktuelle Forschung .



GAMES 2008



THIRD WORLD CONGRESS OF THE GAME THEORY SOCIETY

JULY 13 - 17, 2008, EVANSTON, ILLINOIS, USA

Photo courtesy of © [Josh McKinnon](#)

[EDITED - Games 2008 Program - Sunday, 4 PM](#)

Founded in January 1999, the Game Theory society aims to promote the investigation, teaching, and application of game theory.

Game theory studies strategic interaction in competitive and cooperative environments. Half a century old, it has already revolutionized economics, and is spreading rapidly to a wide variety of fields.

Every four years the Society hosts its World Congress. The first was held in Bilbao, Spain in 2000. The second was held in Marseille, France in 2004. The third is to be held on the Evanston Campus of Northwestern University, in the United States.

Please send inquiries to games2008@kellogg.northwestern.edu

[SCHEDULE NOW AVAILABLE](#)

[Please click here](#)

Rhodium

Center for Game Theory
and Economic Behavior,
Kellogg School of
Management

Platinum



Gold

Managerial Economics and
Decision Sciences, Kellogg
School of Management

Silver



[HOME](#)

[COMMITTEE MEMBERS](#)

[PLENARY SPEAKERS](#)

[SPEAKER INFORMATION](#)





Aufgenommen
während des 3.
Weltkongresses
der
spieltheoretischen
Gesellschaft,
Sommer 2008,
Chicago, USA



Aufgenommen
während des 3.
Weltkongresses
der
spieltheoretisch
en Gesellschaft,
Sommer 2008,
Chicago, USA



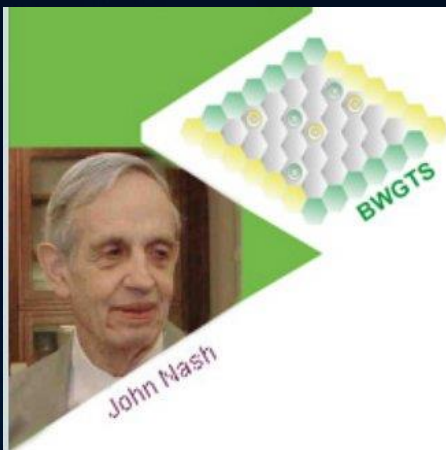
Prof.Dr. John Nash

aufgenommen
während des 3.
Weltkongresses
der
spieltheoretische
n Gesellschaft,
Sommer 2008,
Chicago, USA

Am letzten Tag der
Konferenz sprach ich
Herrn Nash auf seinen
Vortrag an und wir
unterhielten uns - unter
anderem auch über das
Einstein-Rosen-Podolsky
Paradoxon.



Das Nash-Fest in Sao Paulo (Brasilien, 2010)



John Nash

SECOND BRAZILIAN WORKSHOP OF THE GAME THEORY SOCIETY

in honor of JOHN NASH, on the occasion of the 60th anniversary of Nash equilibrium



Event

Program

Papers

Registration

Travel & Venue

[General Information](#) [Financial Support](#) [Location](#)
[Sponsors](#) [Committee](#) [Participants](#) [Contact us](#)

General Information

It is a great pleasure to invite you to participate in the SECOND BRAZILIAN WORKSHOP OF THE GAME THEORY SOCIETY, the 1st São Paulo School of Advanced Sciences on Game Theory of FAPESP - The State of São Paulo Research Foundation. It will be held at the University of São Paulo, from July 29 to August 4, 2010. The event will honor JOHN NASH, on the occasion of the 60th anniversary of Nash equilibrium.

The workshop will offer the participants the opportunity to interact with some of the most productive researchers in Game Theory. The week-long event will consist of conferences, contributed papers sessions and mini-courses which will start at the introductory level and will reach the frontiers of current research. All graduate students should send a recommendation letter from their supervisors to bwgt2010@usp.br. Videos des Workshops unter [http//..](http://..)

ORGANIZERS

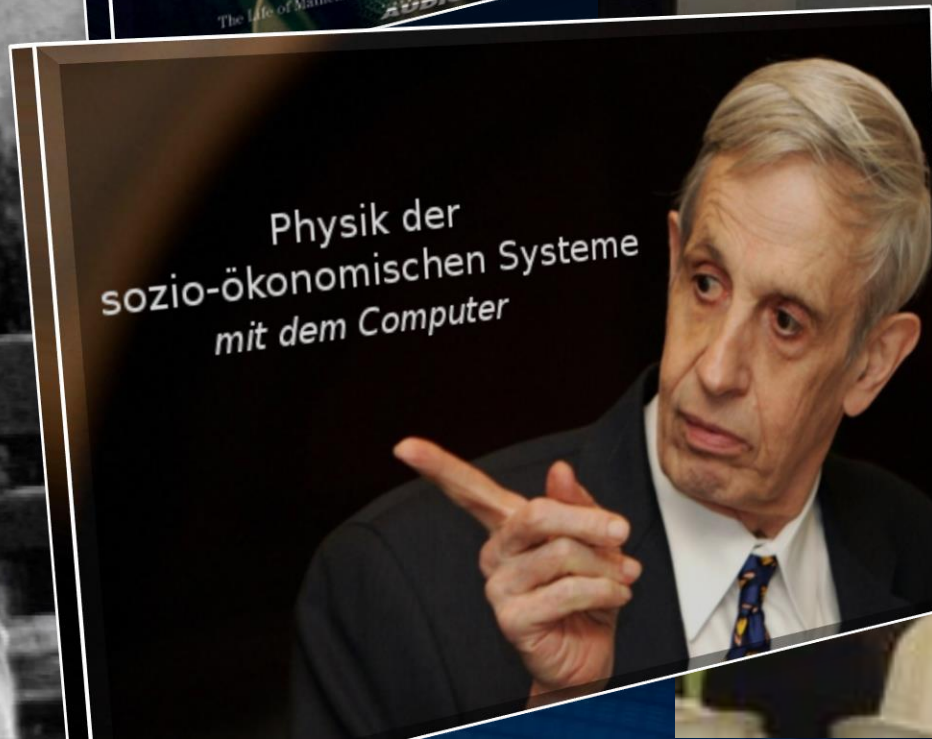
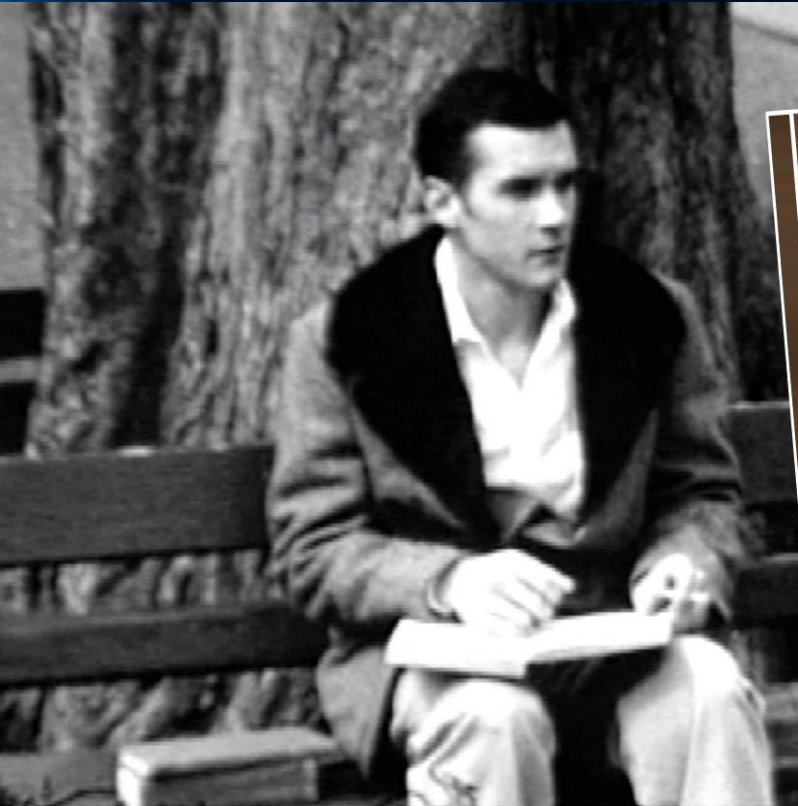


John Forbes Nash

John Forbes Nash Jr.
at Princeton university
in 1949



"2nd Brazilian Workshop of the Game Theory Society" in honor of John Nash (27.7. - 04.08.2010, Sao Paulo, Brazil)



Physik der
sozio-ökonomischen Systeme
mit dem Computer























































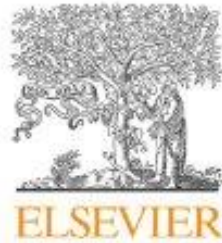












Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physa



Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory based analysis of financial crises

Matthias Hanauske^{a,*}, Jennifer Kunz^b, Steffen Bernius^a, Wolfgang König^c

^a Institute of Information Systems, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^b Chair of Controlling & Auditing, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^c House of Finance, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 April 2009

Received in revised form 22 April 2010

ABSTRACT

The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that

Acknowledgements

M.H. would like to thank John Forbes Nash Jr. for the inspiring discussion during the Third Congress of the Game Theory Society (Games 2008). The conversation initiated and motivated the author to broaden his work to an evolutionary context. J.K. would like to thank Carsten Heineke for helpful comments especially regarding the economic interpretation.

Dear Professor Nash,

I hope you enjoyed the 'Nash-Fest' at Sao Paulo and you and your family are well arrived back at home - it was very nice meeting you again.

After our short conversation at the end of the 'Games 2008'-conference I wrote an article in which I acknowledged you (see page 18). After more than one year, the article is now going to be published in 'Physica A'; I have attached the article to this E-Mail.

Materials concerning the talk I gave at the 'Second Brazilian Workshop of the Game Theory Society' can be found at:

<http://evolution.wiwi.uni-frankfurt.de/BWGT2010/>

All the best greetings from Frankfurt to you and your son John.

Sincerely Yours,
Matthias Hanauske

Dr. phil. nat. Matthias Hanauske
Institut für Wirtschaftsinformatik
Goethe-Universität Frankfurt am Main
Grüneburgplatz 1

Date: Mon, 9 Aug 2010 18:02:29 -0400 [08/10/2010 12:02:29 AM CEST]

From: John F. Nash <xkjfnj@Princeton.EDU>

To: hanauske@wiwi.uni-frankfurt.de

Subject: Re: Article in which I acknowledged you

1 unnamed 2.04 KB 

This message was written in a character set (X-UNKNOWN) other than your own.

If it is not displayed correctly, [click here](#) to open it in a new window.

Dear Dr. Hanauske,

I know nothing, personally, about "Quantum Game Theory".

For example "quantum computing" has been promising (if it could actually be developed to work in a practical sense) truly fabulous accelerations of the speed of computations.

(To me it seems very paradoxical that we would move from the constraint of "Heisenberg uncertainty" to a great ENHANCEMENT of the ability of machines to find the truth through calculations.)

Until it is materially achieved I will probably remain naturally suspicious of the possibility of "magic benefits through quantization".

But, notwithstanding all uncertainties (and the Uncertainty Principle itself!) I want to thank you sincerely for the kind and well-toned acknowledgment that you gave in your recent publication.

Yours Truly,

John F. Nash, Jr.

#####

Wie geht es weiter?

Über die evolutionären Dilemmata unserer Population

Das aktuelle Verhalten der Menschheit (unserer Population) ist geprägt von unterschiedlichsten, dilemma-artigen Entscheidungssituationen (wieder aufflammendes Dilemma des Wettrüstens, Tragik der Almende am Beispiel von klimapolitischen Entscheidungen, ...). Die ursächliche aggressive und selbstbezogene Natur des Menschen wird in Spielen auf sozio-ökonomischen Netzwerken meist durch eine höhere Auszahlung gefördert. Der aktuelle Vertrauensverlust in internationalen politischen Entscheidungssituationen ist in der Theorie der Quantenspiele als eine Abnahme der Verschränkung zu sehen. Sich dadurch herausbildende aggressive „Quasi-Spezies“ handeln nur nach dem egoistischen Prinzip des „Homo Ökonomikus“. Um eine langfristige, friedvolle und nachhaltige Entwicklung unserer Population zu garantieren und dilemma-artigen Entscheidungssituationen zu entfliehen ist ein gewisses Maß an Verschränkung erforderlich.

Frohe Weihnachten und einen guten Rutsch ins neue Jahr

