

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
18.01.2019*

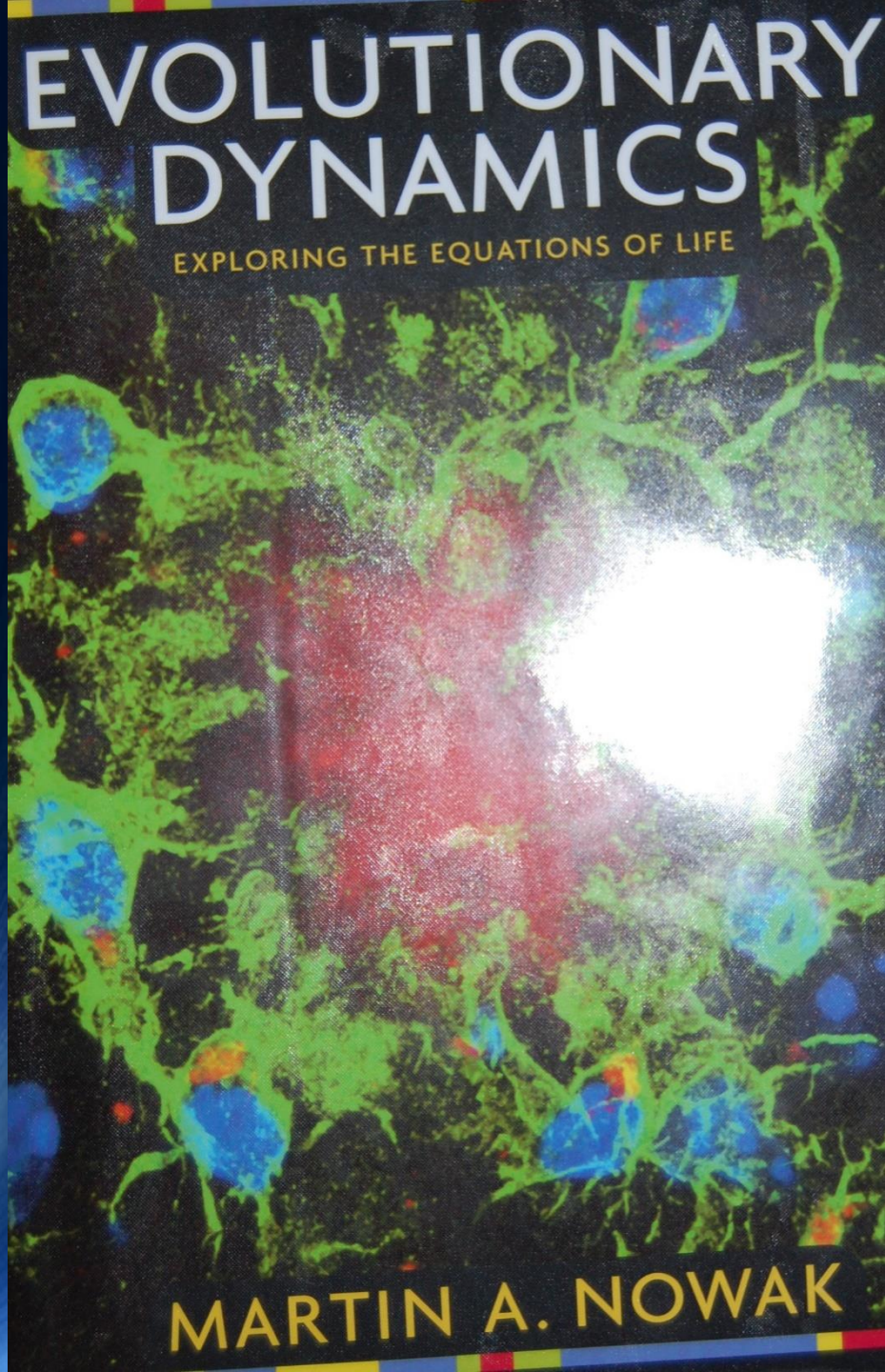
MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

11. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
PC-Pool Raum 01.120, immer freitags von 15.00 bis 17.00 Uhr
- Vorlesungs-Materialien:
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hansuske/VPSOC/>
- Aufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Plan für die heutige Vorlesung
Evolutionäre Dynamik auf komplexen Netzwerken, Simulation von räumlichen Gitter Spielen (Spatial Games), Spatial Quanten Games, Vergabe der Projektarbeiten

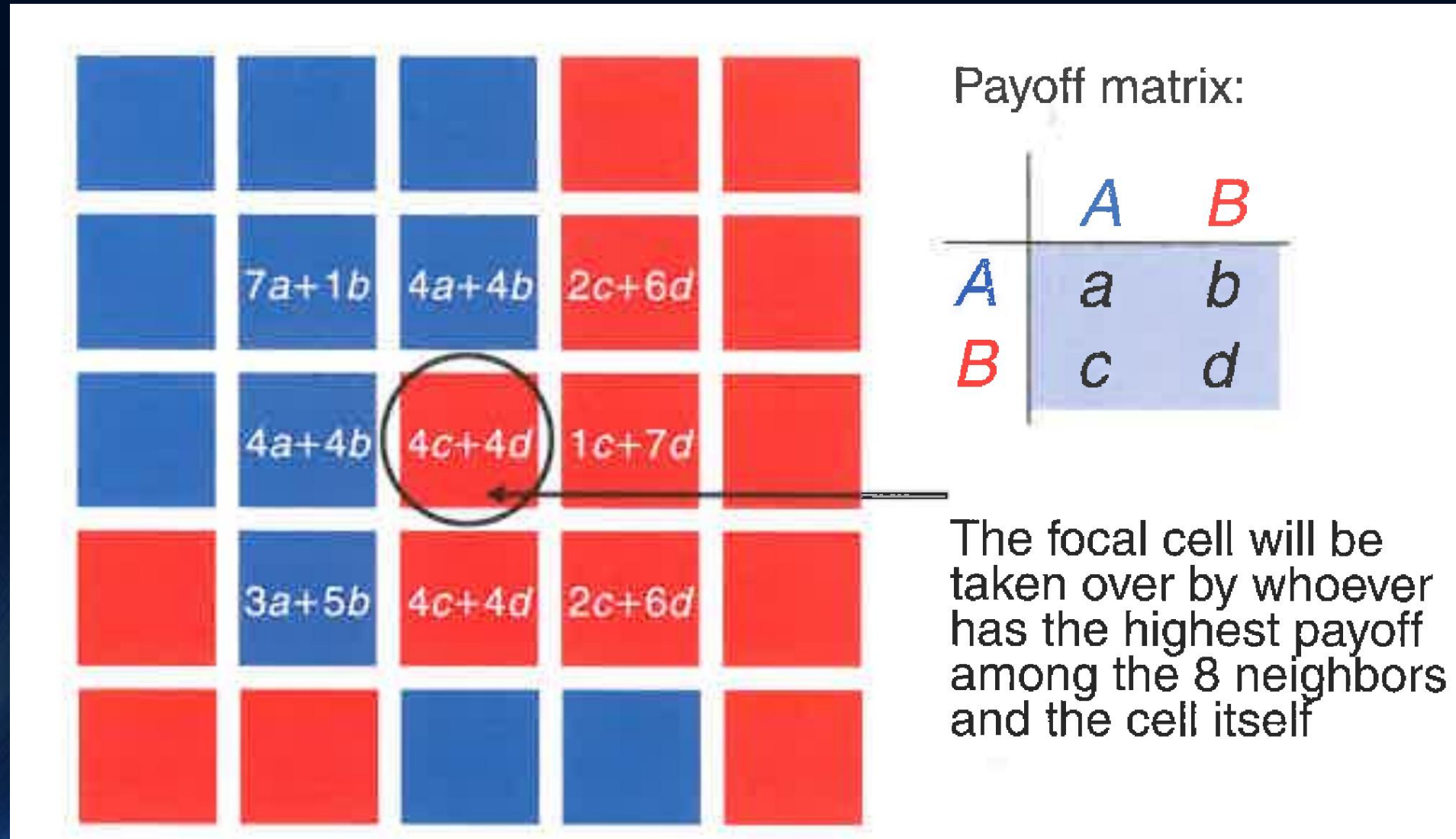


Einführung in Teil III

Evolutionäre Spieltheorie
auf komplexen Netzwerken

Spatial Games

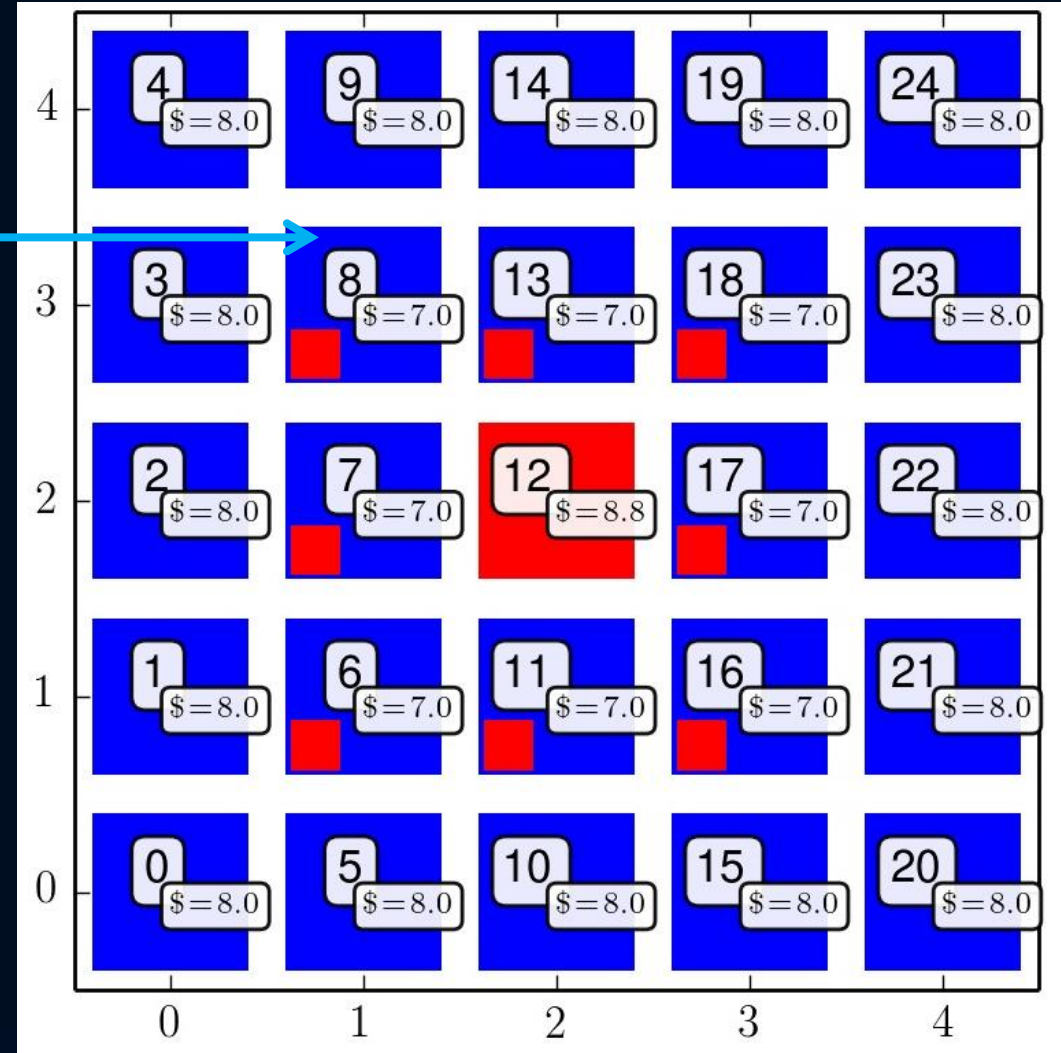
Das Kapitel 9 in dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ handelt über Spatial Games



Die folgenden Abbildungen sind dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ entnommen.

Python Programm Spatial Games

In diesem Python Programm wird die Menge der Spieler (hier $N=24$) auf einem 2D-Gitter mit Moorschen Nachbarschaftsbedingungen angeordnet (siehe S:147 in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“). In jeder Iterationsperiode spielt jeder Spieler mit seinen nächsten Nachbarn ein symmetrisches (2x2)-Spiel. Am Ende einer Periode vergleicht jeder Spieler seinen Gesamtgewinn mit seinen Nachbarn und bestimmt in einem „Update Rule“ seine Strategie in der nächsten Spielperiode.



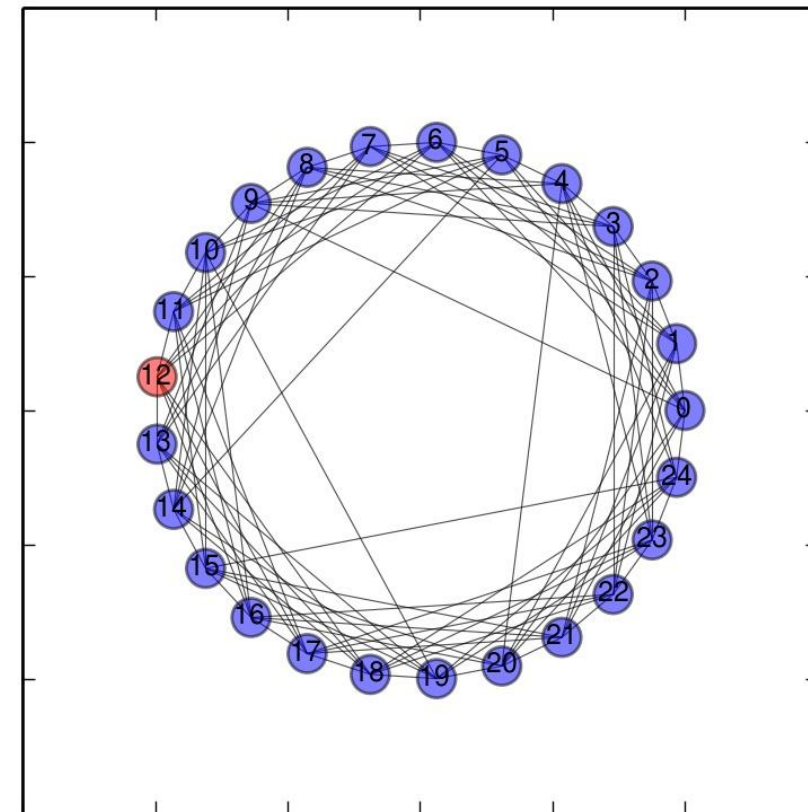
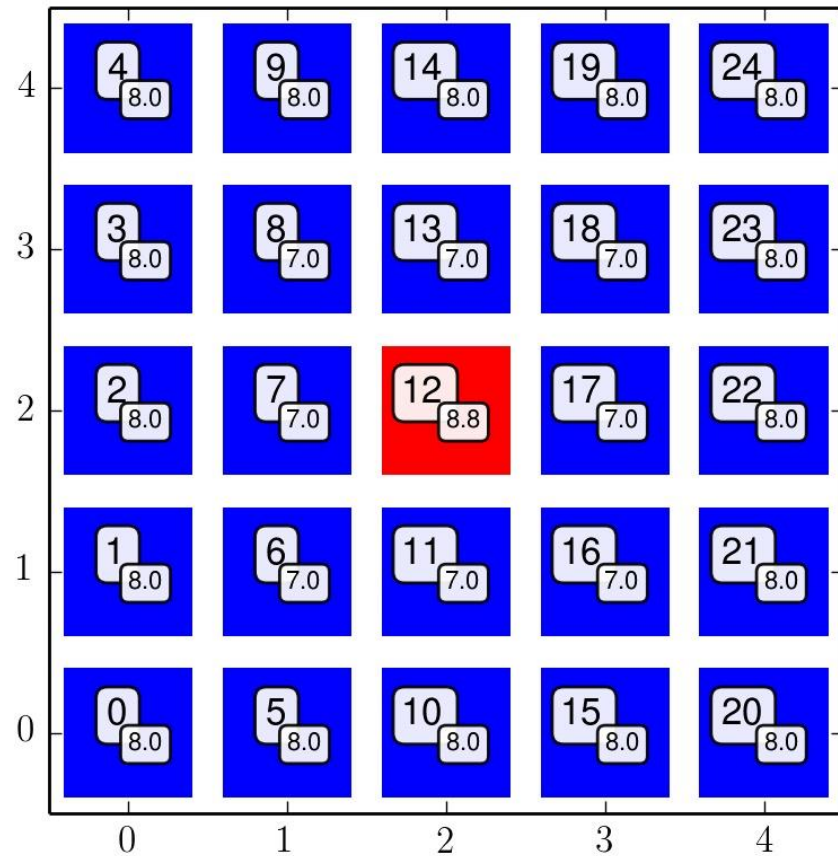
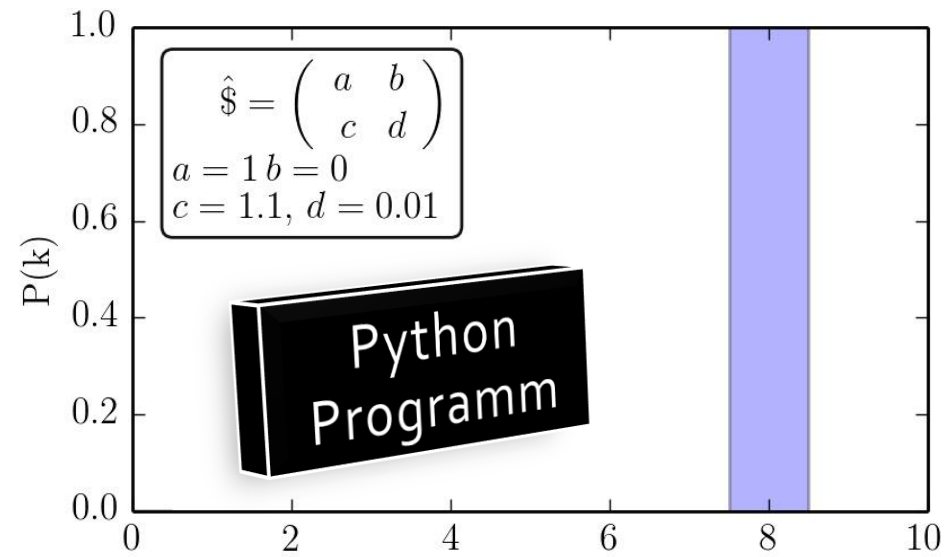
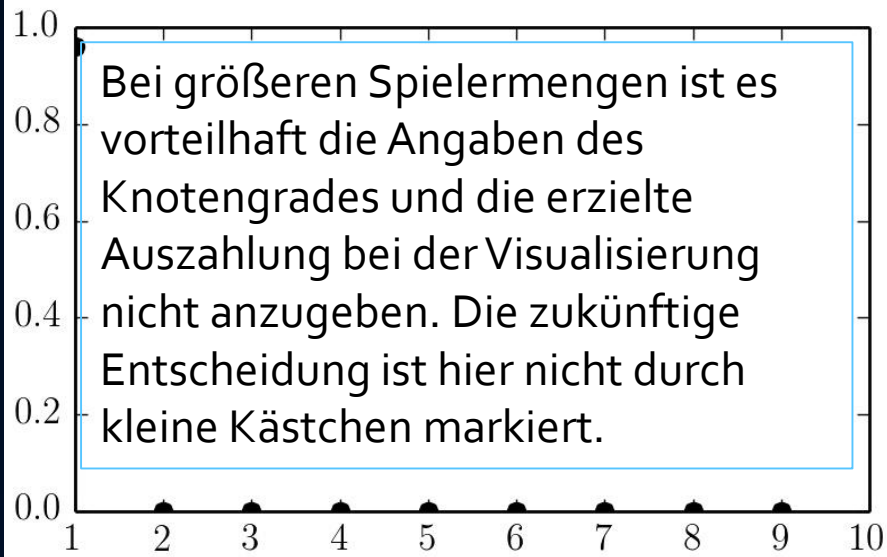
Die rechte Simulation benutzte die folgenden Werte der Auszahlungsmatrix (siehe linke Abb.): $a=1$, $b=0$, $c=1.1$ und $d=0.01$

Beachte!: Definition von b und c ist in M.A.Nowak, „Evolutionary Dynamics“ vertauscht.

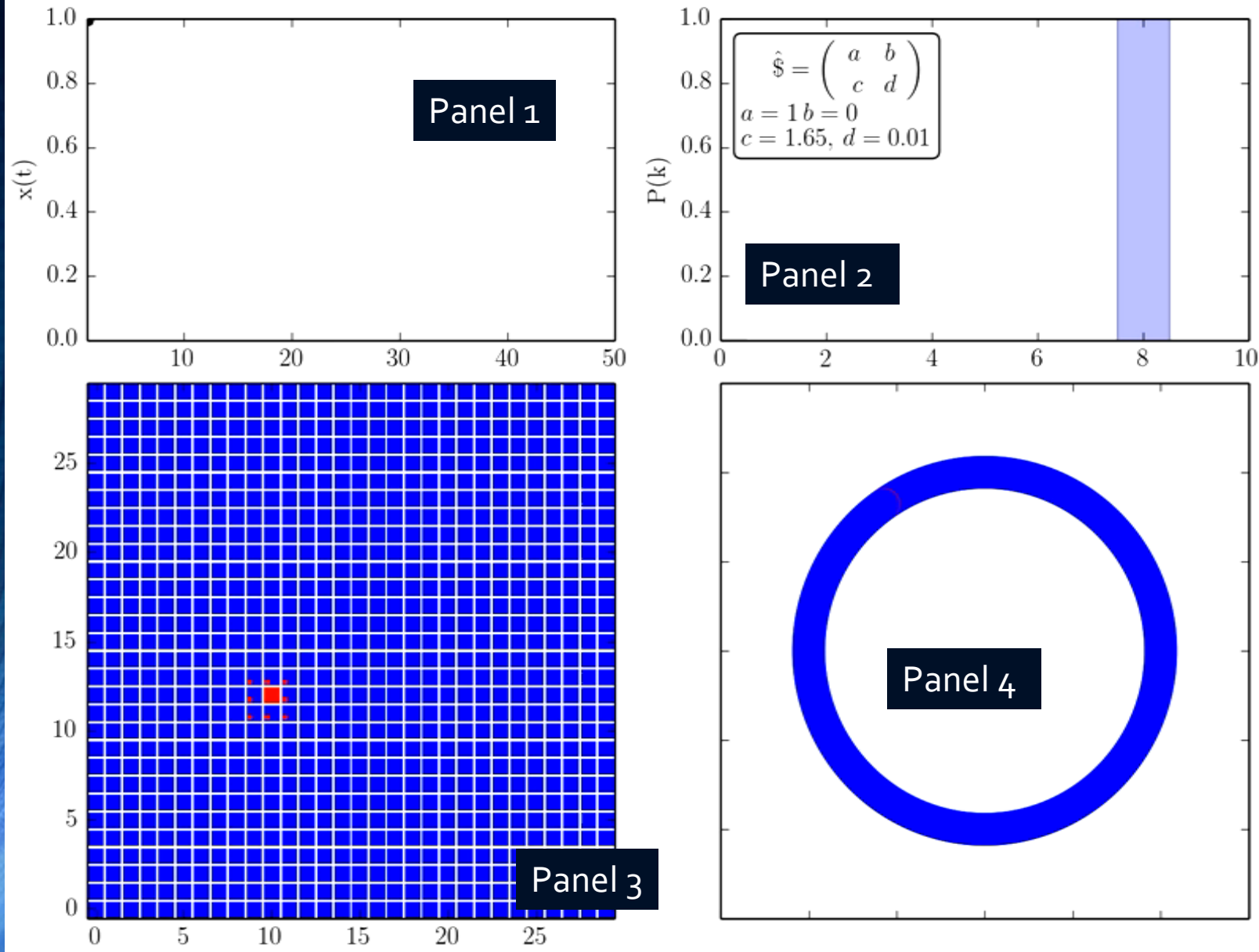
	Spieler B Strategie 1 $y=1$	Spieler B Strategie 2 $y=0$
Spieler A Strategie 1 $x=1$	(a , a)	(b , c)
Spieler A Strategie 2 $x=0$	(c , b)	(d , d)

Update Rules und der Entscheidungsprozess

Spieler mit Knotennummer 8 hatte in der aktuellen Periode Strategie „blau“ gespielt und eine gesamte Auszahlung von $\$=7$ erhalten. Er wird in der nächsten Periode „rot“ spielen (siehe kleines rotes Kästchen), da einer seiner nächsten Nachbarn (Knoten 12) eine höhere Auszahlung als er hatte und dieser die Strategie „rot“ spielte.



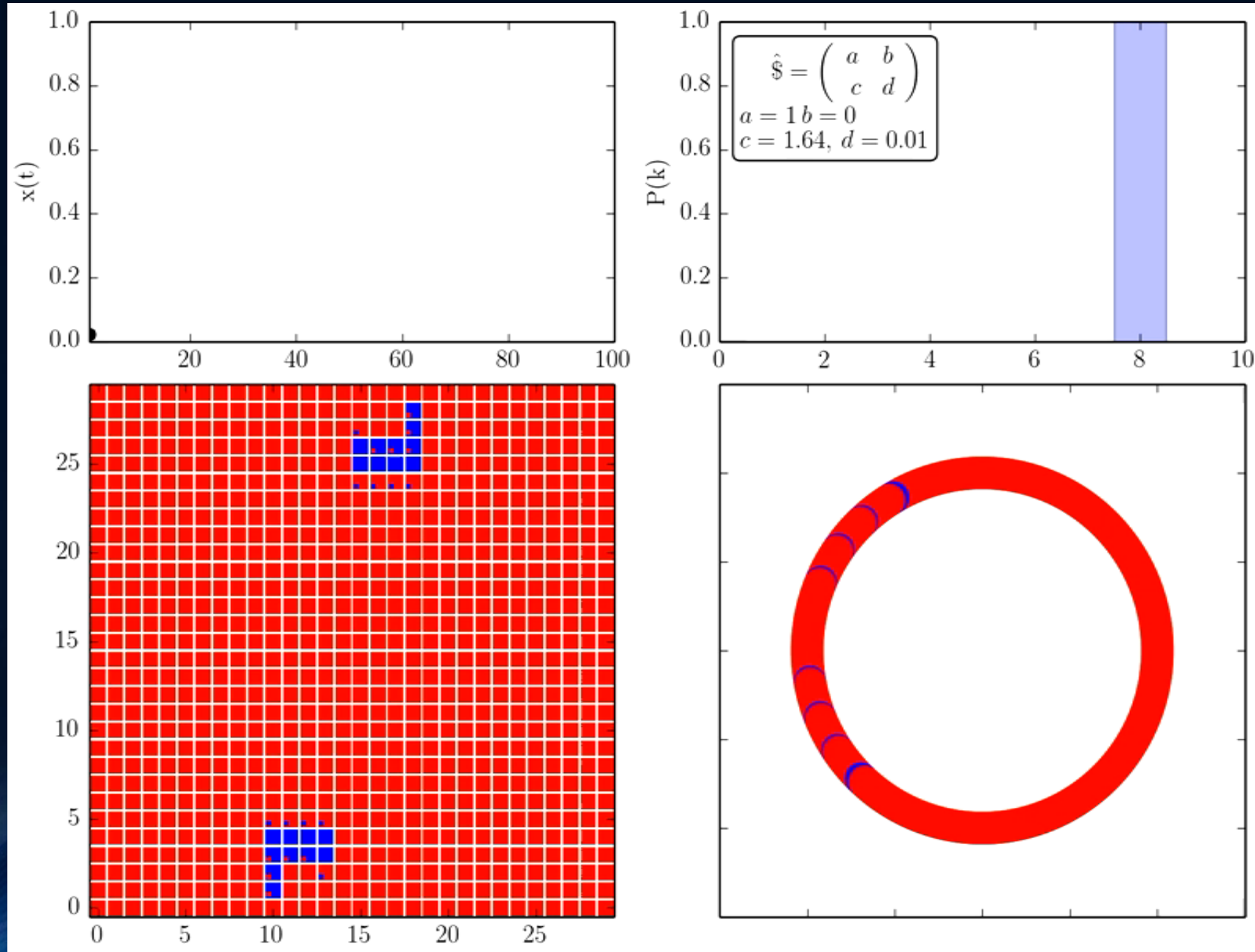
Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken



Das Python Programm visualisiert in vier unterschiedlichen „Panels“ die Evolution des „Spatial Games“. In Panel 1 wird die zeitliche Entwicklung des Populationsvektors $x(t)$ veranschaulicht. Panel 2 zeigt die Verteilungsfunktion der Knotengrade $P(k)$ des zugrundeliegenden Moorschen Netzwerks. Panel 3 zeigt die Entwicklung der Strategieentscheidung der einzelnen Spielerknoten in der benutzten räumlichen Anordnung. Panel 4 veranschaulicht dagegen die Menge der Spieler in einem Kreis, geordnet nach ihrer Knotenzahl.

Neben der Auszahlungsmatrix, den implementierten Update Rules und der zugrundeliegenden Netzwerkstruktur hängt die zeitliche Entwicklung auch von den gewählten Anfangsbedingungen ab (hier wurde ein roter Spieler in einem Umfeld von blauen Spielern angeordnet).

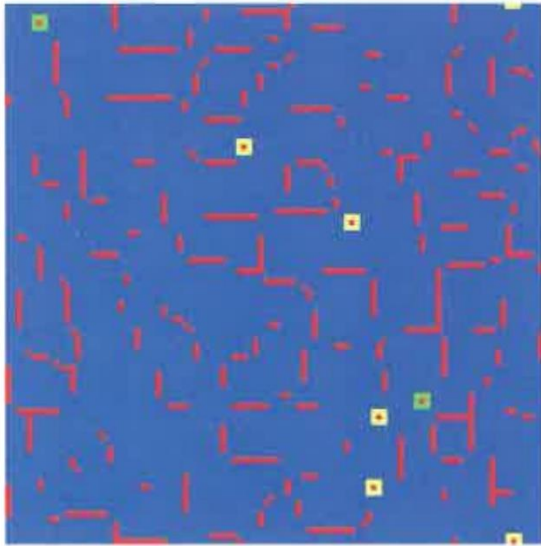
Anfangsbedingung „Collision of two Walkers“



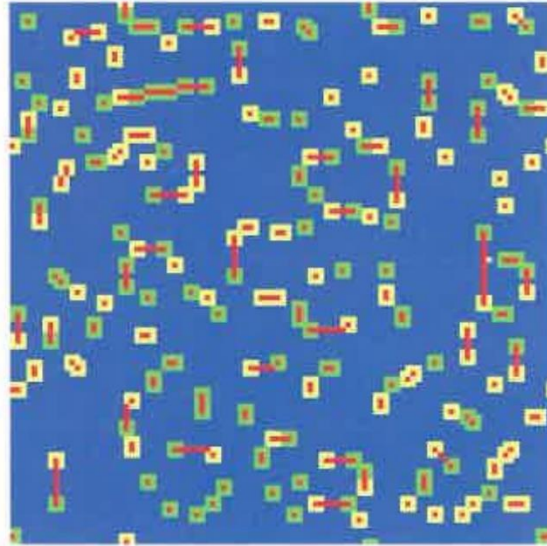
Siehe auch
S:159-160 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

Spatial Games, siehe S:150, M.A.Nowak, Evolutionary Dynamics

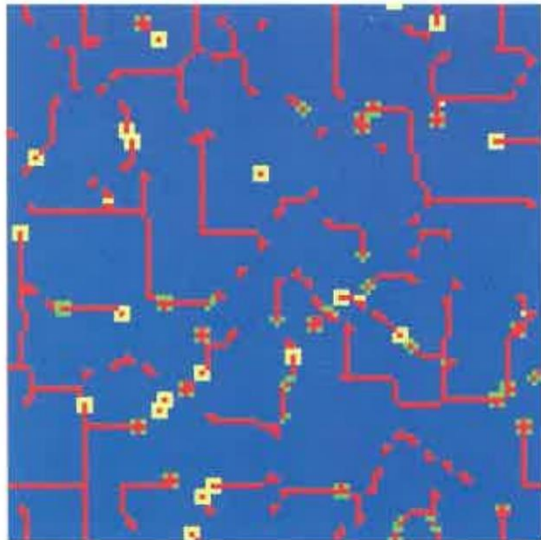
$b=1.10$



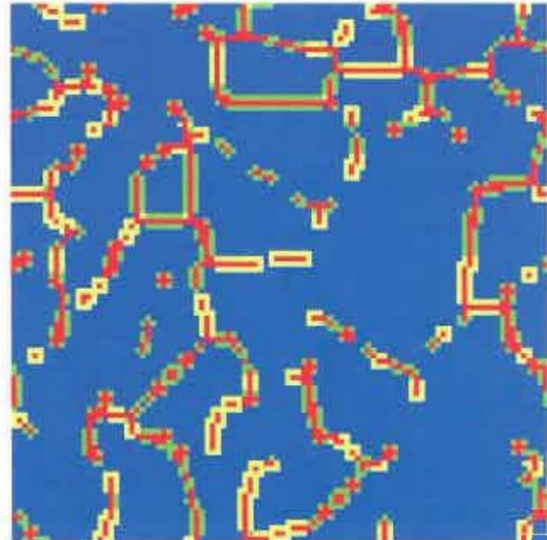
$b=1.15$



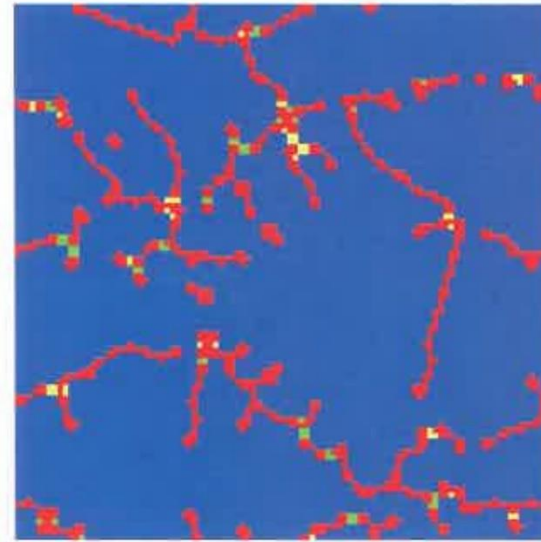
$b=1.24$



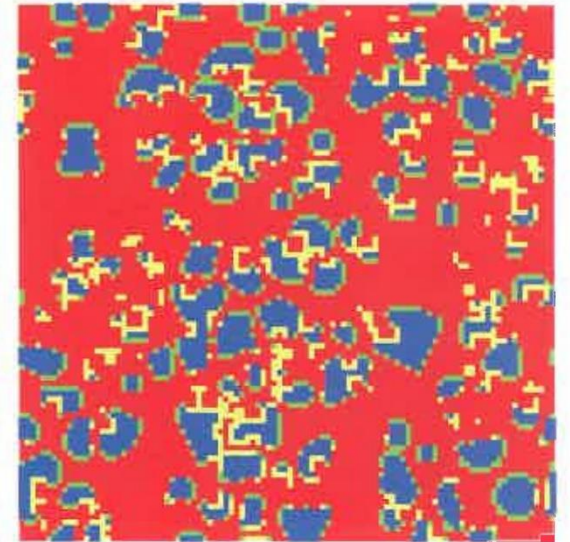
$b=1.35$



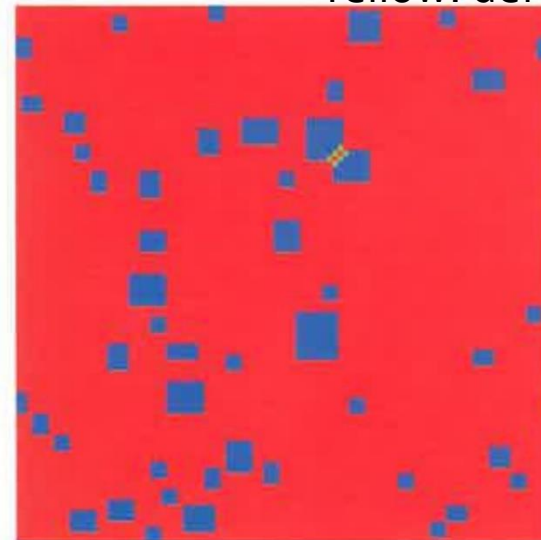
$b=1.55$



$b=1.65$



$b=1.70$



Green: cooperators that were defectors
Yellow: defectors that were cooperators

$$\begin{matrix} & C & D \\ C & \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} \\ D & \begin{pmatrix} b & \epsilon \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Blau: cooperators
Rot : defectors

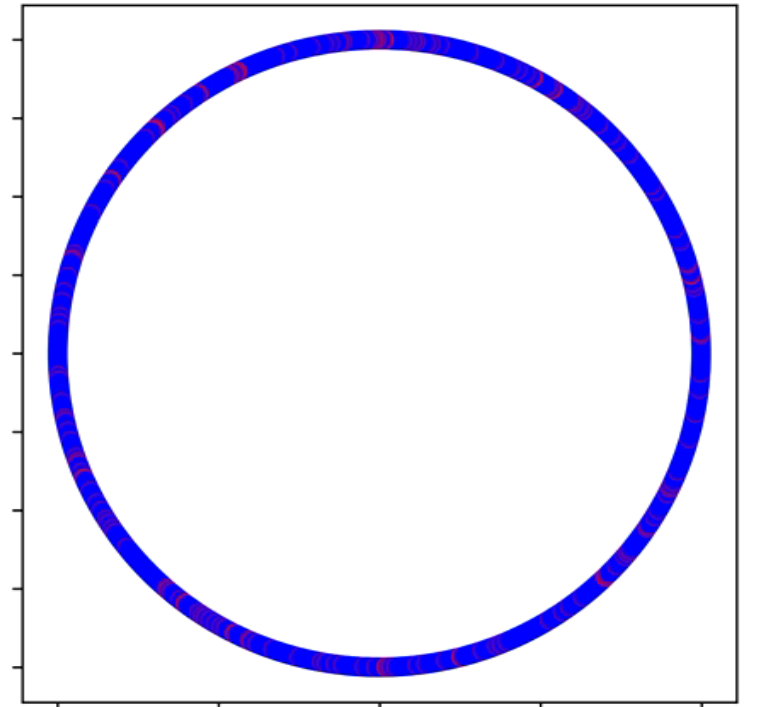
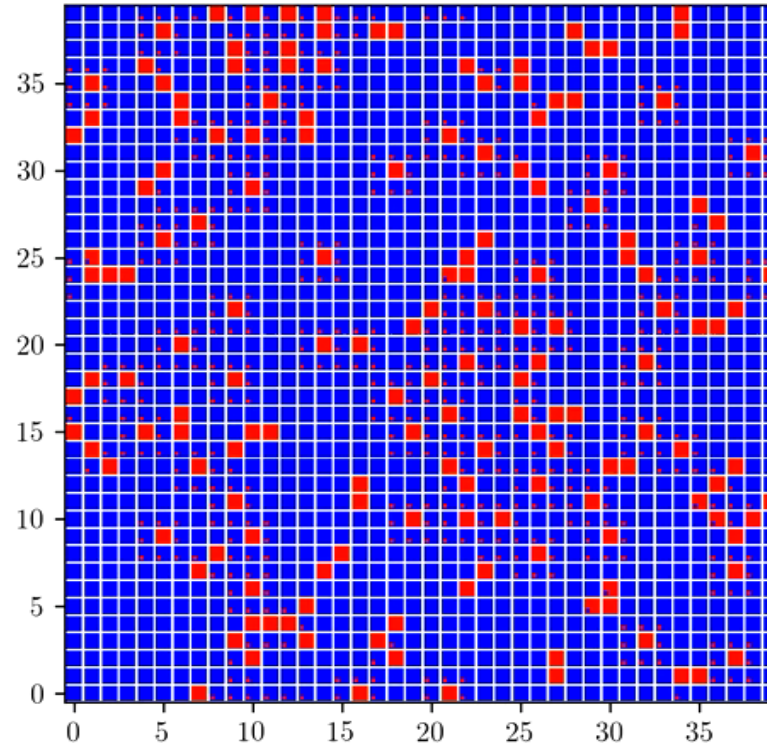
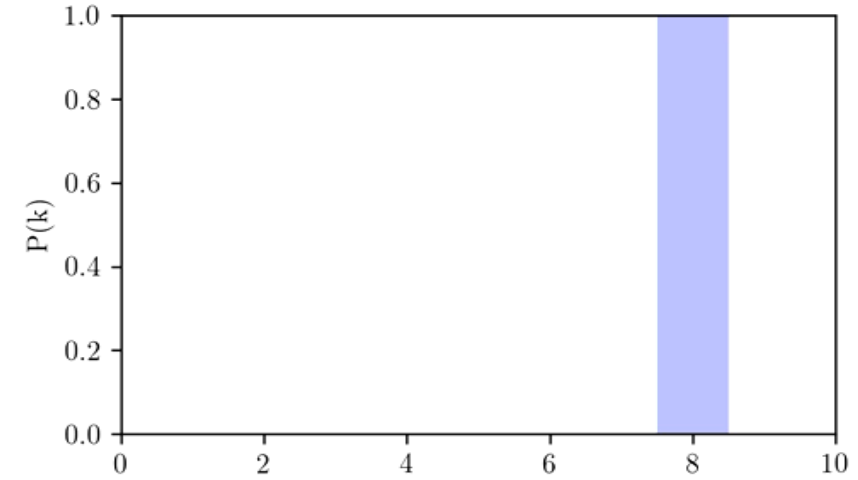
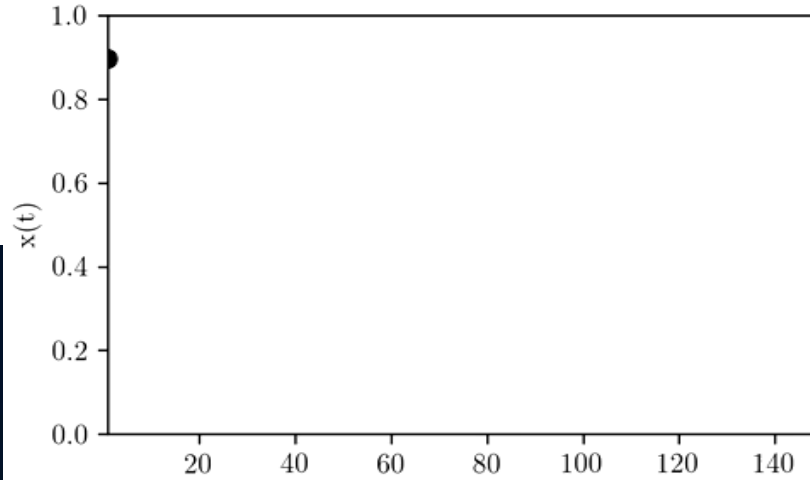
Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.10$

Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$a = 1, b = 0$
 $c = 1.1, d = 0.001$



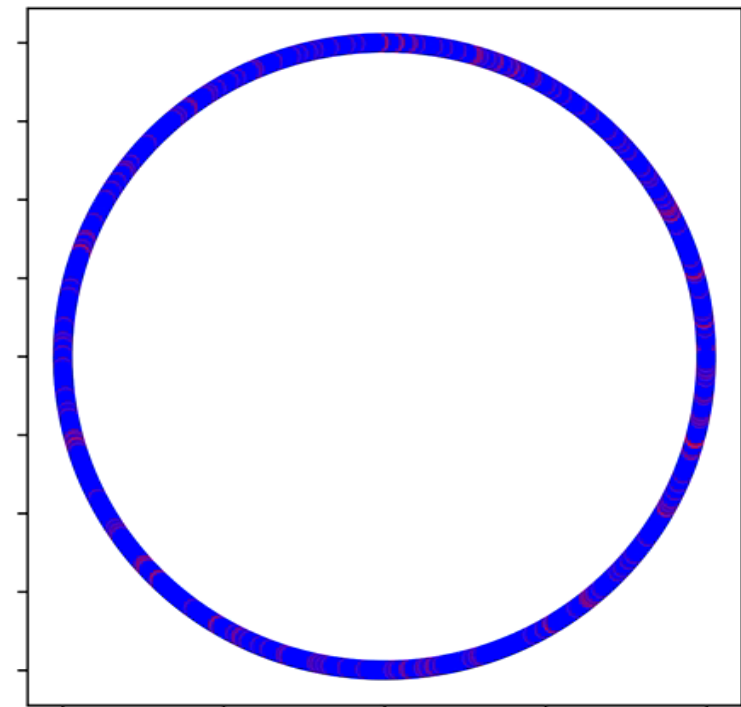
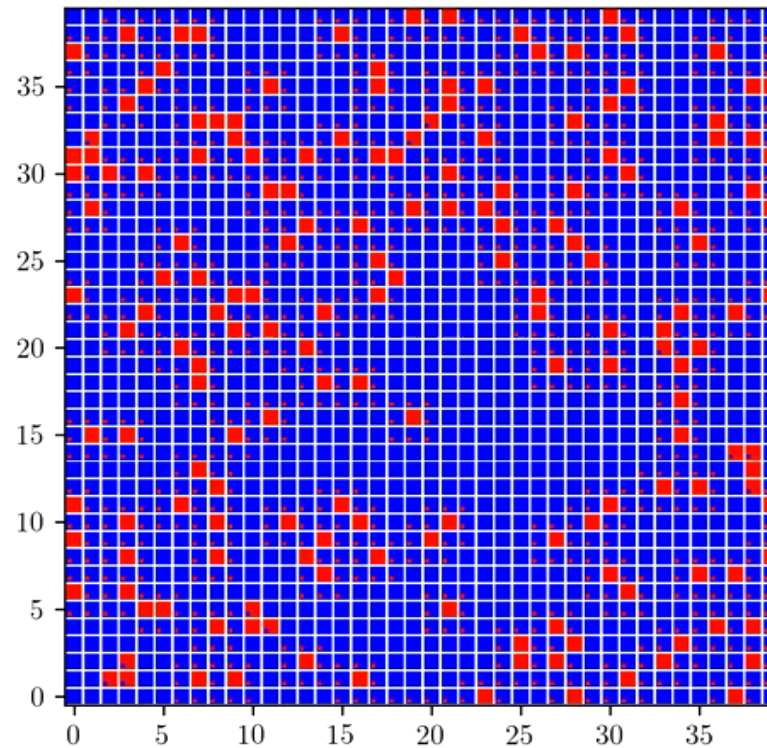
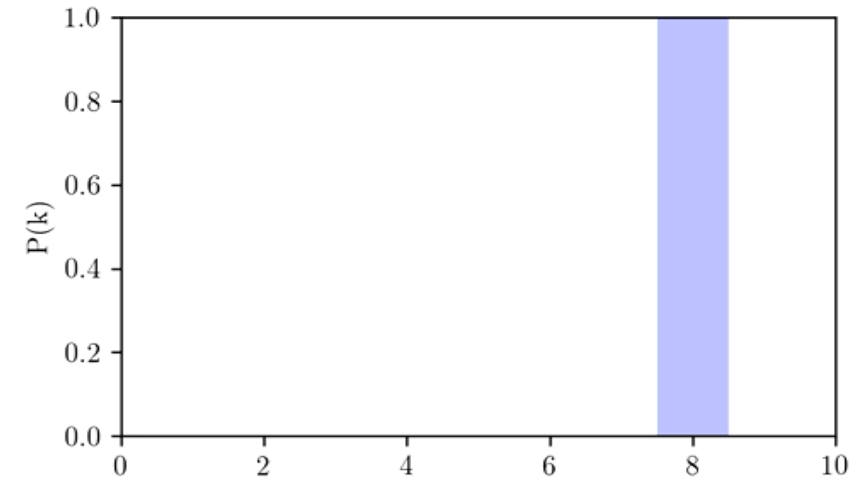
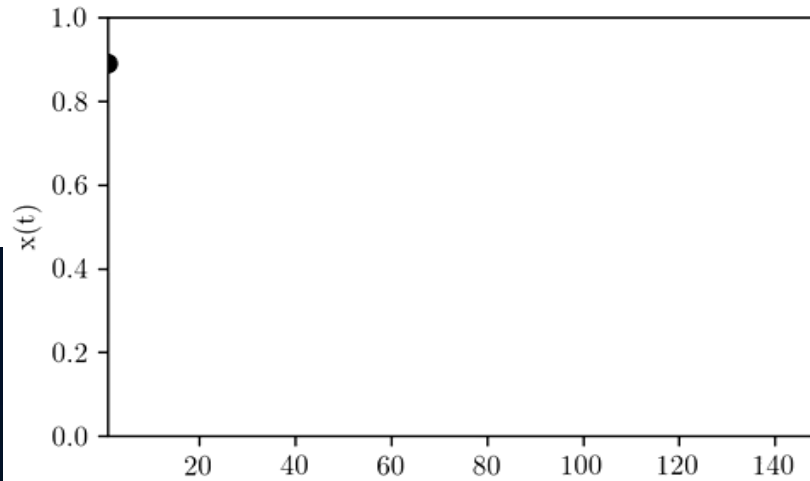
Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.15$
Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

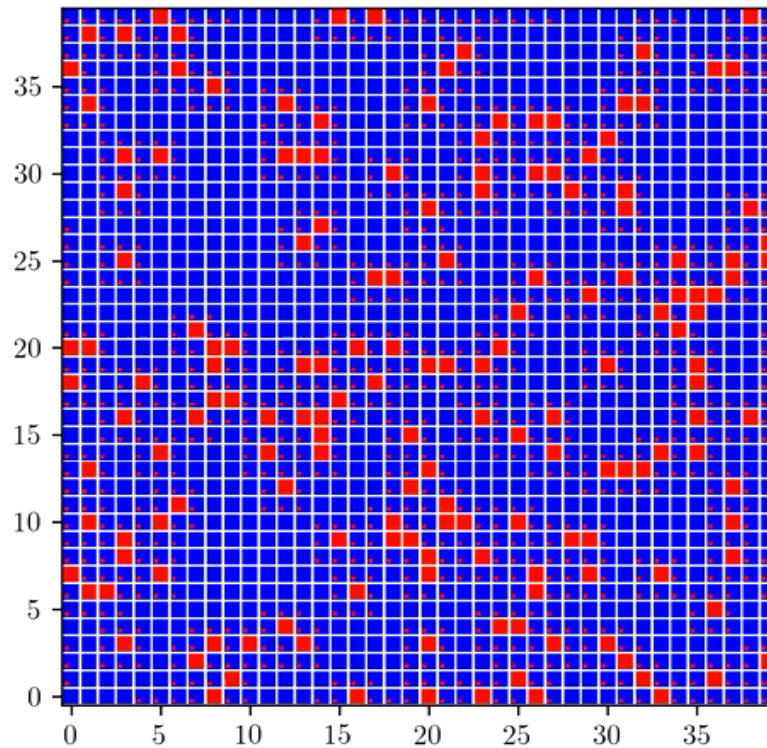
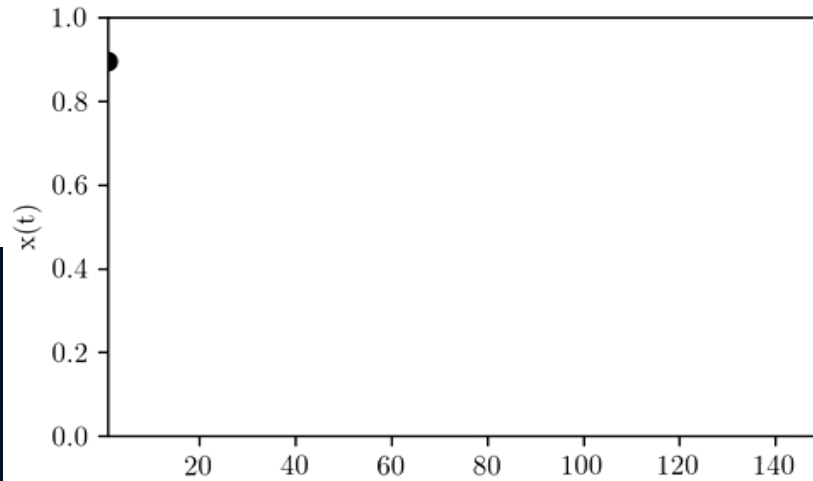
$a = 1, b = 0$
 $c = 1.15, d = 0.001$



Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

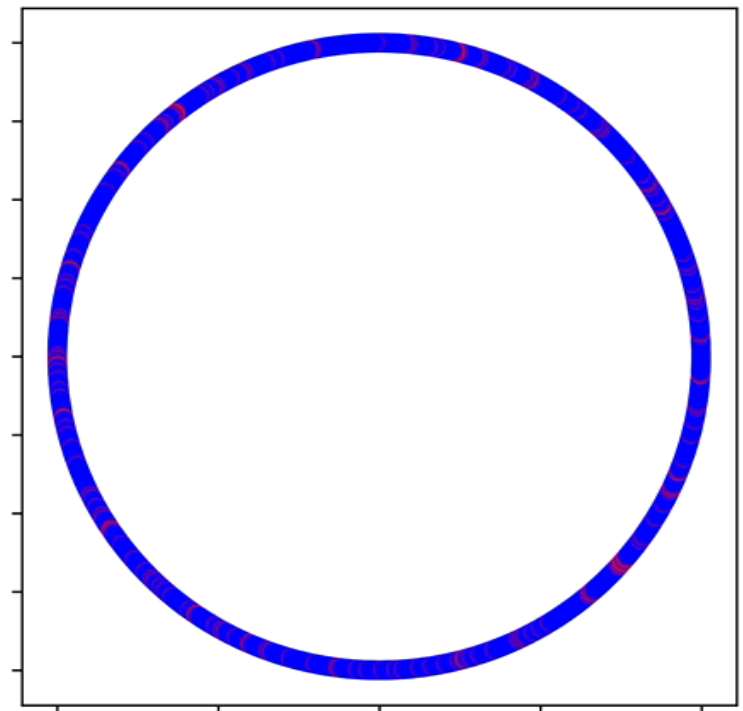
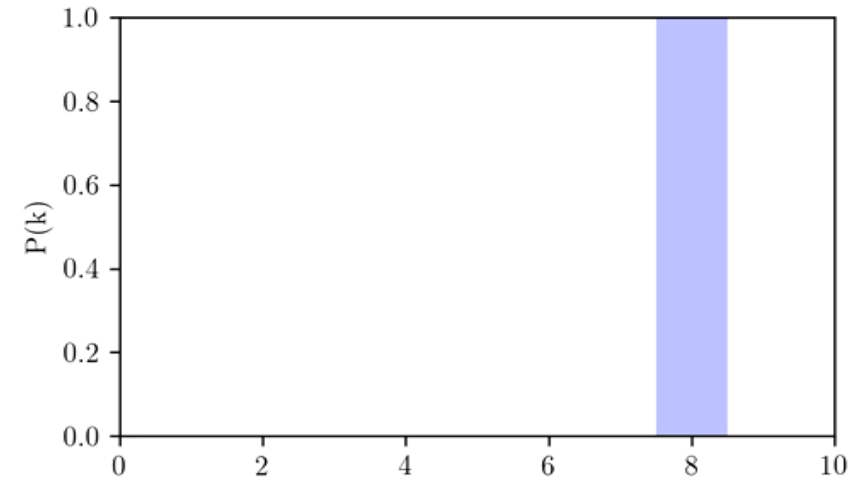
Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.55$
Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)



$$\hat{\$} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$a = 1, b = 0$
 $c = 1.55, d = 0.001$



Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

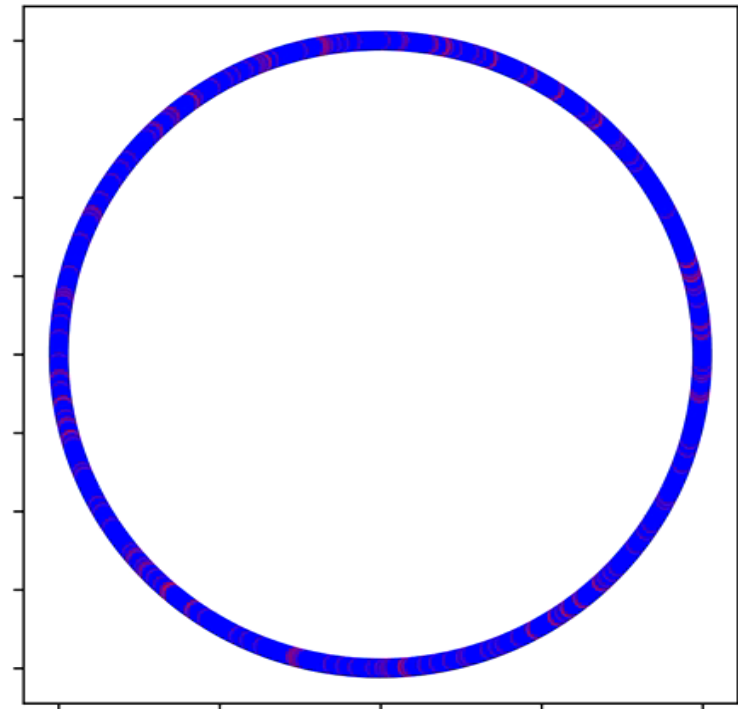
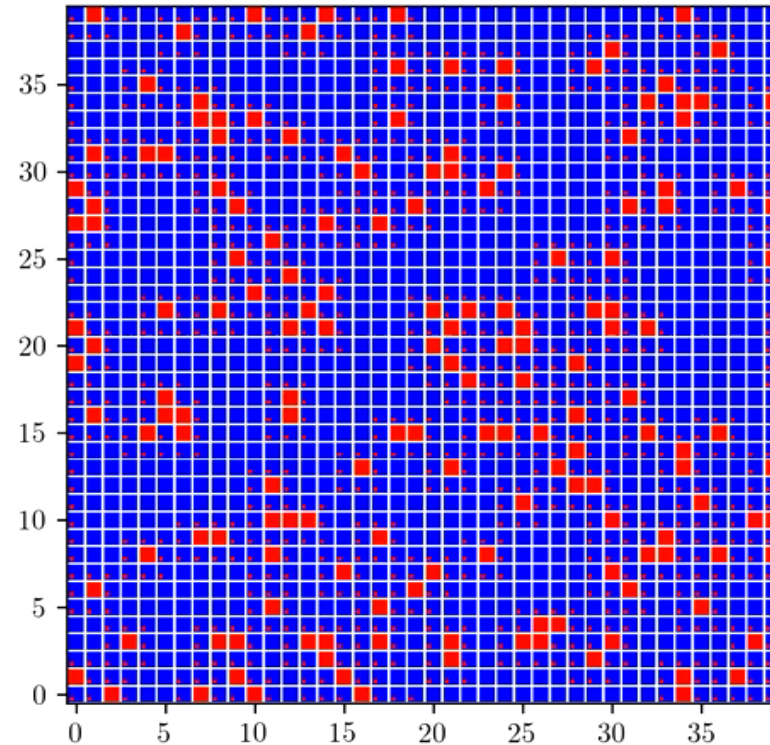
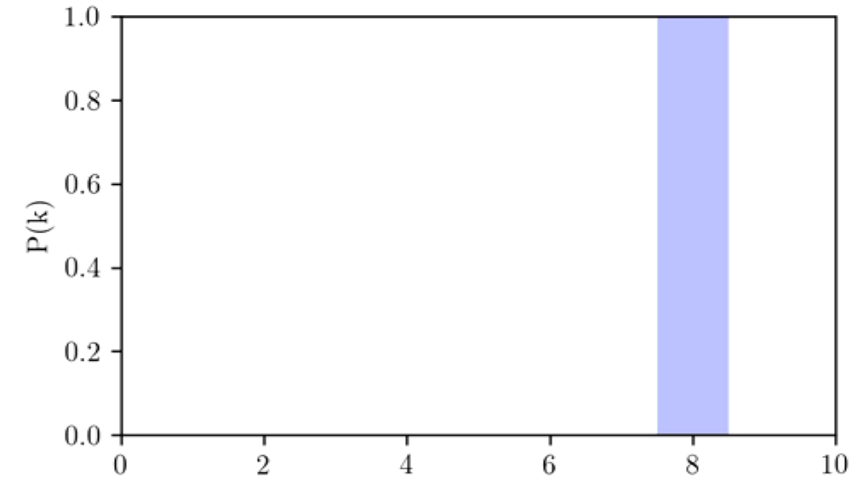
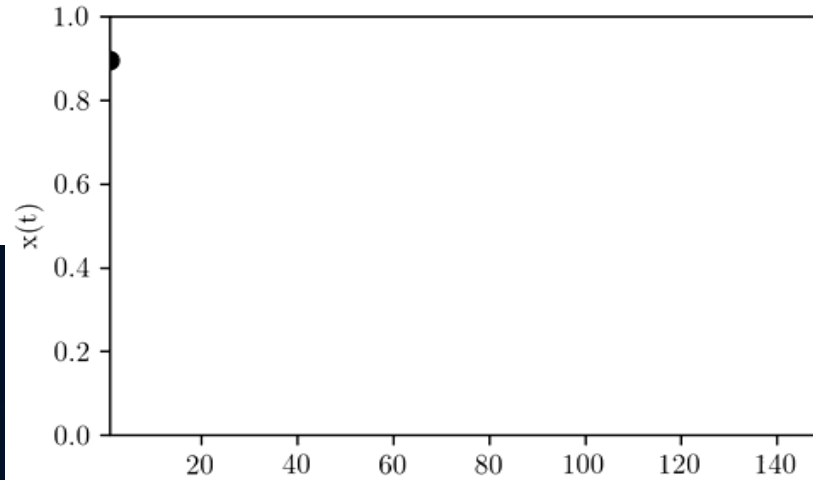
Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.65$

Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)

$$\hat{\mathcal{G}} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$a = 1, b = 0$
 $c = 1.65, d = 0.001$



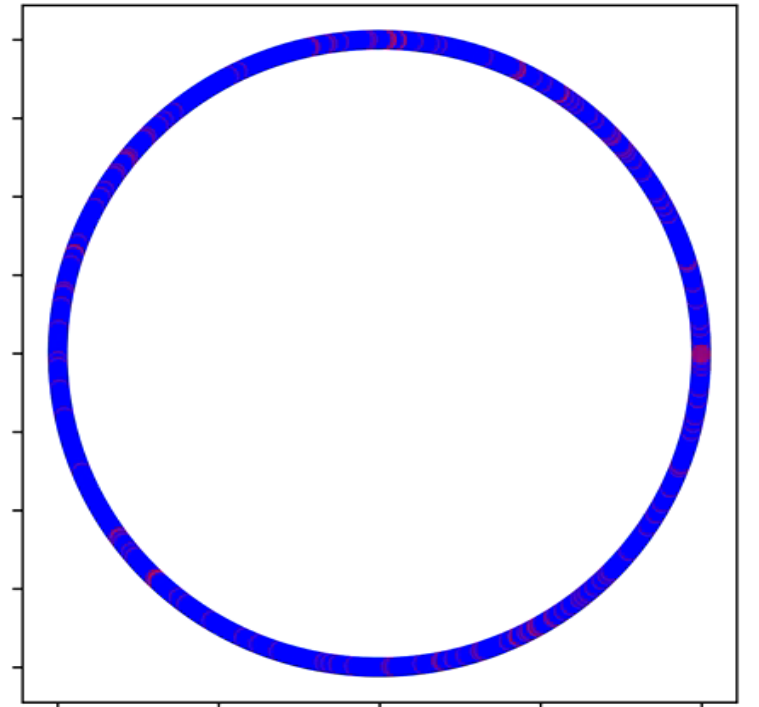
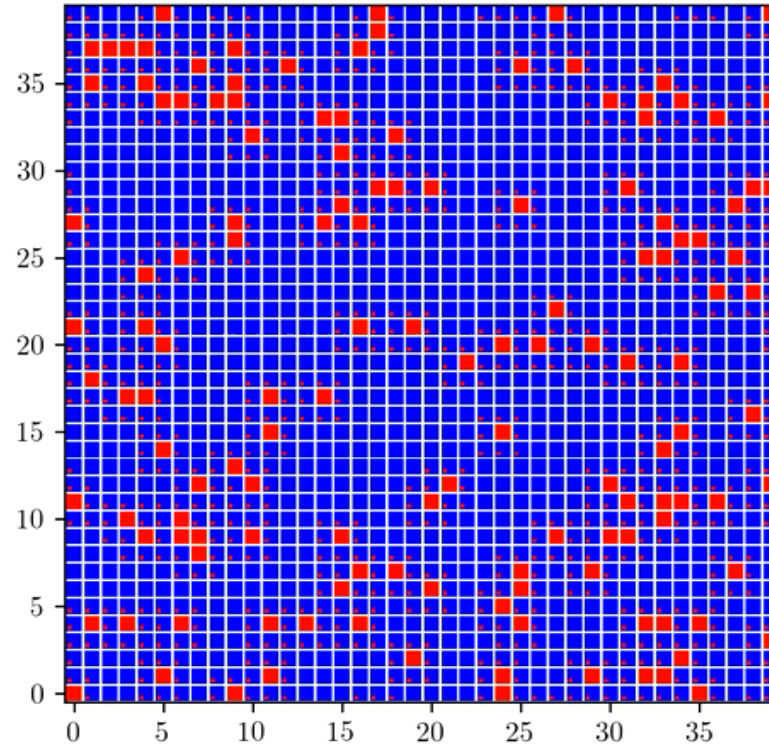
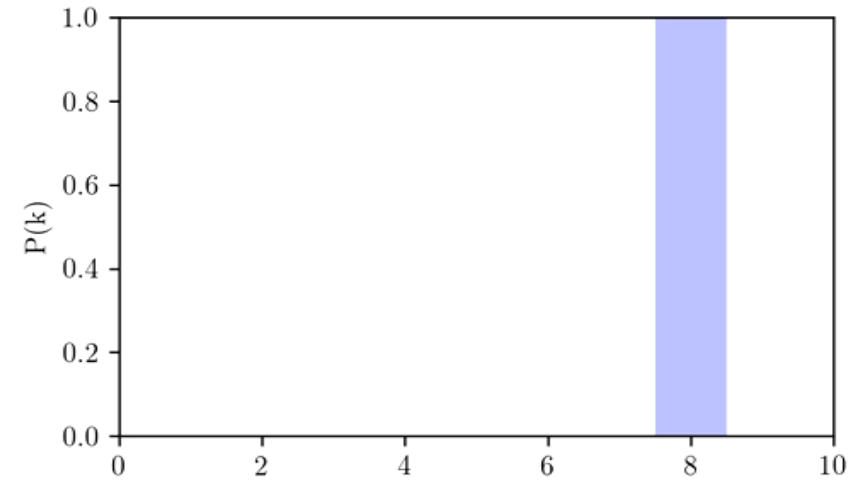
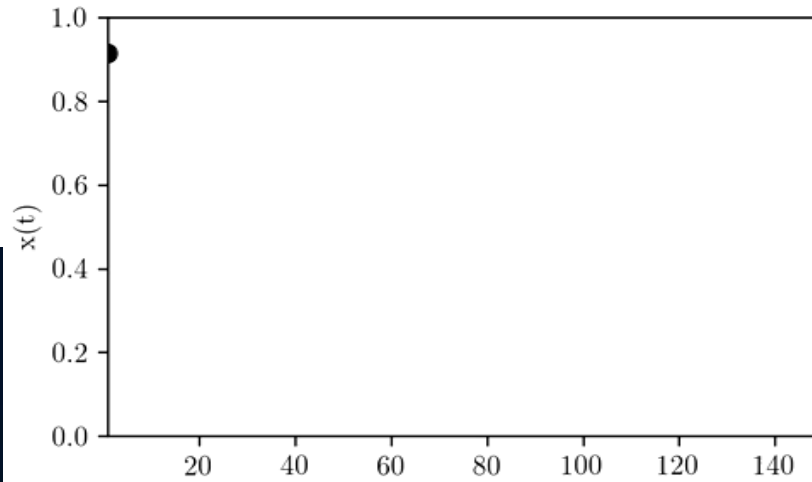
Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.70$
Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$a = 1, b = 0$
 $c = 1.7, d = 0.001$



Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

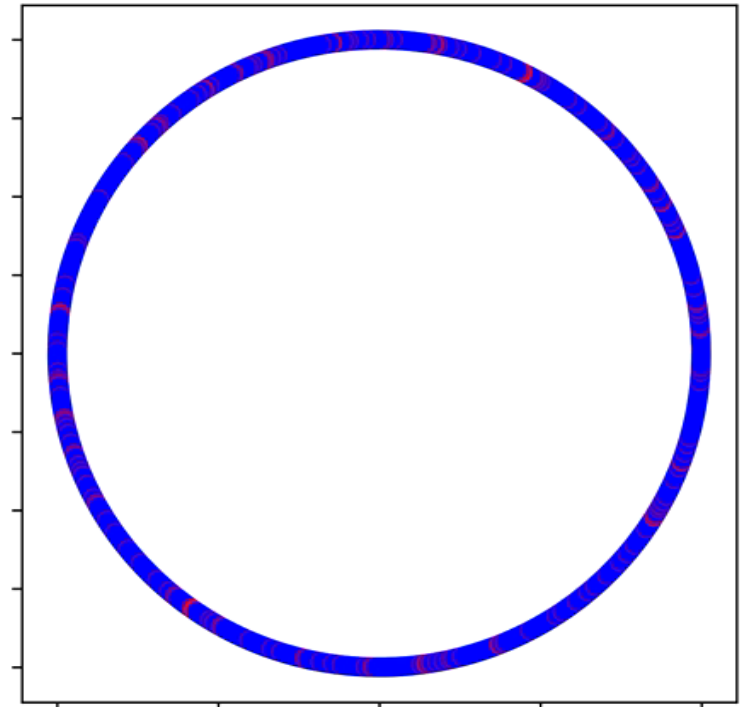
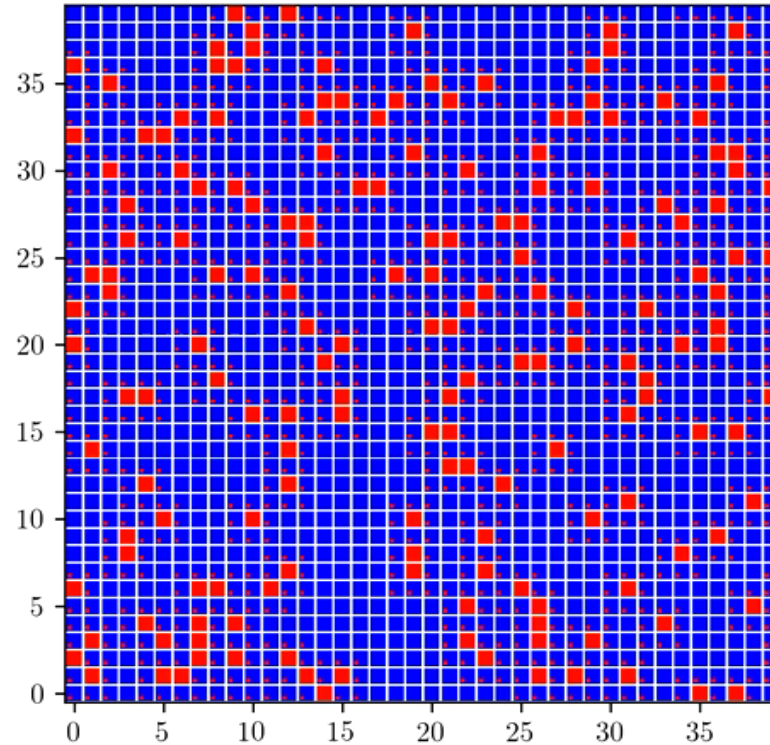
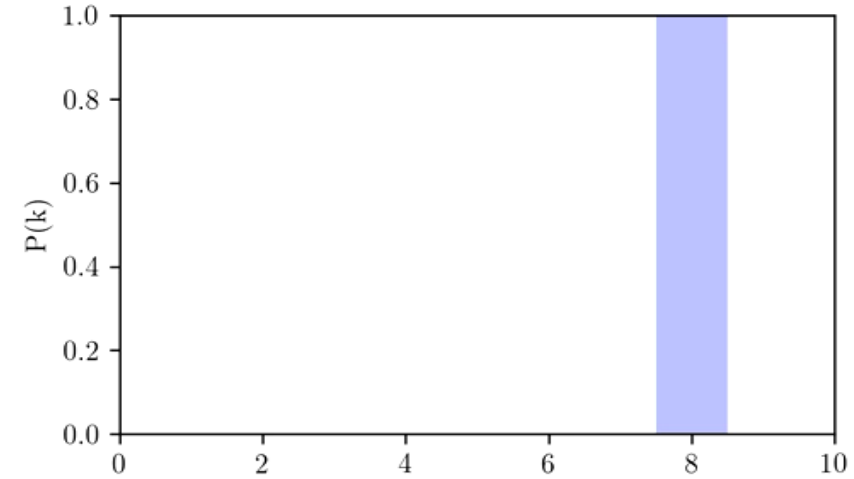
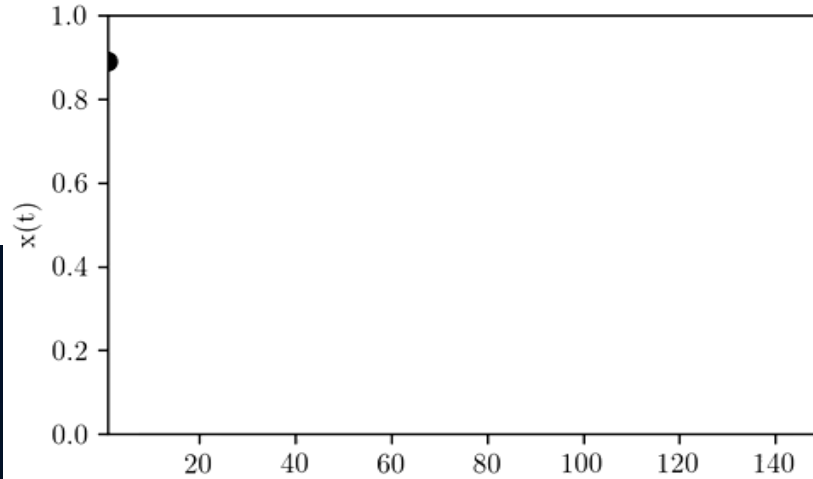
Spatial Games: Das Gefangenendilemma

$c=1.80$

Anfangsbedingungen:
90 % Cooperators (blau)
10 % Defectors (rot)

$$\hat{\$} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

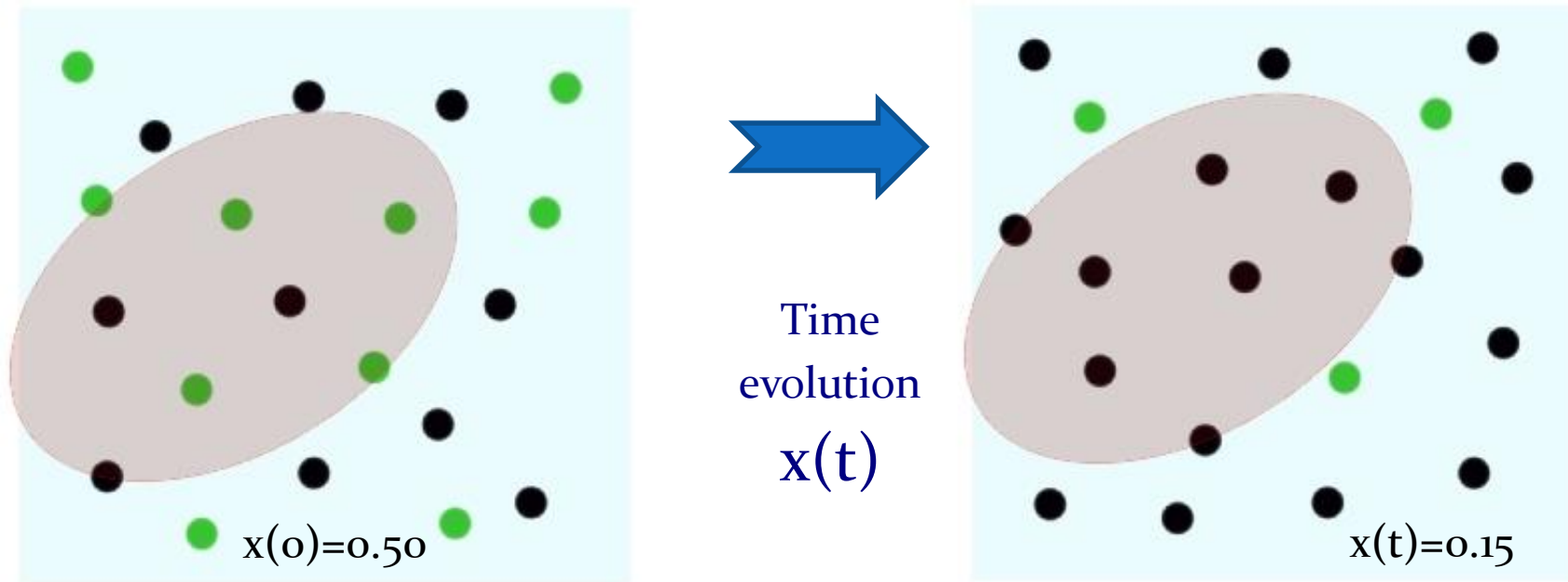
$a = 1, b = 0$
 $c = 1.8, d = 0.001$



Siehe auch
S:150-151 in
M.A.Nowak,
„Evolutionary
Dynamics“

Introduction

Die Quanten-Spieltheorie stellt eine mathematische und konzeptuelle Erweiterung der klassischen Spieltheorie dar. Der Raum aller denkbaren Entscheidungswege der Akteure wird vom rein reellen, messbaren Raum in den Raum der komplexen Zahlen (reelle und imaginäre Zahlen) ausgedehnt. Durch das Konzept der möglichen quantentheoretischen Verschränkung der Entscheidungswege im imaginären Raum aller denkbaren Quantenstrategien können gemeinsame, durch kulturelle oder moralische Normen entstandene Denkrichtungen in die evolutionäre Dynamik mit einbezogen werden.



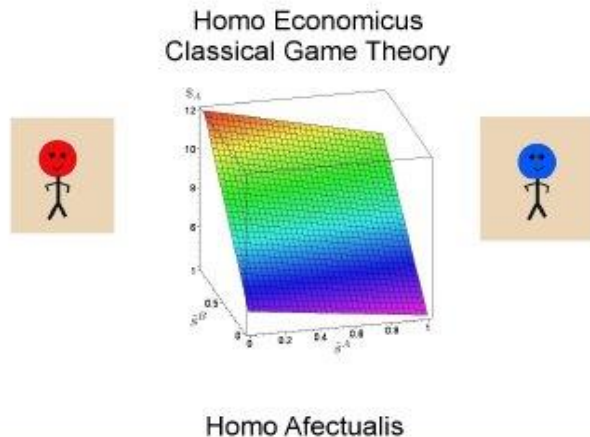
Strategies of each node (of each player): (green , black), $x(t)$: Fraction of player with strategy „green“ as a function of time t
Grey region: Group dependent collective cultural or moral standard

Beyond Homo Economicus

Quantum Game Theory
Entanglement Quantum Strategies
Homo Sociologicus Homo Transcendentalis

$$|\Psi\rangle$$

Extended models of classical evolutionary game theory (e.g. [10, 9])



The final 2-player quantum state:

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$$

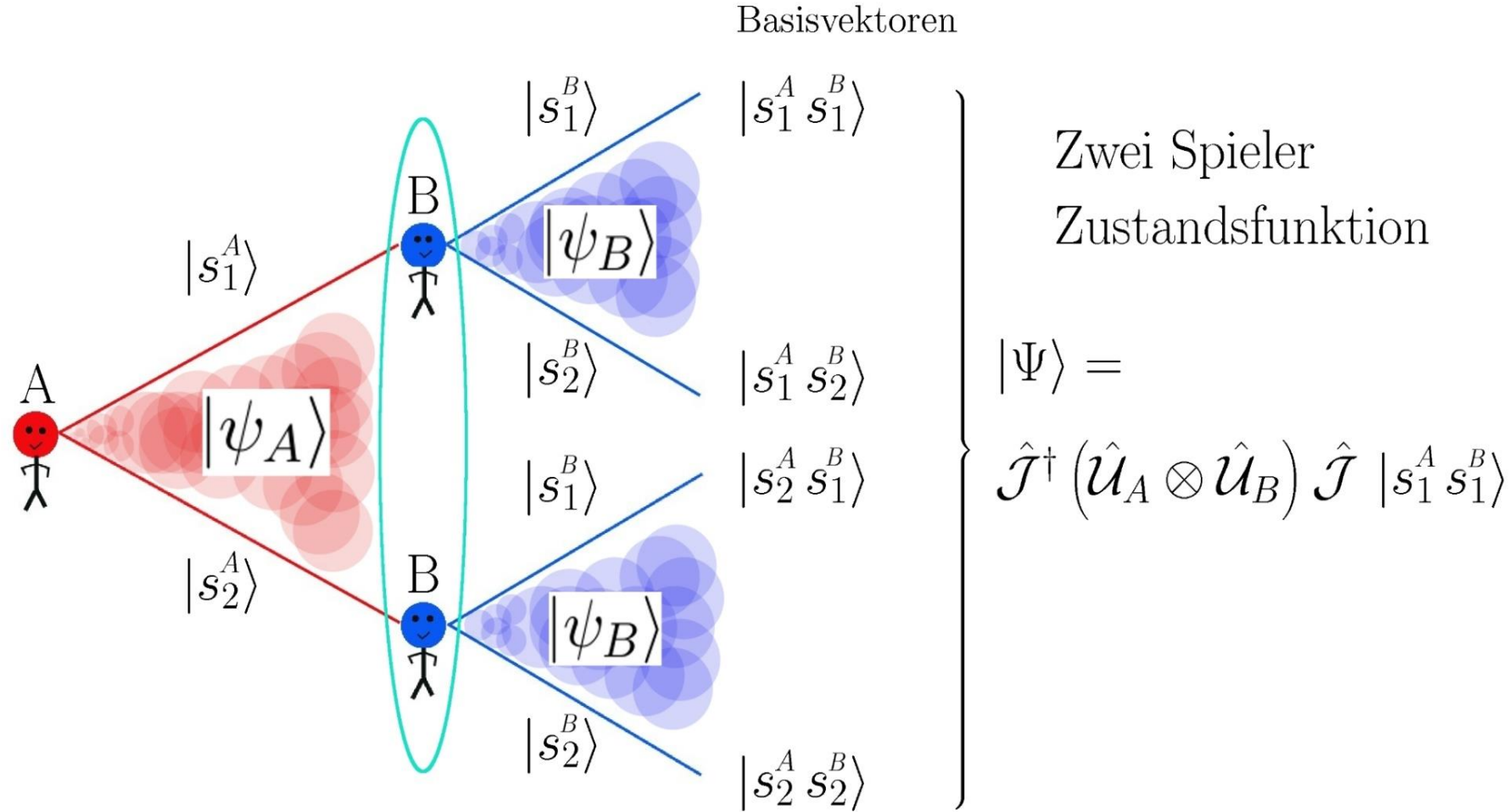
$\hat{\mathcal{J}}(\gamma)$: Entangling operator

$\hat{\mathcal{J}}^\dagger(\gamma)$: Disentangling operator

$\gamma \in [0, \pi]$: Strength of entanglement

\hat{U}_A : Decision Operator for player A

\hat{U}_B : Decision Operator for player B



The extended payoff $\$_{\mu}(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)$ of player $\mu = A, B$

The extended payoff $\$_{\mu}(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B, \gamma)$ of player $\mu = A, B$ is an amplification of the classical mixed strategy payoff function $\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B)$:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{12}^B P_{12} + \$_{21}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

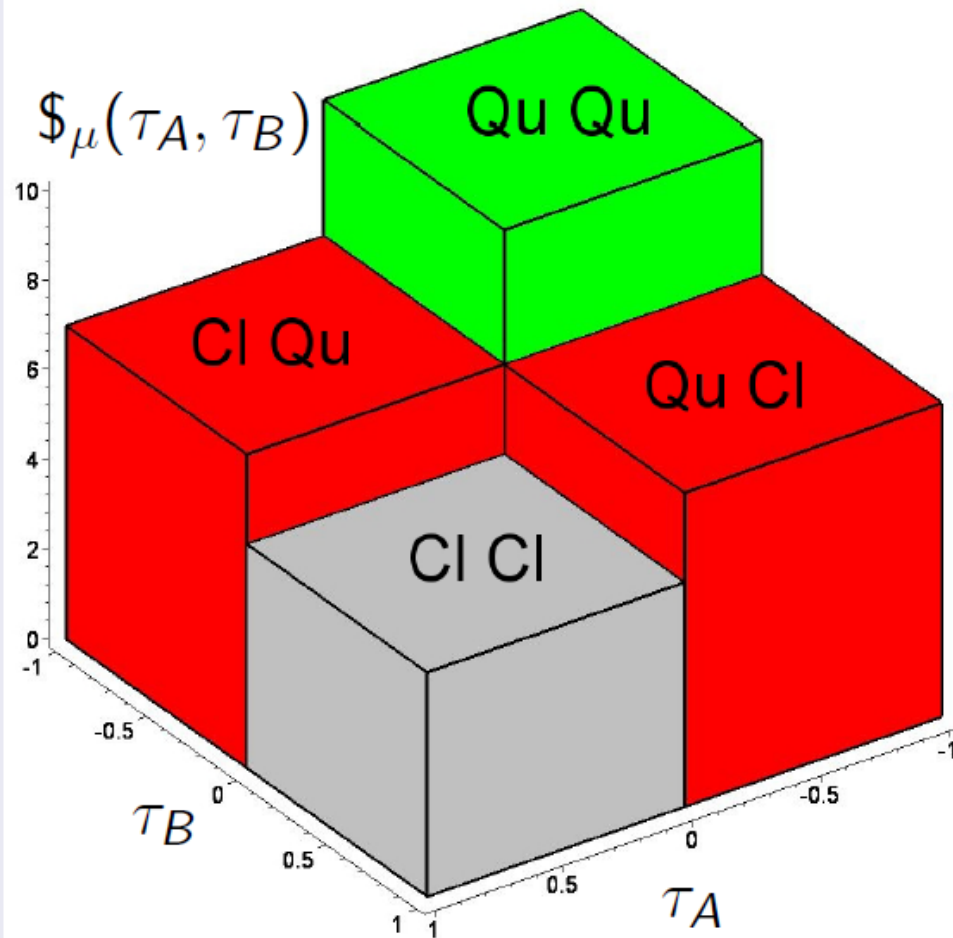
$$\text{with: } P_{\sigma\sigma'} = |\langle \sigma\sigma' | \Psi \rangle|^2, \quad \sigma = \{s_1^A, s_2^A\} \text{ and } \sigma' = \{s_1^B, s_2^B\}$$

$P_{\sigma\sigma'}$ are the real valued probabilities of finding the two player state $|\Psi\rangle$ in the pure strategy Eigenstate $|\sigma\sigma'\rangle$, e.g.

$$P_{12} := P_{s_1^A s_2^B} = \left| \langle s_1^A s_2^B | \Psi \rangle \right|^2$$

The extended payoff $\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$ of player $\mu = A, B$

Visualisationspace of $\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$



The expected payoff within a quantum version of a general 2-player game:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{12}^B P_{12} + \$_{21}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

$$\text{with: } P_{\sigma\sigma'} = |\langle \sigma\sigma' | \Psi \rangle|^2, \quad \sigma, \sigma' = \{s_1, s_2\}$$

Reduction of quantum strategies:

$$|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)\rangle \rightarrow |\Psi(\tau_A, \tau_B)\rangle$$

$$\underbrace{\{(\tau\pi, 0) \mid \tau \in [0, 1]\}}_{\text{classical region Cl}} \wedge \underbrace{\{(0, \tau\frac{\pi}{2}) \mid \tau \in [-1, 0]\}}_{\text{quantum region Qu}}$$

[QuantumGame.mw](#)

- [Die Quanten Spieltheorie und der verschränkte Zwei-Spieler Zustand](#)
- [Dominante Spiele](#)
- [Koordinationsspiele](#)
- [Anti-Koordinationsspiele](#)

Maple Worksheet: QuantumGame.mws

Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer

Physics of Socio-Economic Systems with the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main (Wintersemester 2017/18)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Frankfurt am Main 10.01.2018

Dritter Vorlesungsteil:

Symmetrische (2 x 2) Quantenspiele

Die Quanten Spieltheorie und der verschränkte Zwei-Spieler Zustand

Dieses Maple-Worksheet illustriert das Konzept der Quanten-Spieltheorie an mehreren Beispielen.

```
> restart;  
with(linalg):
```

Das Falke-Taube-Spiel

Das Falke-Taube-Spiel modelliert ursprünglich den Wettkampf um eine Ressource (z.B. Nistplatz). Das Spiel wird jedoch oft auch auf andere Systeme angewendet, wobei die Taube-Strategie eine friedliche Verhaltensweise symbolisiert und die Falke-Strategie ein aggressives Verhalten.

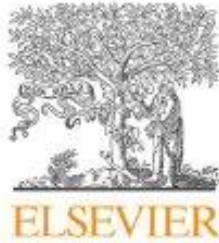
Im folgenden Artikel wird das Falke-Taube-Spiel auf den Immobilien-Investmentmarkt angewendet (Spieler-Population: Investmentbanker).

Spieler B	Strategie 1 Falke	Strategie 2 Taube
Spieler A		
Strategie 1 Falke	$((p_h - d) / 2, (p_h - d) / 2)$	$(p_h, 0)$
Strategie 2 Taube	$(0, p_h)$	$(p_m / 2, p_m / 2)$

Parameter setting	Risk of destabilisation	d	p_h	p_m
P1	LÖW	6	5	3
P2	MEDIUM	10	5	3
P3	HIGH	20	5	3

TABLE I: Payoff matrix for investment bankers A and B within the Hawk-Dove game. The parameters are defined as follows: p_h : high selling premium, d : disutility resulting from fighting and p_m : moderate selling premium.

TABLE II: Parameters of the three different sets of the underlying payoff matrix used to model the investment market of the Hawk-Dove game.



Contents lists available at ScienceDirect

Physica A

journal homepage: www.elsevier.com/locate/physa

Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory based analysis of financial crises

Matthias Hanauske^{a,*}, Jennifer Kunz^b, Steffen Bernius^a, Wolfgang König^c

^a Institute of Information Systems, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^b Chair of Controlling & Auditing, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

^c House of Finance, Goethe-University, Grüneburgplatz 1, 60323 Frankfurt/Main, Germany

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 April 2009

Received in revised form 22 April 2010

Available online 15 June 2010

Keywords:

Evolutionary game theory

Quantum game theory

Hawk–dove game

Financial crisis

ABSTRACT

The last financial and economic crisis demonstrated the dysfunctional long-term effects of aggressive behaviour in financial markets. Yet, evolutionary game theory predicts that under the condition of strategic dependence a certain degree of aggressive behaviour remains within a given population of agents. However, as a consequence of the financial crisis, it would be desirable to change the “rules of the game” in a way that prevents the occurrence of any aggressive behaviour and thereby also the danger of market crashes. The paper picks up this aspect. Through the extension of the well-known hawk–dove game by a quantum approach, we can show that dependent on entanglement, evolutionary stable strategies also can emerge, which are not predicted by the classical evolutionary game theory and where the total economic population uses a non-aggressive quantum strategy.

© 2010 Elsevier B.V. All rights reserved.

Quantum Game Theory and Financial Crises

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König "Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises" (in Physica A 389 (2010) 5084 – 5102)

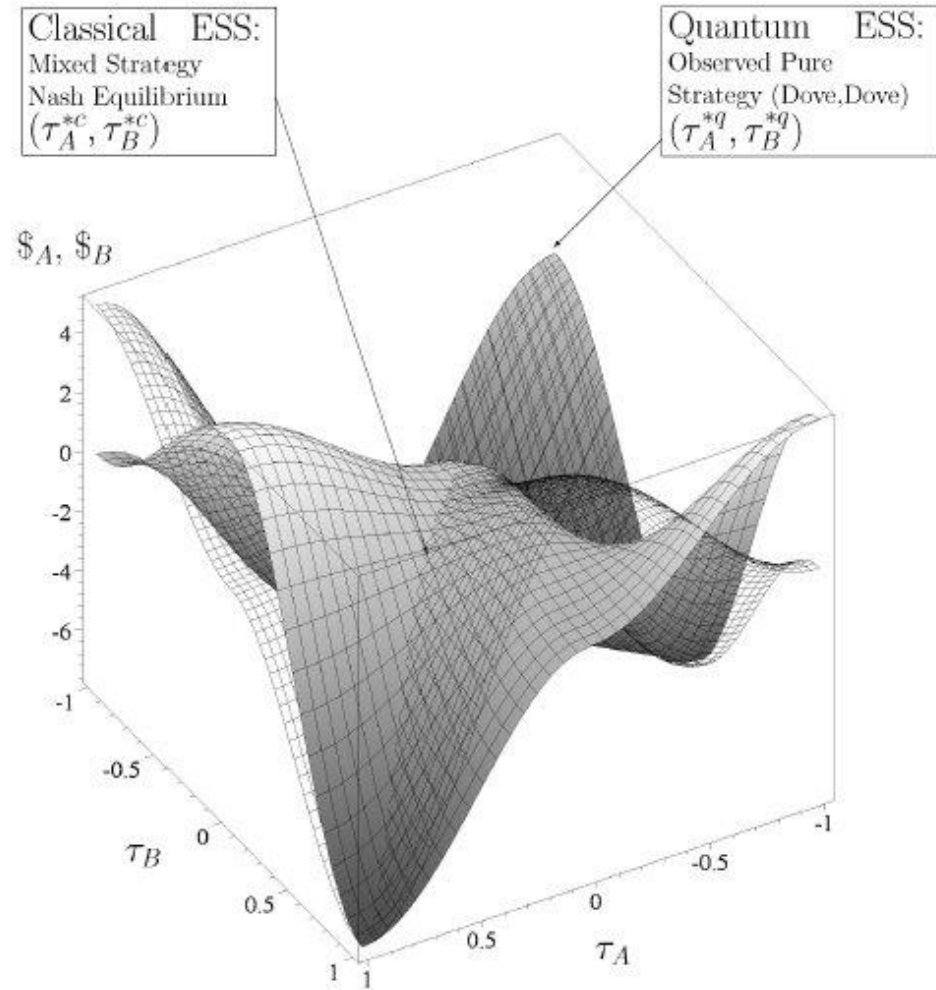


Figure 5.10.: Same description as Figure 5.7, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

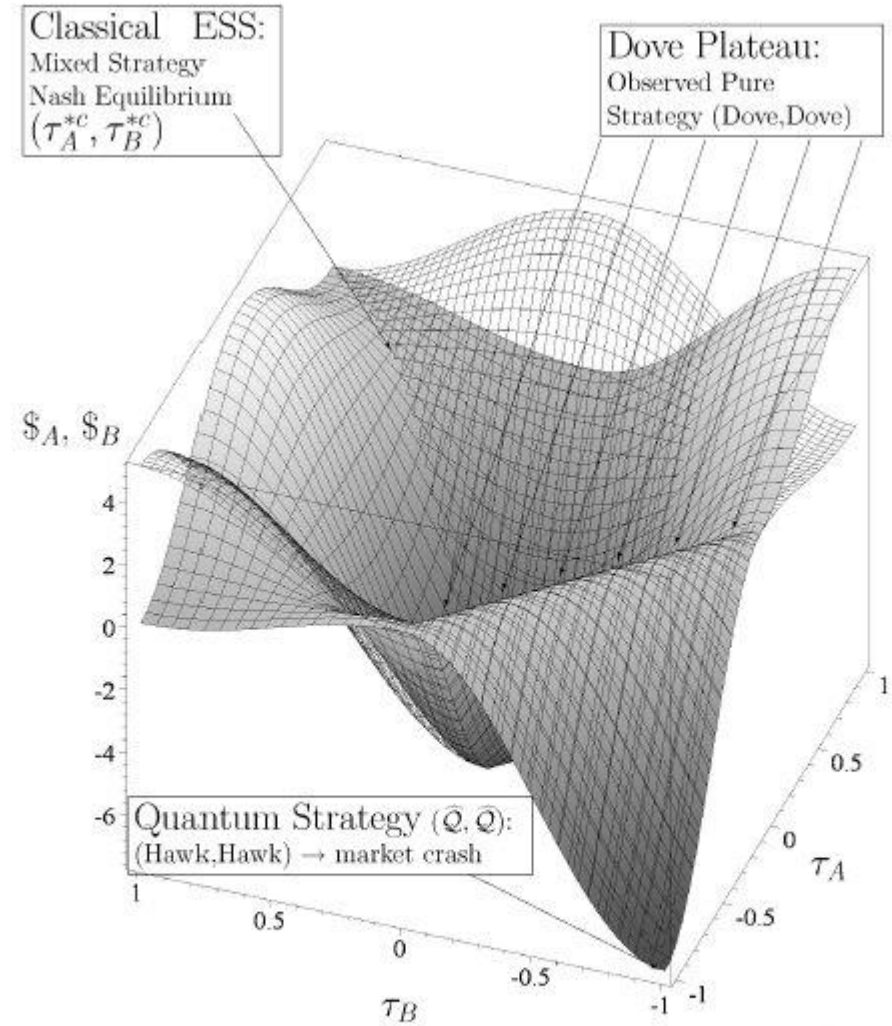
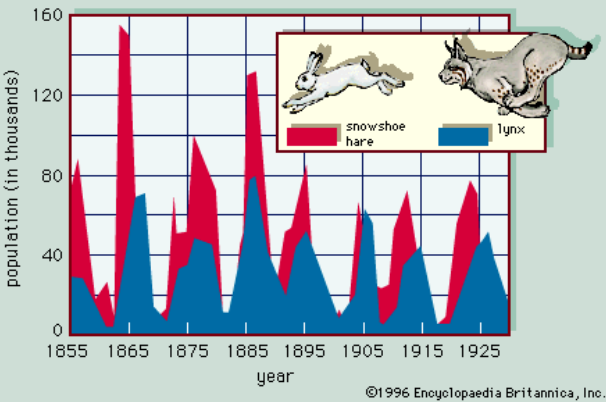
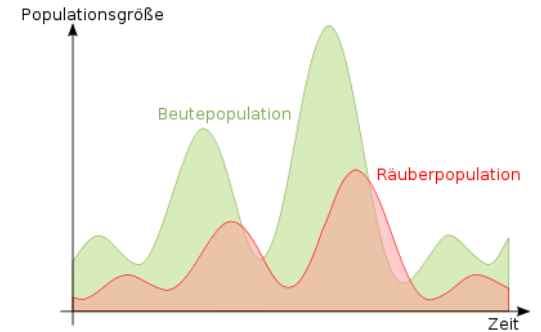


Figure 5.13.: Same description as Figure 5.12, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.



I.2.6 Mögliche Projekte im Teil I

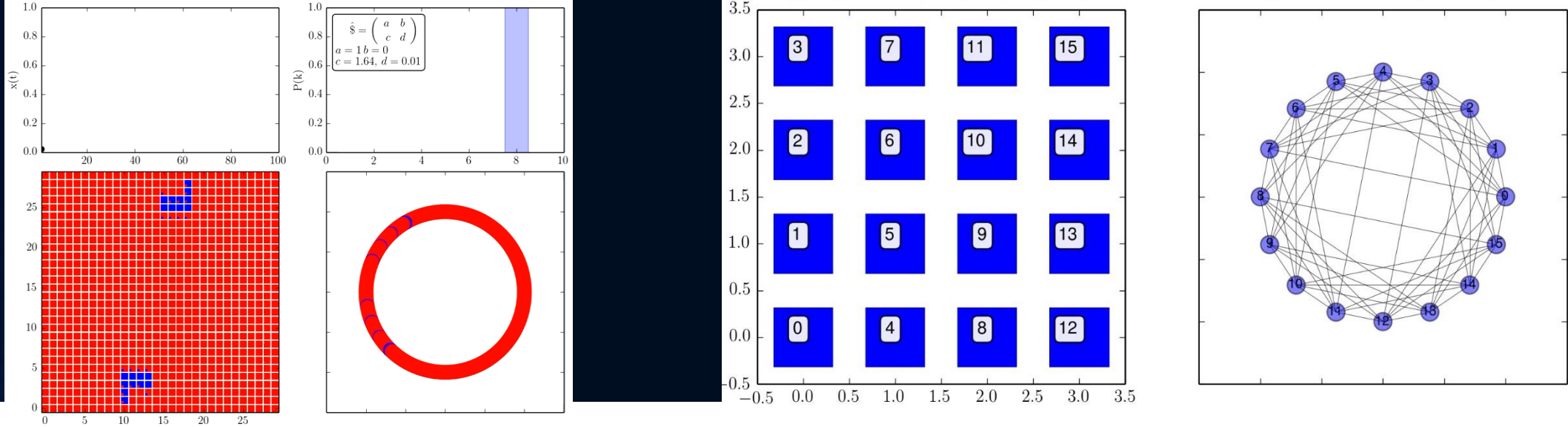
Projekt I: Spielklassen symmetrischer (2x3)-Spiele



E. C. Zeeman zeigt in seinem im Jahre 1980 veröffentlichten Artikel, dass man evolutionäre, symmetrische (2x3)-Spiele in 19 Klassen einteilen kann. Es gibt Spielklassen, die besitzen lediglich eine evolutionär stabile Strategie und Klassen die sogar drei evolutionär stabile Strategien besitzen. (siehe E.C. Zeeman, POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY, In: Global Theory of Dynamical Systems, Springer 1980). Stellen Sie Beispiele dieser Spielklassen mittels eines Maple Worksheets oder eines Python Skriptes dar. Das folgende Maple Worksheet kann Ihnen dabei helfen ([View Maple Worksheet](#), [Download Maple Worksheet](#)).

Projekt II: Äquivalenz der Räuber-Beute-Gleichung für 2-Populationen mit der Replikatorodynamik der evolutionären Spieltheorie für 3 Strategien

Stellen Sie die Äquivalenz der Räuber-Beute-Gleichung für 2-Populationen mit einem evolutionären Spiel mit 3 Strategien mittels eines Maple Worksheets oder eines Python Skriptes dar.



III.1.3 Mögliche Projekte im Teil III

Erstellen Sie ein Python Programm, das ein evolutionäres Spiel auf einem komplexen Netzwerk simuliert. Betrachten Sie unterschiedliche Spielklassen symmetrischer (2 Personen)-(2 Strategien) Spiele und variieren die Struktur des Gitters (z.B. *reguläre, vollständig verbundene, zufällige, kleine Welt, exponentiellen und skalenfreien* Netzwerke). Zeigen Sie dass im Falle eines vollständig verbundenen Netzwerks einer großen Population von Spielern die Ergebnisse der klassischen evolutionären Spieltheorie reproduziert werden können (siehe Teil I).

Weitere Projekte

Spatial Quanten Games:

Simulieren Sie ein Spatial Quantum Game mit einer Moorsche Nachbarkeitsumgebung, zusätzlichem Parameter (Entanglement) und implementieren Sie eine dritte Quanten Strategie.

Sie können auch gerne ein selbst konzipiertes bearbeiten.

Die Projekte sollen in den beiden folgenden Vorlesungen bearbeitet werden und dann in der darauf folgenden Vorlesung präsentiert werden (kurze Präsentation, ca. 10 Minuten).