Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
26.10.2018

MATTHIAS HANAUSKE

FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY

2. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
  PC-Pool Raum 01.120, immer freitags von 15.00 bis 17.00 Uhr
- Vorlesungs-Materialien:
  http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPSOC/
- Aufgaben auf der Online-Lernplatform Lon Capa:
  http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/
- Plan für die heutige Vorlesung:
  Wiederholung (sozio-ökonomische Systeme und Spieltheorie, Definition eines Spiels, Strategienmenge der Spieler, Präferenzordnung und Auszahlungsfunktion), Nash-Gleichgewichte und dominante Strategien, das Gefangenendilemma, das Hirschjagt Spiel, das Dilemma des Wettrüstens, gemischte Strategien, Übungsaufgabe auf der Lon Capa Lernplatform

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer *von* Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Physik sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer (Physics of Socio-Economic Systems with the Computer) Vorlesung WS 2017/2018, Fr. 15-17.00 Uhr, PC-Pool 01.120

Zusätzlich zur Vorlesung werden ab dem 27.10.2017 freiwillige Übungstermine eingerichtet, die jeweils freitags, eine Stunde vor der Vorlesung im PC-Pool 01.120 stattfinden (Fr. 14-15.00 Uhr).

Diese Vorlesung gibt eine Einführung in das interdisziplinäre Forschungsfeld der *Physik sozio-ökonomischer Systeme*. In sozio-ökonomischen Systemen, wie z.B. bei Finanzmärkten, sozialen Netzwerken, Verkehrssystemen oder wissenschaftliche Kooperationsnetzwerken, sind die dem System zugrunde liegenden Akteure ständigen Entscheidungssituationen ausgesetzt, wobei der Erfolg und die Auswirkung der individuell gewählten Strategie von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteuren abhängt. Die (evolutionäre) Spieltheorie und die Physik komplexer Netzwerke stellen die beiden Grundsäulen der theoretischen Beschreibung und mathematischen Formulierung solcher Systeme dar. Im ersten Teil des Kurses werden die grundlegenden Konzepte der Spieltheorie thematisiert und die Studierenden erlernen, unter Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica) deren Anwendung auf diverse Spielklassen. Neben den endlichen Zweipersonen-Spielen und N-Personen-Spielen wird auch auf die evolutionäre Entwicklung ganzer Spieler-Populationen eingegangen

Inhalte der Vorlesung

SPIELTHEORIE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE

KOMPLEXE NETZWERKE (NETWORK SCIENCE)

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE AUF KOMPLEXEN NETZWERKEN

QUANTEN-SPIELTHEORIE

ANWENDUNGSFELDER

Key Question

How can one theoretically describe and quantify the time dependent evolution of the strategic behavior of an entire group of decision makers which are connected in an information/interaction network?

Theoretical Models used to answer the question:

(Evolutionary) Game Theory

[von Neumann 1928, Nash 1950, Smith 1972, Weibull 1997, Szabó/Fáth 07]

Theory of complex networks, Network Science

[Barabasi/Albert 02, Mendes/Dorogovtsev 02, Jackson 10]

Einleitung

- Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Spieler (Akteure) abhängt.
- Ökonomische Entscheidungen betreffen in aller Regel nicht nur das Individuum selbst, sondern auch weitere wirtschaftliche Subjekte und deren Entscheidungen.
- Entscheidende Akteure müssen nicht zwangsläufig individuelle Menschen sein, sondern können auch institutionelle Organisationen, Unternehmen, Länder, usw. sein.
- Viele Wirtschaftwissenschaftler betrachten die Spieltheorie als die formale Sprache der ökonomischen Theorie. Sie stellt eine elementare Theorie innerhalb der sozio-ökonomischen Forschung dar.

Ursprünge der Spieltheorie

- Johann (John) von Neumann veröffentlichte im Jahre 1928 die erste Arbeit über Spieltheorie (*J. von Neumann* **Zur Theorie der Gesellschaftsspiele**, Mathematische Annalen 100, 295-300 (1928)). Er war zu dieser Zeit als Privatdozent in Berlin tätig. 1930 übersiedelte er zur Princeton University und wurde dort 1931 Professor.
- Das erste, wegweisende Buch über Spieltheorie und ökonomisches Verhalten wurde 1944 von v. Neumann und Morgenstern veröffentlicht (*J. von Neumann und Oskar Morgenstern* **Theory of games and economic behaviour**, Princeton University Press, Princeton (1944))

I.1.1 Definition eines Spiels

Die formale mathematische Definition eines *Simultanen (N Spieler)-(m Strategien) Spiels in strategischer Form mit Auszahlung* (siehe z.B. [2,3]) benötigt lediglich die Angabe dreier Größen: Die Menge $\mathcal{I}$ der Spieler, die Menge (der Raum) $\mathcal{S}$ der Strategien der Spieler und ihre Auszahlungsfunktion (Präferenzordnungen) $\$$.

Ein Spiel $\Gamma := (\mathcal{I}, \mathcal{S}, \$)$ in strategischer Form mit Auszahlung ist hinreichend definiert, wenn die folgenden drei Größen bekannt sind:

- Menge der Spieler: $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, N\}$
  Die Menge der Spieler $\mathcal{I}$ kann unter Umständen aus unterschiedlichen Teilmengen bestehen, die ihrerseits unterschiedliche Strategiemengen $\mathcal{S}$ besitzen. In sozio-ökonomischen Netzwerken stellen die Spieler die jeweiligen Knoten des Netzwerkes dar (näheres siehe Teil II).
- Menge der reinen Strategien der Spieler: $\mathcal{S} = \mathcal{S}^1 \times \mathcal{S}^2 \times \ldots \times \mathcal{S}^N$
  Jeder Spieler $\mu \in \mathcal{I}$ besitzt eine eigene Menge an reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu = \left\{s_1^\mu, s_2^\mu, \ldots, s_{m_\mu}^\mu\right\}$, wobei jede dieser m_μ Strategien eine für ihn mögliche Entscheidung darstellt.
- Präferenzordnungen der Spieler, quantifiziert durch eine vektorwertige Auszahlungsfunktion:
  $\$ = \left(\$^1, \$^2, \ldots, \$^N\right) : \mathcal{S} \to \mathbb{R}^N$
  Nachdem jeder Spieler (ohne die Entscheidung seiner Mitspieler zu kennen) eine Strategie aus seiner Strategienmenge $\mathcal{S}^\mu$ ausgewählt hat, beurteilt er die entstehende Strategienkombination $\mathcal{S}$ entsprechend seiner Präferenzordnung (Auszahlungsfunktion) $\$^\mu$.

Um diese formale Definition im einzelnen zu erklären, beschränken sich die folgenden Darlegungen auf den einfachsten Fall des simultanen

Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels

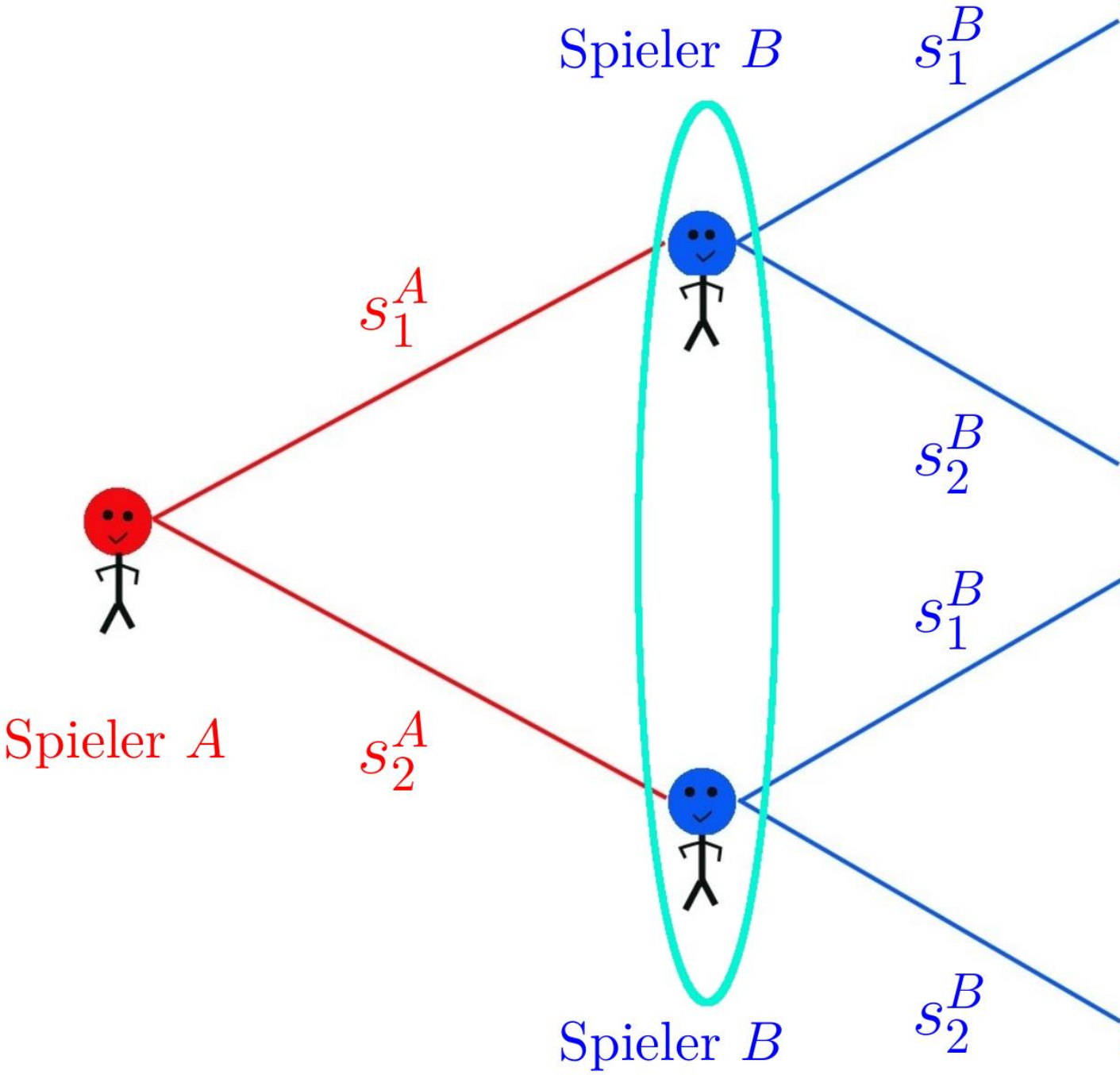
Definition des Spiels:

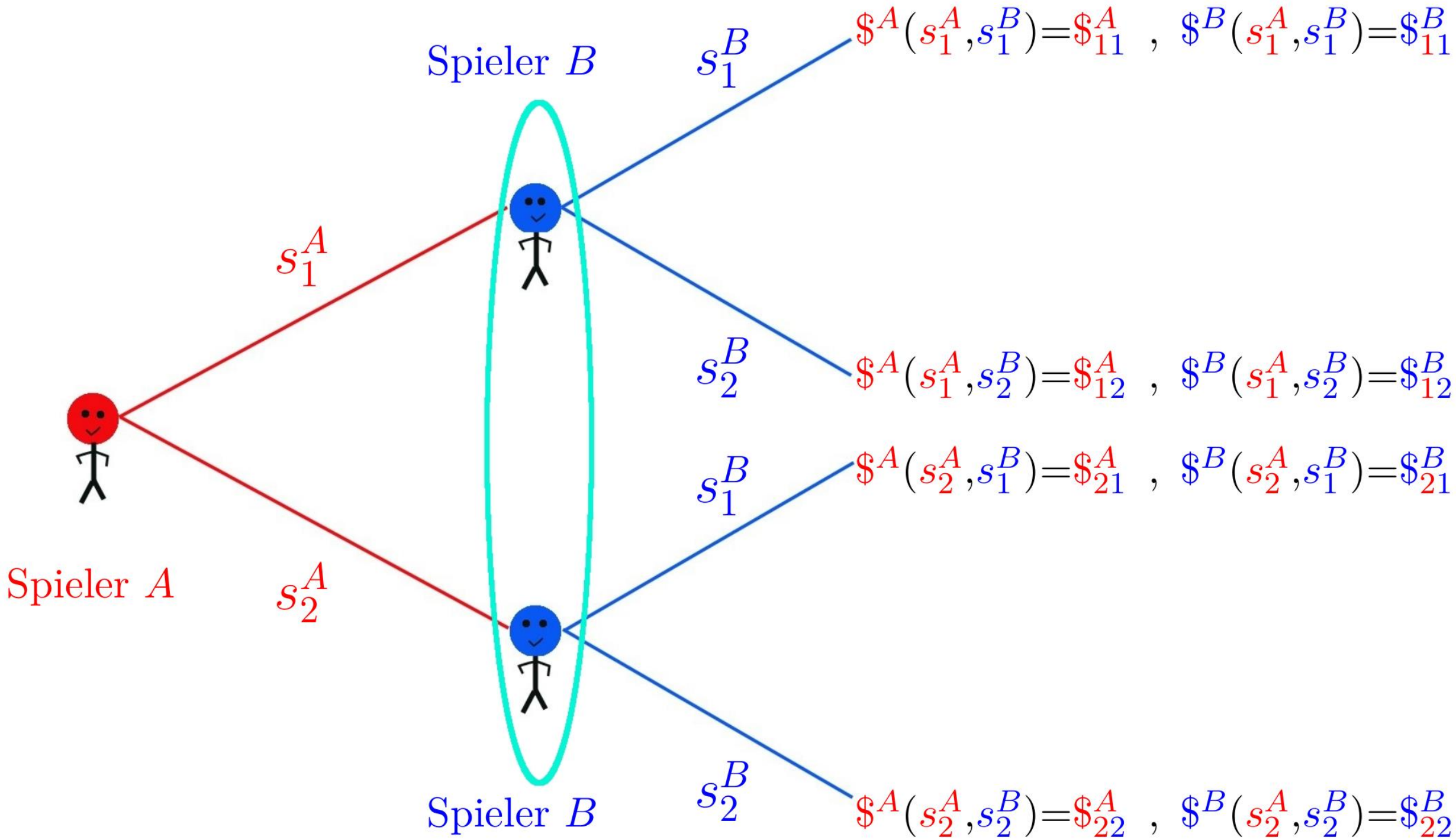
Menge der Spieler: A und B

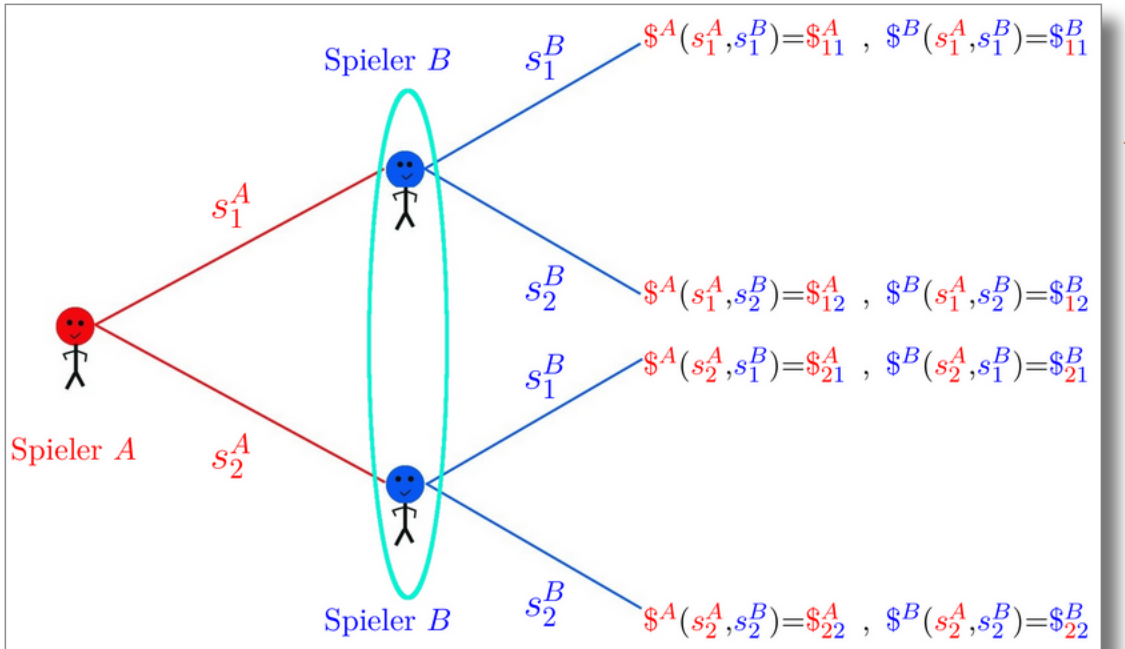
Menge der Strategien: 1 und 2

Auszahlungstabelle:

	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$^{A}_{11},\$^{B}_{11})$	$(\$^{A}_{12},\$^{B}_{12})$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$^{A}_{21},\$^{B}_{21})$	$(\$^{A}_{22},\$^{B}_{22})$




Spieler B
s_1^B
$\$^A(s_1^A,s_1^B)=\$^A_{11}$, $\$^B(s_1^A,s_1^B)=\$^B_{11}$
s_1^A
s_2^B
$\$^A(s_1^A,s_2^B)=\$^A_{12}$, $\$^B(s_1^A,s_2^B)=\$^B_{12}$
s_1^B
$\$^A(s_2^A,s_1^B)=\$^A_{21}$, $\$^B(s_2^A,s_1^B)=\$^B_{21}$
Spieler A
s_2^A
s_2^B
$\$^A(s_2^A,s_2^B)=\$^A_{22}$, $\$^B(s_2^A,s_2^B)=\$^B_{22}$
Spieler B



Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels mit den Auszahlungsfunktionen für Spieler A ($\$^A$) und Spieler B ($\$^B$).

Die nebenstehende Abbildung stellt den Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels dar. Beide Spieler (Spieler A und Spieler B) treffen die Entscheidung, welche der beiden reinen Strategien (s_1 und s_2) sie auszuwählen gedenken, zur gleichen Zeit, d.h. beim Zeitpunkt der Entscheidung wissen beide Spieler nicht, welche der Strategien der andere Spieler auswählt. $\$^\mu$ (mit $\mu = A,\ B$) bezeichnet die Auszahlung, welche den Spielern nach Bekanntgabe ihrer Entscheidung ausgezahlt wird. Die Auszahlungen der vier möglichen Strategienkombinationen werden im folgenden durch die Auszahlungsmatrizen $\hat{\$}^\mu$ angegeben. Die oben angegebene Definition vereinfacht sich in einem solchen (2×2) Spiel somit wie folgt:

(2×2) Spiel:

$$\Gamma := \left(\{A, B\}, \mathcal{S}^A \times \mathcal{S}^B, (\hat{\$}^A, \hat{\$}^B)\right)$$

Menge der reinen Strategien des Spielers A und B:

$$\mathcal{S}^A = \{s_1^A, s_2^A\}\ ,\ \mathcal{S}^B = \{s_1^B, s_2^B\}$$

Auszahlungsmatrix der Spieler A und B:

$$\hat{\$}^A = \begin{pmatrix} \$^A_{11} & \$^A_{12} \\ \$^A_{21} & \$^A_{22} \end{pmatrix},\ \hat{\$}^B = \begin{pmatrix} \$^B_{11} & \$^B_{12} \\ \$^B_{21} & \$^B_{22} \end{pmatrix}$$

Die nebenstehende Abbildung zeigt den Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels. Die ovale, türkisene Linie visualisiert den simultanen Charakter des Spiels; ohne diese, wäre der Spielablauf ein sequentieller und Spieler B wüste schon wie sich Spieler A entschieden hätte, bevor er seine Entscheidung trifft. Die vier möglichen Ausgänge des Spiels sind mit unterschiedlichen

Das Nash-Gleichgewicht

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

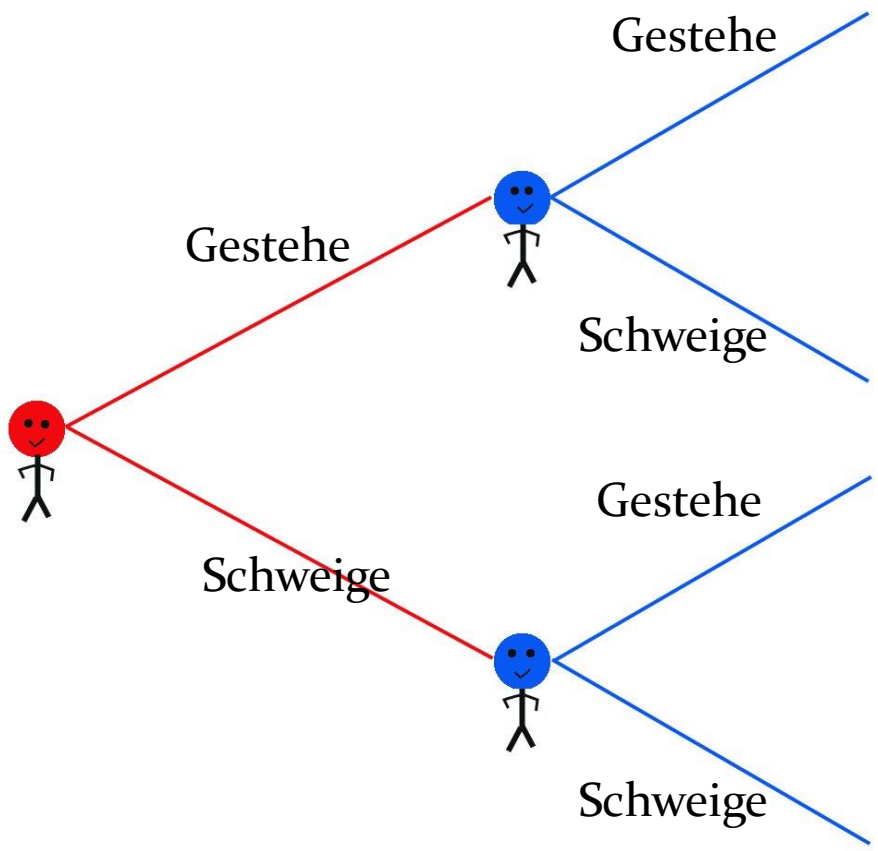
Es gibt ein Nash-Gleichgewicht in diesem Spiel:

Strategienkombination:
(Aa , Hh)=(Augen auf , Hand hoch)

	$s_1^2 \hat{=} Hh$	$s_1^2 \hat{=} Hr$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(10 , 10)	(0 , 0)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(0 , 0)	(0 , 0)

Das Gefangenendilemma

	G	S
G	(-7 , -7)	(-1 , -9)
S	(-9 , -1)	(-3 , -3)



Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

	Spieler B **Gestehe**	Spieler B **Gestehe nicht**
Spieler A **Gestehe**	(-7 , -7)	(-1 , -9)
Spieler A **Gestehe nicht**	(-9 , -1)	(-3 , -3)

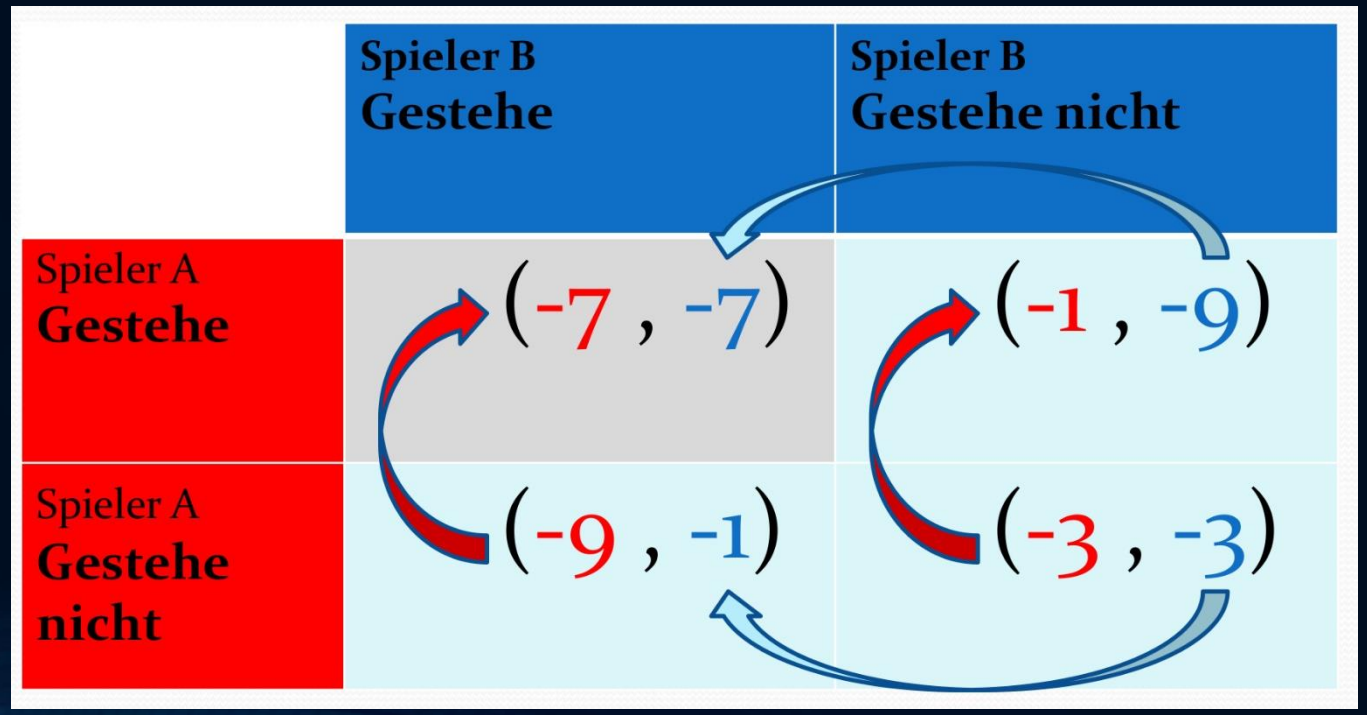
Das Nash-Gleichgewicht

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

Einfache Bestimmung der Nash Gleichgewichte durch die **Bestantwort-Pfeile**: Was würde ich machen unter der Annahme das der andere Gesteht (nicht Gesteht)?

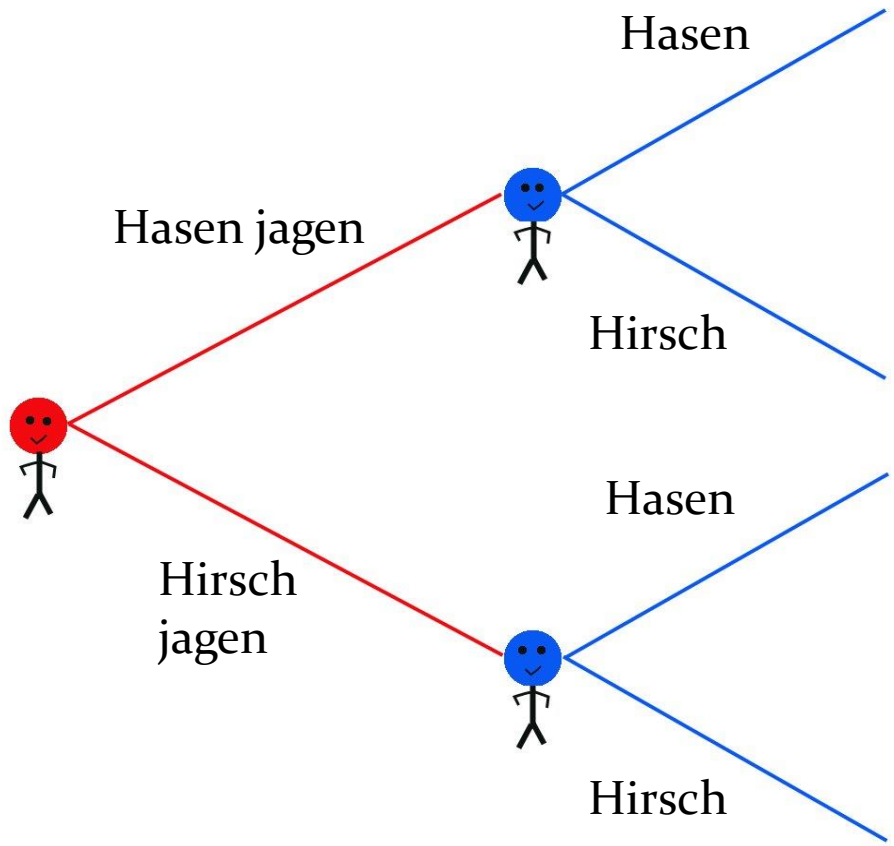
Es gibt nur ein Nash-Gleichgewicht, die sogenannte „Dominante Strategie".

Dominante Strategienkombination: (Gestehe , Gestehe)



Rousseaus Hirschjagt - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2 , 2)	(4 , 0)
Hirsch	(0 , 4)	(5 , 5)



Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagt gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagt, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagt, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagt entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)

Definition: Dominante Strategie

Im Folgenden werden zwei fundamentale Gleichgewichtskonzepte der Spieltheorie vorgestellt. Wir beschränken uns wieder auf ein *Simultanes (N Spieler)-(m Strategien) Spiel in strategischer Form mit Auszahlung*. Eine Strategienkombination aller Spieler $s = \left(s^1, s^2, .., s^N\right) \in \mathcal{S}$ setzt sich aus der gewählten Strategie des μ-ten Spielers $s^\mu \in \mathcal{S}^\mu$ und der Strategienkombination aller Spieler mit Ausnahme des μ-ten Spielers $s^{-\mu} := \left(s^1, s^2, .., s^{\mu-1}, s^{\mu+1}, .., s^N\right) \in \mathcal{S}^{-\mu}$ zusammen; also

$$s = \left(s^\mu, s^{-\mu}\right) \in \mathcal{S} = \mathcal{S}^\mu \times \mathcal{S}^{-\mu}.$$

Eine Strategienkombination $s^\dagger = \left(s^{1\dagger}, s^{2\dagger}, .., s^{N\dagger}\right)$ ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn die folgenden Bedingung für alle $\mu \in \mathcal{I}$ erfüllt ist:

Gleichgewicht in dominanten Strategien:

$$\$^\mu\left(s^{\mu\dagger}, s^{-\mu}\right) \geq \$^\mu\left(s^\mu, s^{-\mu}\right) \quad \forall\ \mu \in \mathcal{I} \text{ und } \forall\ s = \left(s^\mu, s^{-\mu}\right) \in \mathcal{S}$$

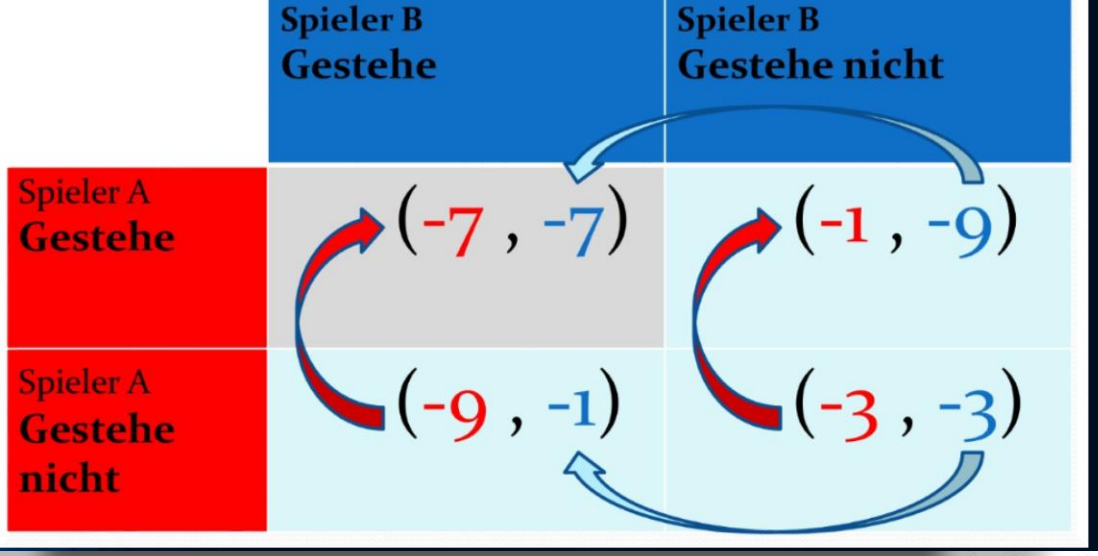
Definition: Nash-Gleichgewicht

Eine Strategienkombination $s^* = \left(s^{1*}, s^{2*}, .., s^{N*}\right)$ nennt man ein Nash-Gleichgewicht, falls die folgenden Bedingung für alle $\mu \in \mathcal{I}$ gilt:

Nash-Gleichgewicht:

$$\$^{\mu}\left(s^{\mu*}, s^{-\mu*}\right) \geq \$^{\mu}\left(s^{\mu}, s^{-\mu*}\right) \quad \forall \ \mu \in \mathcal{I} \ \text{ und } \forall \ s^{\mu} \in \mathcal{S}^{\mu}$$

Ein Nash-Gleichgewicht ist demnach eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweichen würde - er würde keine größere Auszahlung erhalten. Es gilt, dass jedes Gleichgewicht in dominanten Strategien auch ein Nash-Gleichgewicht ist. Im folgenden werden die beiden definierten Gleichgewichtskonzepte am Beispiel zweier simultanen (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiele illustriert.



Beispiel: Gefangenendilemma

Ein Nash-Gleichgewicht, die sogenannte „Dominante Strategie".

Dominante Strategienkombination: (Gestehe , Gestehe)

A ist hierbei wie folgt zu verstehen: Unter Annahme, dass Spieler B *Gesteht*, welche Strategie wäre für Spieler A die Vorteilhafteste? Da $\$^A\left(s^{A\dagger} = \text{Gestehe}, s^B = \text{Gestehe}\right) = -7 \;\geq\; \$^A\left(s^A = \text{Gestehe nicht}, s^B = \text{Gestehe}\right) = -9$ ist es für Spieler A das beste auch zu Gestehen (der linke rote Pfeil veranschaulicht dies). Dagegen, unter Annahme das Spieler B *nicht Gesteht*, wäre es das Beste für Spieler A zu Gestehen, da $\$^A\left(s^{A\dagger} = \text{Gestehe}, s^B = \text{Gestehe nicht}\right) = -1 \;\geq\; \$^A\left(s^A = \text{Gestehe nicht}, s^B = \text{Gestehe nicht}\right)$ (der rechte rote Pfeil veranschaulicht diese Situation). In gleicher Weise kann man sich die besten Antworten aus der Sicht von Spieler B überlegen (blaue Pfeile). Zusammenfassend erkennt man das im *Gefangenendilemma* beide Spieler zur Strategie *Gestehe* gezogen werden und somit eine *dominante Strategienkombination* bei $s^\dagger = \left(s^{A\dagger}, s^{B\dagger}\right) = (\text{Gestehe}, \text{Gestehe})$ auftritt welche auch das einzige Nash-Gleichgewicht des Spiels darstellt; $s^\dagger = s^*$.

Beispiel: Hirschjagt Spiel

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)

Zwei symmetrische Nash-Gleichgewichte.
Strategienkombinationen:
(Hasen jagen , Hasen jagen)
(Hirsch jagen , Hirsch jagen)

Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht die Auszahlungstabelle und zeigt mittels der *Bestantwort-Pfeile*, dass es in diesem Spiel keine dominante Strategie gibt, sondern zwei symmetrische Nash-Gleichgewicht bei den Strategienkombinationen $s^* = (\text{Hasen jagen}, \text{Hasen jagen})$ und $s^* = (\text{Hirsch jagen}, \text{Hirsch jagen})$. Z.B. ist $s^* = (\text{Hasen jagen}, \text{Hasen jagen})$ ein Nash-Gleichgewicht, da

$$\$^A\left(s^{A*} = \text{Hasen jagen}, s^B = \text{Hasen jagen}\right) = 2 \;\geq\; \$^A\left(s^A = \text{Hirsch jagen}, s^B = \text{Hasen jagen}\right) = 0 \text{ und}$$

$$\$^B\left(s^A = \text{Hasen jagen}, s^{B*} = \text{Hasen jagen}\right) = 2 \;\geq\; \$^B\left(s^A = \text{Hasen jagen}, s^B = \text{Hirsch jagen}\right) = 0.$$

Spieltheorie in der Politik und Wirtschaft

München 17°

Süddeutsche Zeitung

SZ.de Zeitung Magazin

Shop Jobs Immobilien Anzeigen

Login Abo

Politik Wirtschaft Panorama Sport München Bayern Kultur Gesellschaft Wissen Digital Karriere Reise Auto Stil mehr...

4. Mai 2018, 18:48 Uhr Spieltheorie

So verstehen Sie Donald Trump

Drohen, beschwichtigen, twittern. Der Präsident sieht Handel nicht als Veranstaltung zum gegenseitigen Nutzen, sondern als Nullsummenspiel - was des einen Gewinn, ist des anderen Verlust. (Foto: AFP)

Für den US-Präsidenten ist derjenige, der zuerst nachgibt, ein Feigling. Die Spieltheorie kann helfen, diese Haltung endlich zu entschlüsseln. Doch selbst dann muss die EU mitspielen.

Essay von Nikolaus Piper

https://www.sueddeutsche.de/wirtschaft/essay-wer-als-erster-nachgibt-1.3967244

ZDF Rubriken A-Z Live-TV Sendung verpasst Suche Mein ZDF

zdf.de > Kultur > Kulturzeit > Der Spieler - Trump & die Spieltheorie

KULTURZEIT Der Spieler - Trump & die Spieltheorie

Kultur | Kulturzeit

Der Spieler - Trump & die Spieltheorie

Mieteinander oder gegeneinander? Seit 1944 analysiert die Spieltheorie Muster im Spielerverhalten. Wie spielt der US-Präsident?

2 min | 11.06.2018

Video verfügbar bis 12.06.2023, 01:01

https://www.zdf.de/kultur/kulturzeit/der-spieler---trump--die-spieltheorie-100.html

Das Dilemma des Wettrüstens

Zwei Länder stehen vor der Entscheidung die Streitkräfte ihres Landes militärisch, atomar aufzurüsten oder atomar abzurüsten.

Erprobt wurde die Spieltheorie im Kalten Krieg, als sich die Vereinigten Staaten und die Sowjetunion gegenseitig mit nuklearer Vernichtung bedrohten. Damals war "The Strategy of Conflict", das Hauptwerk des amerikanischen Spieltheoretikers Thomas Schelling von 1960, eines der einflussreichsten Bücher. Ob Schelling wirklich dazu beigetragen hat, dass die Kubakrise im Oktober 1962 nicht im atomaren Inferno endete, ist offen. Auf jeden Fall half er, den Kalten Krieg durch ein Stück Rationalität zu entschärfen. Schelling erhielt 2005 den Wirtschaftsnobelpreis.

https://www.sueddeutsche.de/wirtschaft/essay-wer-als-erster-nachgibt-1.3967244

München 17°

Shop Jobs Immobilien Anzeigen

Login Abo

Süddeutsche Zeitung

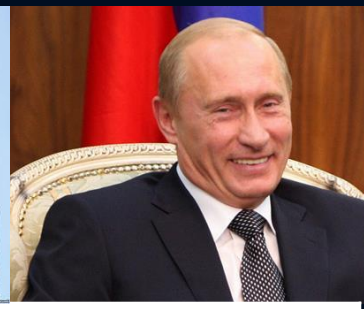
SZ.de Zeitung Magazin

Politik Wirtschaft Panorama Sport München Bayern Kultur Gesellschaft Wissen Digital Karriere Reise Auto Stil mehr...

Das Dilemma des Wettrüstens

- Zwei Länder stehen vor der Entscheidung die Streitkräfte ihres Landes militärisch, atomar aufzurüsten oder atomar abzurüsten.

1. Definieren Sie das Spiel.
2. Beschreiben Sie eine mögliche Situation der Länder und definieren Sie die dem Spiel zugrundeliegende Auszahlungsmatrix.
3. Berechnen Sie die Nash-Gleichgewichte des Spiels. Gibt es eine dominante Strategie?

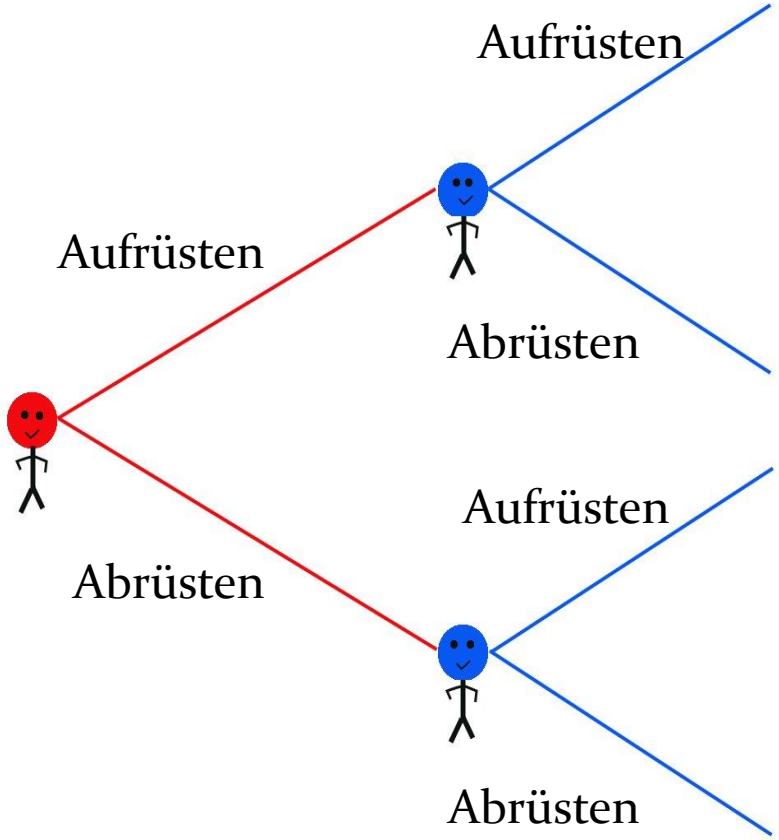



Russland USA	Aufrüsten	Abrüsten
Aufrüsten	(?? , ??)	(?? , ??)
Abrüsten	(?? , ??)	(?? , ??)

Dilemma des Wettrüstens

(1. Mögliche Definition des Spiels)

	$s_1^2 \hat{=} Auf$	$s_1^2 \hat{=} Ab$
$s_1^1 \hat{=} Auf$	(a , a)	(b , c)
$s_2^1 \hat{=} Ab$	(c , b)	(d , d)



$(2-\textit{Länder})-(2-\textit{Strategien})-\textit{Spiel}\quad \Gamma:$

$\Gamma := (A, (S^1, S^2), (\$^1, \$^2))$

Menge der Spieler (Länder):

$A = \{1,2\} = \{\text{Land}\,1, \text{Land}\,2\}$

Strategienmenge des 1-ten Spielers (Land 1):

$S^1 = \{s_1^1, s_2^1\} = \{\text{Aufrüsten}, \text{Abrüsten}\}$

Strategienmenge des 2-ten Spielers (Land 2):

$S^2 = \{s_1^2, s_2^2\} = \{\text{Aufrüsten}, \text{Abrüsten}\}$

Auszahlungsfunktion des 1. und 2. Spielers:

$\$^1 : S^1 \times S^2 \to \Re \quad \text{und} \quad \$^2 : S^1 \times S^2 \to \Re$

$\$^1(\text{Auf}, \text{Auf}) = a \quad , \quad \$^2(\text{Auf}, \text{Auf}) = a$

$\$^1(\text{Auf}, \text{Ab}) = b \quad , \quad \$^2(\text{Auf}, \text{Ab}) = c$

$\$^1(\text{Ab}, \text{Auf}) = c \quad , \quad \$^2(\text{Ab}, \text{Auf}) = b$

$\$^1(\text{Ab}, \text{Ab}) = d \quad , \quad \$^2(\text{Ab}, \text{Ab}) = d$

Dilemma des Wettrüstens

(2. Eigenschaften der Auszahlungsmatrix (I))

	$s_1^2 \hat{=} Auf$	$s_1^2 \hat{=} Ab$
$s_1^1 \hat{=} Auf$	(a , a)	(b , c)
$s_2^1 \hat{=} Ab$	(c , b)	(d , d)

- Das zunächst allgemein definierte symmetrische (2x2)-Spiel des Wettrüstens zweier Länder wird nun durch Festlegung der freien Parameter (a,b,c und d) an eine spezifische Ausgangssituation angepasst:
  - Betrachtet man den Nutzen für die Länder bei gemeinsamen Aufrüsten (Auf,Auf) und gemeinsamen Abrüsten (Ab,Ab), so nehmen wir im Folgenden an, dass es sowohl finanziell, als auch für das „Wohlbefinden“ der einzelnen Länder von Vorteil ist Strategie (Ab,Ab) zu wählen. $\Rightarrow$ $a<d$

Dilemma des Wettrüstens

(2. Eigenschaften der Auszahlungsmatrix (II))

	$s_1^2 \hat{=} Auf$	$s_1^2 \hat{=} Ab$
$s_1^1 \hat{=} Auf$	(a , a)	(b , c)
$s_2^1 \hat{=} Ab$	(c , b)	(d , d)

- Betrachtet man den Nutzen für die Länder wenn *Land 1* aufrüstet und *Land 2* abrüstet (Auf,Ab), und setzt voraus, dass beide Länder sich ernsthaft voneinander bedroht fühlen, so würde Land 1 diese Strategienkombination sehr positiv bewerten, Land 2 dagegen äußerst negativ.

$\Rightarrow$ $b \gg c$ und $b > d$ und $c < a$

Dilemma des Wettrüstens

(2. Eigenschaften der Auszahlungsmatrix (III))

	$s_1^2 \hat{=} Auf$	$s_1^2 \hat{=} Ab$
$s_1^1 \hat{=} Auf$	(a , a)	(b , c)
$s_2^1 \hat{=} Ab$	(c , b)	(d , d)

- Wir legen die Parameter des Spiels wie folgt fest:

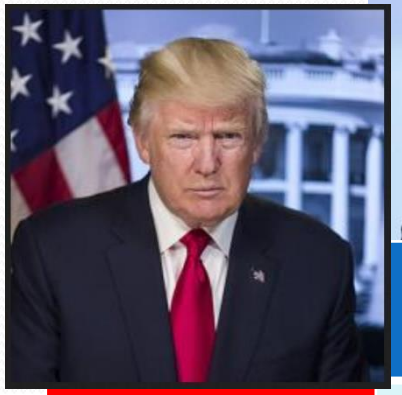
	Aufrüsten	Abrüsten
Aufrüsten	(1 , 1)	(4 , 0)
Abrüsten	(0 , 4)	(2 , 2)

Siehe: *Schlee, Walter* **Einführung in die Spieltheorie**, Vieweg, 2004

Dilemma des Wettrüstens

(3. Dominante Strategien und Nash-Gleichgewichte)

2. Es gibt nur ein Nash-Gleichgewicht, das gleichzeitig die dominante Strategie des Spiels ist:



	Aufrüsten	Abrüsten
Aufrüsten	(1 , 1)	(4 , 0)
Abrüsten	(0 , 4)	(2 , 2)

(Aufrüsten , Aufrüsten) ist die dominante Strategie des Spiels.

Wie kann die Welt diesem Dilemma entkommen?

In der Quantenspieltheorie kann man mittels einer möglichen Verschränkung der Quanten-Entscheidungszustände der Spieler dem Dilemma entkommen (siehe Teil 3). Dieser auf Vertrauen basierende Zustand wurde nach der Zeit des kalten Krieges realisiert, droht nun jedoch instabil zu werden.

Gemischte Strategien

Die Menge der gemischten Strategien der Spieler $\tilde{\mathcal{S}} = \tilde{\mathcal{S}}^1 \times \tilde{\mathcal{S}}^2 \times \ldots \times \tilde{\mathcal{S}}^N$ setzt sich aus den einzelnen Mengen der gemischten Strategien der Spieler zusammen. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers $\mu \in \mathcal{I}$ ($\tilde{\mathcal{S}}^\mu$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu$ verstanden werden, wobei die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien des Spielers μ aus m_μ reellwertigen Zahlen bestehen, die folgenden Normalisierungsbedingungen unterliegen:

$$\tilde{\mathcal{S}}^\mu = \left\{ (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu, \ldots, \tilde{s}_{m_\mu}^\mu) \mid \sum_{i=1}^{m_\mu} \tilde{s}_i^\mu = 1, \tilde{s}_i^\mu \geq 0, i = 1, 2, \ldots, m_\mu \right\}$$

Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien

Die einzelnen Werte $\tilde{s}_i^\mu$ können als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie i interpretiert werden. Unter Verwendung der gemischten Strategien lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

$$\tilde{\$} = \left(\tilde{\$}^1, \tilde{\$}^2, \ldots, \tilde{\$}^N\right) : \tilde{\mathcal{S}} \to \mathbb{R}^N, \text{ wobei } \quad \tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^1, \tilde{s}^2, \ldots, \tilde{s}^N) = \sum_{i_1=1}^{m_1} \sum_{i_2=1}^{m_2} \cdots \sum_{i_N=1}^{m_N} \$^\mu(s_{i_1}^1, s_{i_2}^2, \ldots, s_{i_N}^N) \prod_{\nu=1}^{N} \tilde{s}_{i_\nu}^\nu$$

Im folgenden wird das Konzept der gemischten Erweiterung für den Fall eines (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiels illustrieren. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers A ($\tilde{\mathcal{S}}^A$) und B ($\tilde{\mathcal{S}}^B$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien ($\mathcal{S}^A$ und $\mathcal{S}^B$) verstanden werden. Die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien eines Spielers $\mu = A, B$ ($\tilde{\mathbf{s}}^\mu = (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu) \in \mathcal{S}^\mu$) besteht aus zwei reellwertigen Zahlen ($\tilde{s}_1^\mu \in [0,1]$ und $\tilde{s}_2^\mu \in [0,1]$) und kann als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie 1 ($\tilde{s}_1^\mu$) bzw. der Strategie 2 ($\tilde{s}_2^\mu$) interpretiert werden. Desweiteren gilt die folgende Normalisierungsbedingung: $\tilde{s}_1^\mu + \tilde{s}_2^\mu = 1 \; \forall \, \mu = A, B$. Unter Verwendung der Auszahlungsmatrizen des Spielers A ($\hat{\$}^A$) und B ($\hat{\$}^B$) schreibt sich die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers $\mu = A, B$ wie folgt:

$$\tilde{\$}^\mu : \left(\tilde{\mathcal{S}}^A \times \tilde{\mathcal{S}}^B\right) \to \mathbb{R}$$

$$\tilde{\$}^\mu((\tilde{s}_1^A, \tilde{s}_2^A), (\tilde{s}_1^B, \tilde{s}_2^B)) = \$_{11}^\mu \tilde{s}_1^A \tilde{s}_1^B + \$_{12}^\mu \tilde{s}_1^A \tilde{s}_2^B + \$_{21}^\mu \tilde{s}_2^A \tilde{s}_1^B + \$_{22}^\mu \tilde{s}_2^A \tilde{s}_2^B$$

Gemischte Auszahlungsfunktion im (2x2)-Spiel

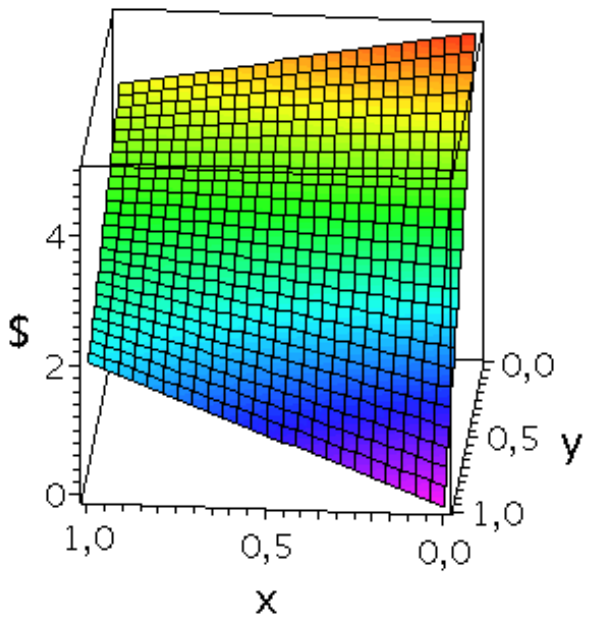
Aufgrund der Normalisierungsbedingung vereinfacht sich die gemischte Auszahlungsfunktion wie folgt:

$$\tilde{\$}^{\mu} : ([0,1] \times [0,1]) \to \mathbb{R}$$

$$\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \$^{\mu}_{11}\tilde{s}^A\tilde{s}^B + \$^{\mu}_{12}\tilde{s}^A(1-\tilde{s}^B) + \$^{\mu}_{21}(1-\tilde{s}^A)\tilde{s}^B + \$^{\mu}_{22}(1-\tilde{s}^A)(1-\tilde{s}^B)$$

$$\text{, wobei } \tilde{s}^A := \tilde{s}^A_1,\ \tilde{s}^B := \tilde{s}^B_1,\ \tilde{s}^A_2 = 1 - \tilde{s}^A_1 \text{ und } \tilde{s}^B_2 = 1 - \tilde{s}^B_1.$$

Auszahlung an Spieler A

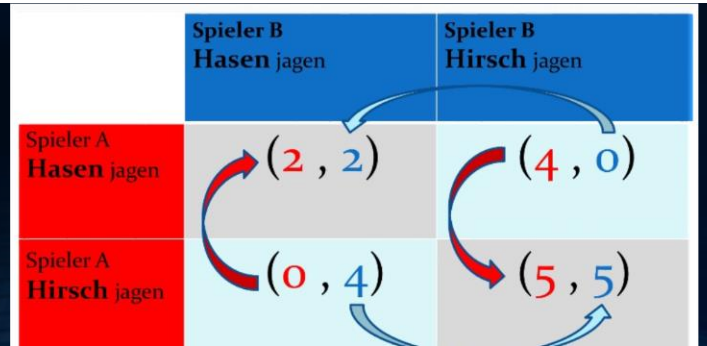


Auszahlungsfunktionen im Hirschjagt-Spiel

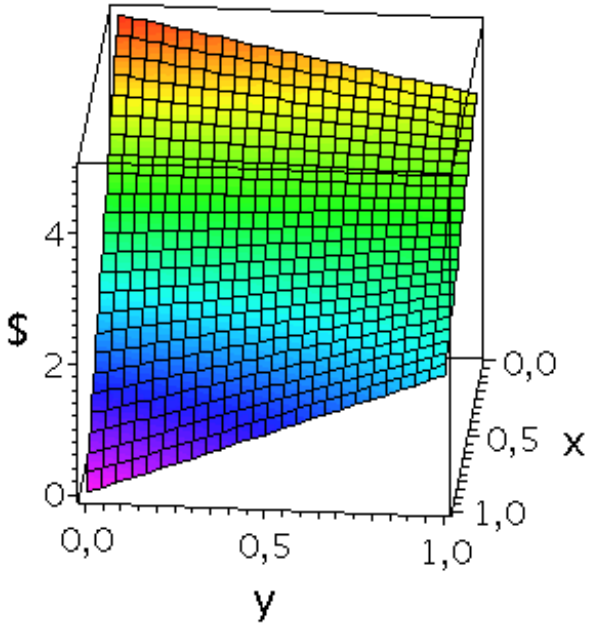
$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^{A}(x, y)$$

$$\tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^{B}(x, y)$$

$$x, y \in [0,1]$$



Auszahlung an Spieler B



Gemischte Auszahlungsfunktion im (2x2)-Spiel
Beispiel Hirschjagt-Spiel

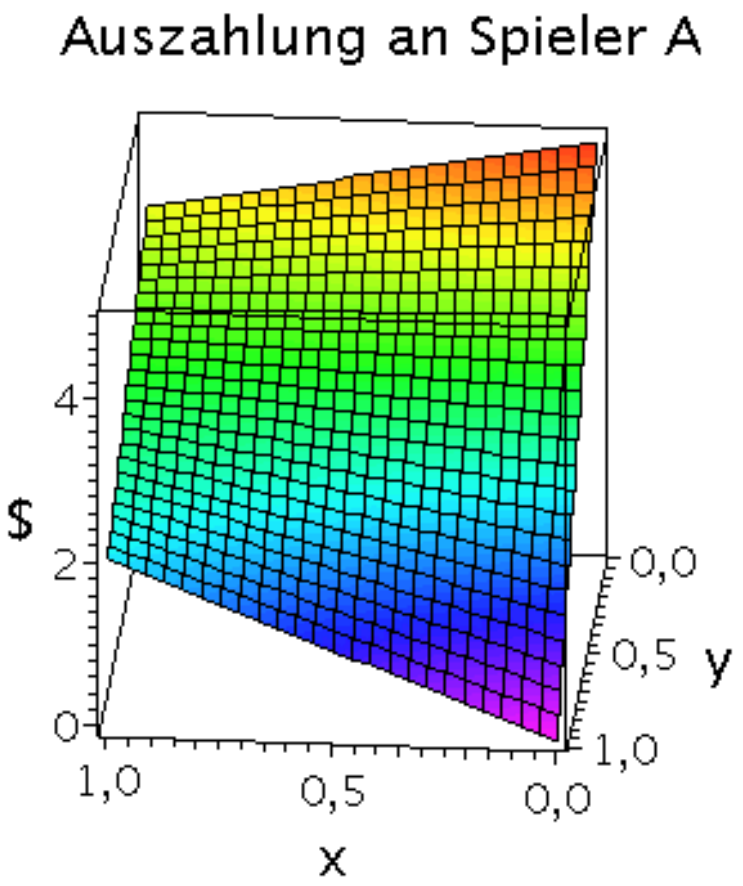
$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A},\tilde{s}^{B}) = \tilde{\$}^{A}(x,y) = \$_{11}^{A}xy + \$_{12}^{A}x(1-y) + \$_{21}^{A}(1-x)y + \$_{22}^{A}(1-x)(1-y)$$

$$= 2xy + 4x(1-y) + 0(1-x)y + 5(1-x)(1-y)$$

$$= 2xy + 4x - 4xy + 5 - 5x - 5y + 5xy$$

$$= 3xy - x - 5y + 5$$

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)



Dominante Strategien und Nash-Gleichgewicht

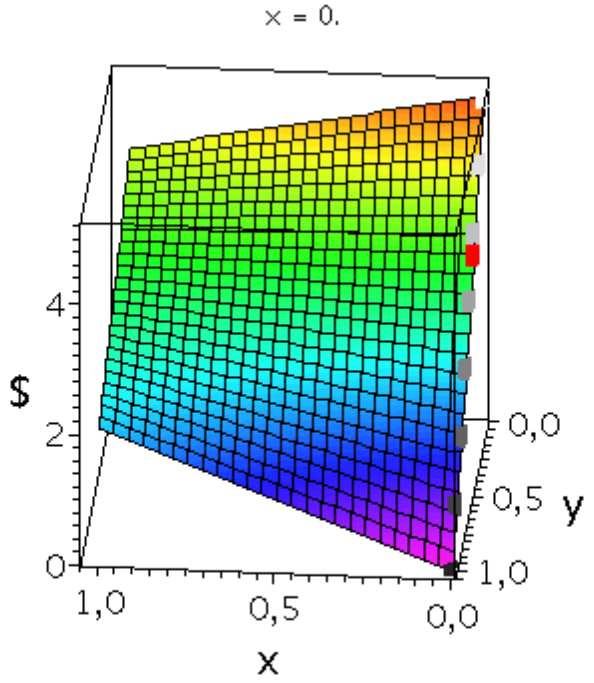
mit gemischter Auszahlungsfunktion

Eine Strategienkombination $(\tilde{s}^{A\dagger}, \tilde{s}^{B\dagger})$ ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

Gleichgewicht in dominanten Strategien:

$$\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^{A\dagger}, \tilde{s}^{B}) \;\geq\; \tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B}) \quad \forall\ \mu = A, B \text{ und } \tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B} \in [0,1]$$

Eine Strategienkombination $(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*})$ nennt man ein Nash-Gleichgewicht, falls die folgenden Bedingungen erfüllt sind:



Nash-Gleichgewicht:

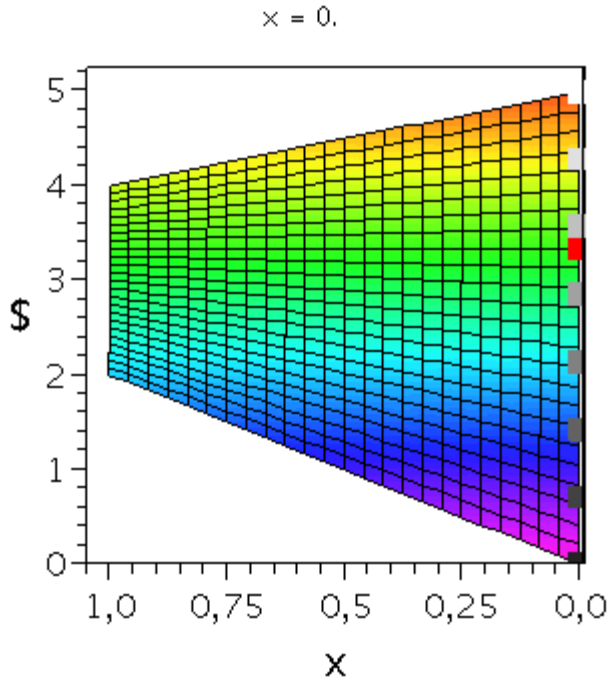
$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*}) \;\geq\; \tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B*}) \quad \forall\ \tilde{s}^{A} \in [0,1]$$

$$\tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*}) \;\geq\; \tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B}) \quad \forall\ \tilde{s}^{B} \in [0,1]$$

Auszahlungsfunktion des Spielers A im Hirschjagt-Spiel

$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B}) = \tilde{\$}^{A}(x, y)$$

$$x, y \in [0,1]$$



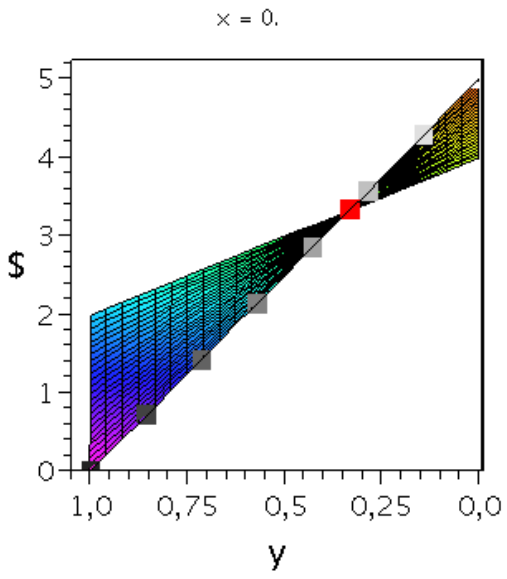
Das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien

Ein Spezialfall des Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche verschwindet. Man nennt dann ein solches Nash-Gleichgewicht $(\tilde{s}^{A\star}, \tilde{s}^{B\star})$ ein internes Nash-Gleichgewicht bzw. ein Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien.

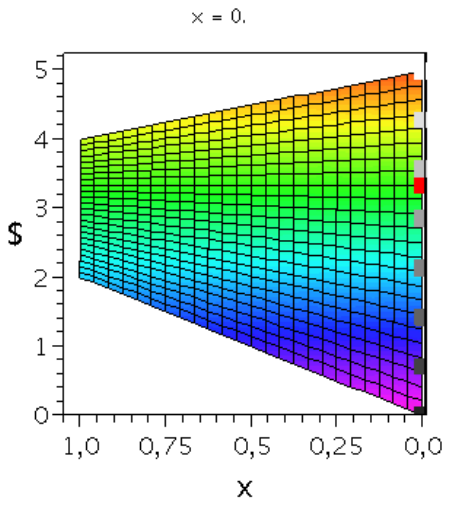
Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien:

$$\left.\frac{\partial \tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B})}{\partial \tilde{s}^{A}}\right|_{\tilde{s}^{B}=\tilde{s}^{B\star}} = 0 \quad \forall \ \tilde{s}^{A} \in [0,1] \ , \ \tilde{s}^{B\star} \in]0,1[$$

$$\left.\frac{\partial \tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B})}{\partial \tilde{s}^{B}}\right|_{\tilde{s}^{A}=\tilde{s}^{A\star}} = 0 \quad \forall \ \tilde{s}^{B} \in [0,1] \ , \ \tilde{s}^{A\star} \in]0,1[$$



Das gemischte Nash-Gleichgewicht im Hirschjagt-Spiel liegt bei der Strategien-kombination (x=1/3 , y=1/3) .

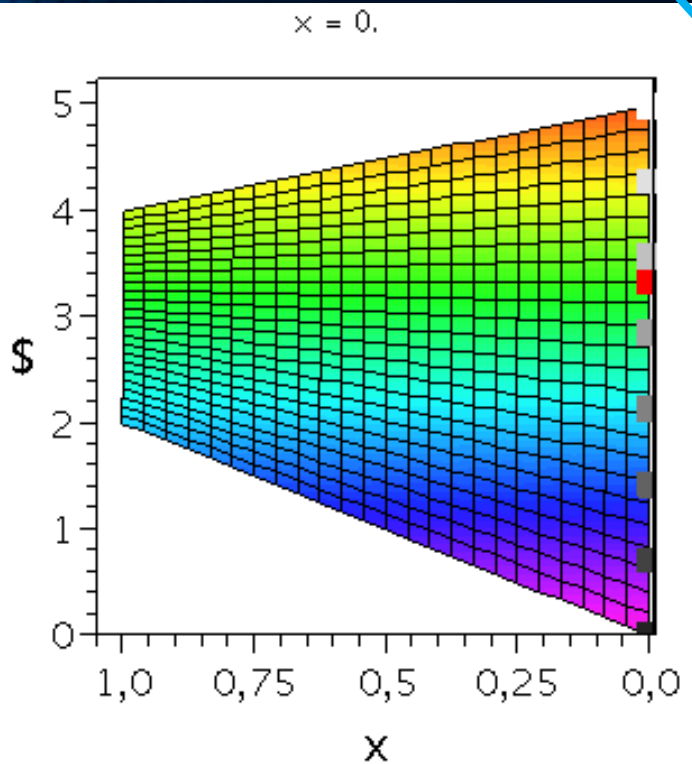


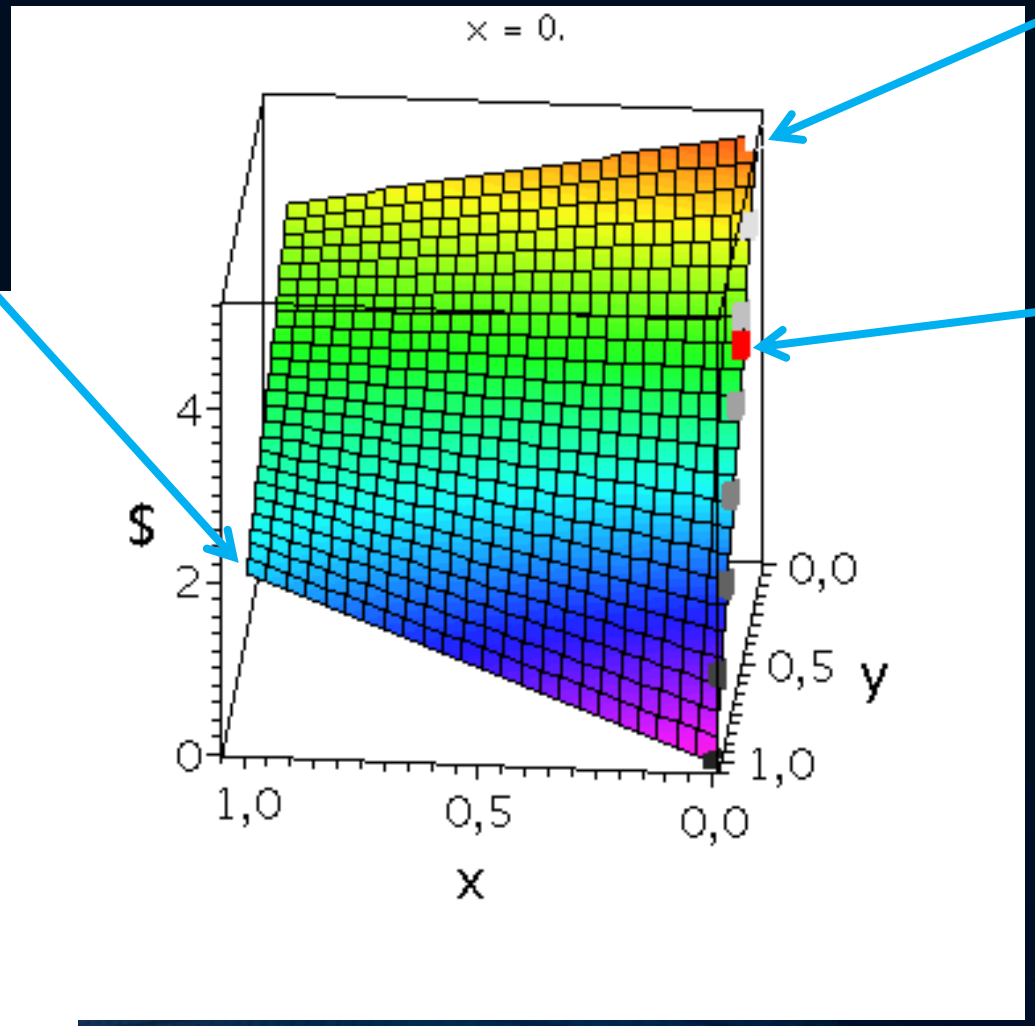
Das Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

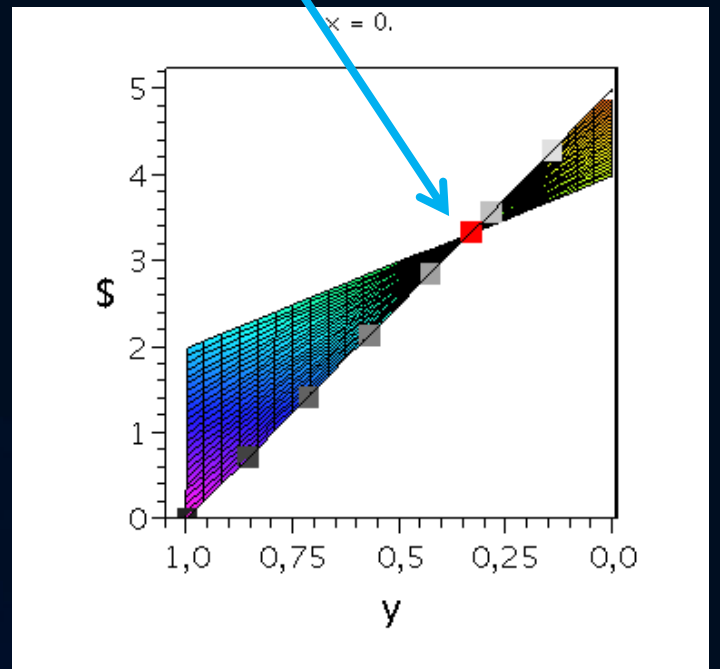
Reines Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(1,1)=
(Hasen jagen,Hasen jagen)

Reines Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(0,0)=(Hirsch jagen,Hirsch jagen)

Gemischtes
Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(1/3 , 1/3)







File Edit View Insert Format Table Drawing Plot Spreadsheet Tools Window Help

Text Math Drawing Plot Animation

Text | Lucida Bright | 24

Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer

Physics of Socio-Economic Systems with the Computer

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main (Wintersemester 2017/18)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske
Frankfurt am Main 22.08.2017

Erster Vorlesungsteil:
Dominante Strategien und Nash-Gleichgewichte
(Vorlage 1)

```
> with(LinearAlgebra):
```

Definition der Auszahlunsmatrix für Spieler A im Hirschjagt-Spiel:

```
> D_A11:=2:
  D_A12:=4:
  D_A21:=0:
  D_A22:=5:
  D_A:=Matrix(2,2,[D_A11,D_A12,D_A21,D_A22]);
```

Da sich das Spiel um ein symmetrisches (2 Personen)-(2 Strategien) Spiel handelt, erhält man die Auszahlunsmatrix für Spieler B durch die transponierte Matrix des Spielers A:

```
> D_B:=Transpose(D_A);
```

Unter Verwendung der gemischten Strategien (x,y) lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

```
> Auszahlungsfunktion_A:=(x,y)->D_A[1,1]*x*y+D_A[1,2]*x*(1-y)+D_A[2,1]*(1-x)*y+D_A[2,2]*(1-x)*(1-y);
  Auszahlungsfunktion_B:=(x,y)->D_B[1,1]*x*y+D_B[1,2]*x*(1-y)+D_B[2,1]*(1-x)*y+D_B[2,2]*(1-x)*(1-y);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers A besitzt im oben definierten Hirschjagt-Spiel das folgende Aussehen:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers B sieht wie folgt aus:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_B(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Der Spezialfall des gemischten Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche verschwindet, also

```
> EqGemNashy:=diff(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x)=0;
  EqGemNashx:=diff(Auszahlungsfunktion_B(x,y),y)=0;
```

Das Hirschjagt-Spiel hat somit ein gemischtes Nash-Gleichgewicht bei den folgenden Werten der gemischten Strategien:

```
> GemNashyy:=solve(EqGemNashy,y);
  GemNashx:=solve(EqGemNashx,x);
>
```

Erster Vorlesungsteil:
Dominante Strategien und Nash-Glei
(Vorlage 1)

```
> with(LinearAlgebra):
```

Definition der Auszahlunsmatrix für Spieler A im Hirschjagt-Spiel:

```
> D_A11:=2:
  D_A12:=4:
  D_A21:=0:
  D_A22:=5:
  D_A:=Matrix(2,2,[D_A11,D_A12,D_A21,D_A22]);
```

Da sich das Spiel um ein symmetrisches (2 Personen)-(2 Strategien) Spiel handelt, erhält man die Auszahlunsmatrix für Spieler B du

```
> D_B:=Transpose(D_A);
```

Unter Verwendung der gemischten Strategien (x,y) lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

```
> Auszahlungsfunktion_A:=(x,y)->D_A[1,1]*x*y+D_A[1,2]*x*(1-y)+D_A[2,1]*(1-x)*y+D_A[2,2]*(1-x)*(1-y);
  Auszahlungsfunktion_B:=(x,y)->D_B[1,1]*x*y+D_B[1,2]*x*(1-y)+D_B[2,1]*(1-x)*y+D_B[2,2]*(1-x)*(1-y);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers A besitzt im oben definierten Hirschjagt-Spiel das folgende Aussehen:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers B sieht wie folgt aus:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_B(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Der Spezialfall des gemischten Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche versch

```
> EqGemNashy:=diff(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x)=0;
  EqGemNashx:=diff(Auszahlungsfunktion_B(x,y),y)=0;
```

Das Hirschjagt-Spiel hat somit ein gemischtes Nash-Gleichgewicht bei den folgenden Werten der gemischten Strategien:

```
> GemNashyy:=solve(EqGemNashy,y);
  GemNashx:=solve(EqGemNashx,x);
>
```

Wir spielen ein Spiel

Sie (Spieler A) und ihr Nebenmann/frau (Spieler B) spielen ein simultanes (2x2)-Spiel mit symmetrischer Auszahlungsmatrix (siehe Tabelle unten). Nehmen Sie an, dass die Auszahlungswerte in der Tabelle in Einheiten von Euro angegeben sind.

Schauen Sie in Richtung der Tafel, positionieren Sie ihre Hände als „Scheuklappen" an ihre Schläfen (ihr Nebenmann/frau und die anderen Studenten dürfen ihre Entscheidung nicht sehen!).

Wenn der Spielleiter "Und jetzt bitte entscheiden." sagt, dann treffen Sie ihre Entscheidung und lassen entweder ihre Augen offen (Strategie 1) oder machen ihre beiden Augen zu (Strategie 2). Sie bleiben solange in diesem Zustand bis der Spielleiter "Fertig" sagt.

Schreiben Sie ihre Entscheidung auf einen Zettel ("auf" oder "zu") und zeigen diesen ihrem Spielpartner. Bitte versuchen Sie hierbei so still wie möglich zu sein und vermeiden Sie ebenfalls Gestiken/Mimiken die ihre Freude/Trauer über den Ausgang des Spiels zum Ausdruck bringen könnten.

Notieren Sie die Entscheidung ihres Spielpartners und ihren erzielten Euro-Betrag neben ihrer Entscheidung auf ihren Zettel.

Suchen Sie sich einen neuen Spielpartner und das nächste Spiel beginnt.

Spieler B Spieler A	Strategie 1 Augen auf	Strategie 2 Augen zu
Strategie 1 Augen auf	(0 , 0)	(2 , -1)
Strategie 2 Augen zu	(-1 , 2)	(1 , 1)

Wo liegen die Nash-Gleichgewichte?

Spieler B Spieler A	Strategie 1 Augen auf	Strategie 2 Augen zu
Strategie 1 Augen auf	(0 , 0)	(2 , -1)
Strategie 2 Augen zu	(-1 , 2)	(1 , 1)

Wo liegen die Nash-Gleichgewichte?

Spieler B Spieler A	Strategie 1 Augen auf	Strategie 2 Augen zu
Strategie 1 Augen auf	(2 , 2)	(4 , 0)
Strategie 2 Augen zu	(0 , 4)	(5 , 5)

E-Learning

Zusatzmaterial auf der Online-Lernplatform Lon Capa

Zusäzlich zu den Informationen aus dieser Internetseite wurde ein separater Kurs auf der Online-Lernplatform Lon Capa eerstellt. Er beinhaltet neben den hier dargestellten Informationen zusäzliche Erläuterungen, diverse interaktive Übungsaufgaben, Feedbackmöglichkeiten und Probeklausuren. Falls Sie schon einen Lon Capa Account besitzen können Sie sich einfach mit diesem unter dem unten angegebenen Link einloggen. Falls Sie Student der Universiät Frankfurt sind, können Sie sich mit Ihrem HRZ-Account einloggen. Anderenfalls kontaktieren Sie bitte per E-Mail und ich werde für Sie einen Account für die Lernplatform erstellen.

Hier gehts zu Lon Capa

Aufgabe:
Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien

Betrachten Sie ein simultanes (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiel in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungmatrix. Die Menge der Spieler sei $\mathcal{I} = \{A, B\}$, die Menge der reinen Strategien sei $\mathcal{S}^A = \mathcal{S}^B = \{s_1, s_2\}$ und die Präferenzordnungen der Spieler sei durch folgende Auszahlungstabelle quantifiziert:

A/B	s_1	s_2
s_1	(130 , 130)	(11 , 122)
s_2	(122 , 11)	(143 , 143)

Welche der folgenden Strategienkombinationen sind reine Nash-Gleichgewichte des Spiels?

Select all that are **True**.

- (s_1 , s_1) ist ein Nash-Gleichgewicht
- (s_1 , s_2) ist ein Nash-Gleichgewicht
- (s_2 , s_1) ist ein Nash-Gleichgewicht
- (s_2 , s_2) ist ein Nash-Gleichgewicht

Submit Answer Tries 0/5

Aufgabe: Gemischtes Nash-Gleichgewicht

Betrachten Sie die gemischte Erweiterung eines simultanen (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiels in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungmatrix. Die Menge der Spieler sei $\mathcal{I} = \{A, B\}$, die Menge der reinen Strategien sei $\mathcal{S}^A = \mathcal{S}^B = \{s_1, s_2\}$ und die Präferenzordnungen der Spieler sei durch die unten stehende Auszahlungstabelle quantifiziert. Die reinen Strategien entsprechen den folgenden gemischten Strategien: $s_1 \hat{=} \tilde{s}^B = \tilde{s}^B = 1$ und $s_2 \hat{=} \tilde{s}^A = \tilde{s}^B = 0$.

A/B	s_1	s_2
s_1	(392 , 392)	(21 , 20)
s_2	(20 , 21)	(303 , 303)

Bei welcher gemischten Strategienkombination $(\tilde{s}^{A\star}, \tilde{s}^{B\star})$ befindet sich das gemischte Nash-Gleichgewicht?

$\tilde{s}^{A\star} = \tilde{s}^{B\star} =$ _____ (bitte geben Sie den nummerischen Wert auf mindestens 3 Nachkommastellen an; z.B. 0.111)

Submit Answer Tries 0/5