Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
25.10.2019

MATTHIAS HANAUSKE

FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY

2. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
  PC-Pool Raum 01.120, immer freitags von 15.15 bis 16.45 Uhr
- Vorlesungs-Materialien:
  http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPSOC/
- Aufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
  http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/
- Plan für die heutige Vorlesung:
  Motivation, Kurzer Überblick der Inhalte der Vorlesung, Vergabe der Login-Accounts für den PC-Pool, Einführung in die Spieltheorie, Definition eines Spiels, Strategienmenge der Spieler, Präferenzordnung und Auszahlungsfunktion, Nash-Gleichgewichte, Übungsaufgabe auf der Lon Capa Lernplattform

Teil I.1.1 Definition eines Spiels
https://fias.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPSOC/T1/I-1-1.html

I.1.1 Definition eines Spiels

Die formale mathematische Definition eines *Simultanen (N Spieler)-(m Strategien) Spiels in strategischer Form mit Auszahlung* (siehe z.B. [2,3]) benötigt lediglich die Angabe dreier Größen: Die Menge $\mathcal{I}$ der Spieler, die Menge (der Raum) $\mathcal{S}$ der Strategien der Spieler und ihre Auszahlungsfunktion (Präferenzordnungen) \$.

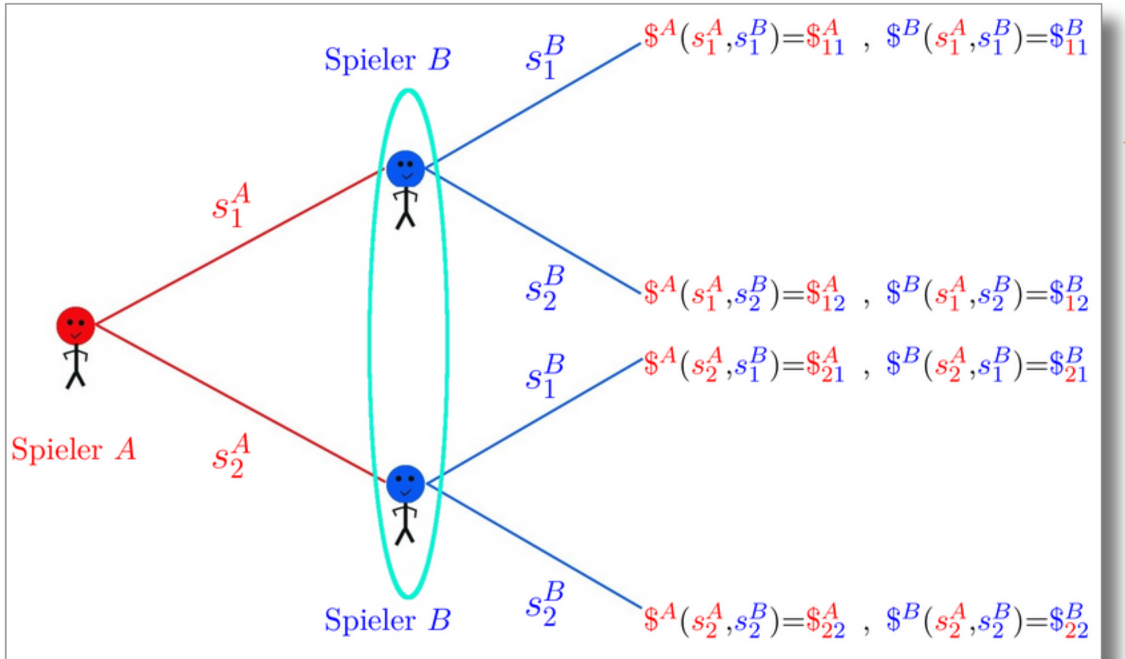
Ein Spiel $\Gamma := (\mathcal{I}, \mathcal{S}, \$)$ in strategischer Form mit Auszahlung ist hinreichend definiert, wenn die folgenden drei Größen bekannt sind:

- Menge der Spieler: $\mathcal{I} = \{1, 2, \ldots, N\}$
  Die Menge der Spieler $\mathcal{I}$ kann unter Umständen aus unterschiedlichen Teilmengen bestehen, die ihrerseits unterschiedliche Strategiemengen $\mathcal{S}$ besitzen. In sozio-ökonomischen Netzwerken stellen die Spieler die jeweiligen Knoten des Netzwerkes dar (näheres siehe Teil II).
- Menge der reinen Strategien der Spieler: $\mathcal{S} = \mathcal{S}^1 \times \mathcal{S}^2 \times \ldots \times \mathcal{S}^N$
  Jeder Spieler $\mu \in \mathcal{I}$ besitzt eine eigene Menge an reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu = \left\{s_1^\mu, s_2^\mu, \ldots, s_{m_\mu}^\mu\right\}$, wobei jede dieser m_μ Strategien eine für ihn mögliche Entscheidung darstellt.
- Präferenzordnungen der Spieler, quantifiziert durch eine vektorwertige Auszahlungsfunktion:
  $\$ = \left(\$^1, \$^2, \ldots, \$^N\right) : \mathcal{S} \to \mathbb{R}^N$
  Nachdem jeder Spieler (ohne die Entscheidung seiner Mitspieler zu kennen) eine Strategie aus seiner Strategienmenge $\mathcal{S}^\mu$ ausgewählt hat, beurteilt er die entstehende Strategienkombination $\mathcal{S}$ entsprechend seiner Präferenzordnung (Auszahlungsfunktion) $\$^\mu$.

Um diese formale Definition im einzelnen zu erklären, beschränken sich die folgenden Darlegungen auf den einfachsten Fall des simultanen

DEU 13:52 19.10.2017

Teil I.1.1 Definition eines Spiels
https://fias.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPSOC/T1/I-1-1.html



Spielbaum eines (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels mit den Auszahlungsfunktionen für Spieler A ($\$^A$) und Spieler B ($\$^B$).

Die nebenstehende Abbildung stellt den Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels dar. Beide Spieler (Spieler A und Spieler B) treffen die Entscheidung, welche der beiden reinen Strategien (s_1 und s_2) sie auszuwählen gedenken, zur gleichen Zeit, d.h. beim Zeitpunkt der Entscheidung wissen beide Spieler nicht, welche der Strategien der andere Spieler auswählt. $\$^\mu$ (mit $\mu = A,\ B$) bezeichnet die Auszahlung, welche den Spielern nach Bekanntgabe ihrer Entscheidung ausgezahlt wird. Die Auszahlungen der vier möglichen Strategienkombinationen werden im folgenden durch die Auszahlungsmatrizen $\hat{\$}^\mu$ angegeben. Die oben angegebene Definition vereinfacht sich in einem solchen (2×2) Spiel somit wie folgt:

(2×2) Spiel:

$$\Gamma := \left(\{A, B\}\, , \mathcal{S}^A \times \mathcal{S}^B, (\hat{\$}^A, \hat{\$}^B) \right)$$

Menge der reinen Strategien des Spielers A und B:

$$\mathcal{S}^A = \{s_1^A, s_2^A\} \;,\; \mathcal{S}^B = \{s_1^B, s_2^B\}$$

Auszahlungsmatrix der Spieler A und B:

$$\hat{\$}^A = \begin{pmatrix} \$_{11}^A & \$_{12}^A \\ \$_{21}^A & \$_{22}^A \end{pmatrix} \;,\; \hat{\$}^B = \begin{pmatrix} \$_{11}^B & \$_{12}^B \\ \$_{21}^B & \$_{22}^B \end{pmatrix}$$

Die nebenstehende Abbildung zeigt den Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels. Die ovale, türkisene Linie visualisiert den simultanen Charakter des Spiels; ohne diese, wäre der Spielablauf ein sequentieller und Spieler B wüste schon wie sich Spieler A entschieden hätte, bevor er seine Entscheidung trifft. Die vier möglichen Ausgänge des Spiels sind mit unterschiedlichen

Symmetriebedingung der Auszahlungsmatrizen

	Spieler B wählt Strategie 1	**Spieler B wählt Strategie 2**
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$^A_{11}, \$^B_{11})$	$(\$^A_{12}, \$^B_{12})$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$^A_{21}, \$^B_{21})$	$(\$^A_{22}, \$^B_{22})$

Auszahlungsmatrix des zweiten Spielers:

$$\hat{\$}^B = \begin{pmatrix} \$^B_{11} & \$^B_{12} \\ \$^B_{21} & \$^B_{22} \end{pmatrix}$$

Auszahlungsmatrix des ersten Spielers:

$$\hat{\$}^A = \begin{pmatrix} \$^A_{11} & \$^A_{12} \\ \$^A_{21} & \$^A_{22} \end{pmatrix}$$

Symmetriebedingung:

$$\left(\hat{\$}^B\right)^T = \begin{pmatrix} \$^B_{11} & \$^B_{21} \\ \$^B_{12} & \$^B_{22} \end{pmatrix} \overset{!}{=} \begin{pmatrix} \$^A_{11} & \$^A_{12} \\ \$^A_{21} & \$^A_{22} \end{pmatrix} = \hat{\$}^A$$

Transponierte Matrix

Allgemeines (2x2)-Spiel

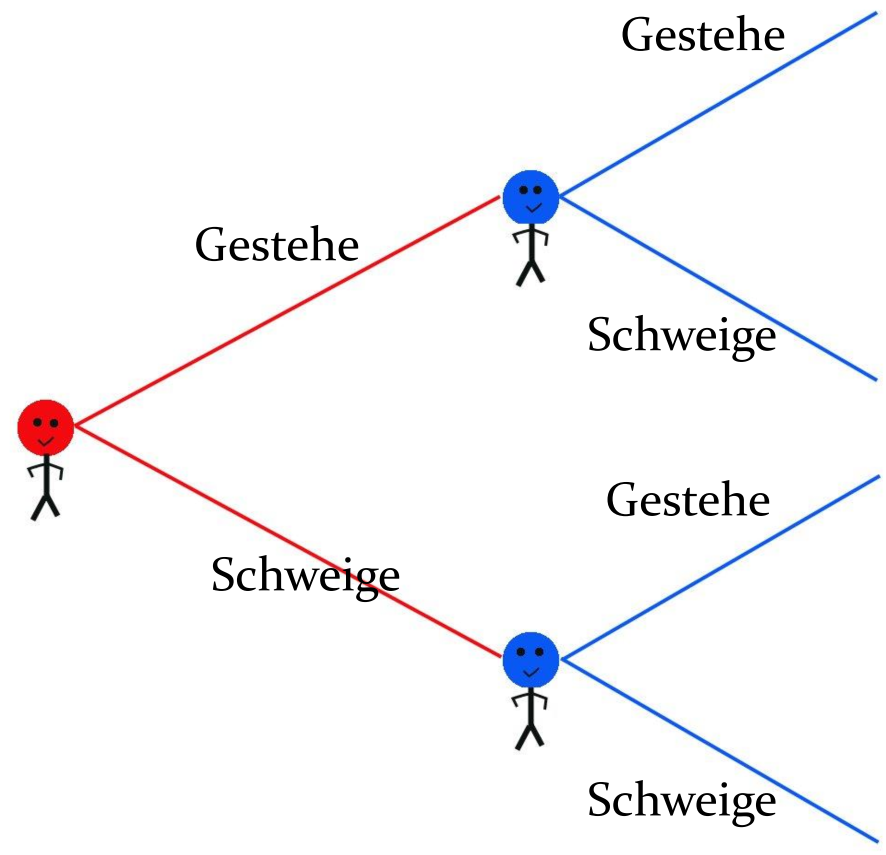
	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$^A_{11}, \$^B_{11})$	$(\$^A_{12}, \$^B_{12})$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$^A_{21}, \$^B_{21})$	$(\$^A_{22}, \$^B_{22})$

Symmetrisches (2x2)-Spiel

	Spieler B Strategie 1 y=1	Spieler B Strategie 1 y=0
Spieler A Strategie 1 x=1	(a , a)	(b , c)
Spieler A Strategie 2 x=0	(c , b)	(d , d)

Das Gefangenendilemma

	G	S
G	(-7 , -7)	(-1 , -9)
S	(-9 , -1)	(-3 , -3)



Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Beispiel: Gefangenendilemma

(Symmetrisches (2x2)-Spiel)

	Ge	**Sc**
Ge	(-7 , -7)	(-1 , -9)
Sc	(-9 , -1)	(-3 , -3)

Auszahlungsmatrix des zweiten Spielers:

$$\hat{\$}^{B} = \begin{pmatrix} -7 & -9 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$$

Auszahlungsmatrix des ersten Spielers:

$$\hat{\$}^{A} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -9 & -3 \end{pmatrix}$$

Symmetriebedingung stimmt:

$$\left(\hat{\$}^{B}\right)^{T} = \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -9 & -3 \end{pmatrix} \stackrel{!}{=} \begin{pmatrix} -7 & -1 \\ -9 & -3 \end{pmatrix} = \hat{\$}^{A}$$

$\Rightarrow$ symmetrisches Spiel

Das Nash-Gleichgewicht

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

Es gibt ein Nash-Gleichgewicht
in diesem Spiel:

Strategienkombination:
(Aa , Hh)=(Augen auf , Hand hoch)

	$s_1^2 \widehat{=} Hh$	$s_1^2 \widehat{=} Hr$
$s_1^1 \widehat{=} Aa$	$(10\ ,\ 10)$	$(0\ ,\ 0)$
$s_2^1 \widehat{=} Az$	$(0\ ,\ 0)$	$(0\ ,\ 0)$

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	(-7 , -7)	(-1 , -9)
Spieler A Gestehe nicht	(-9 , -1)	(-3 , -3)

Die Strategien-Kombination (Gestehe,Gestehe) ist das einzige Nash-Gleichgewicht des Spiels – die sogenannte dominante Strategie

Definition: Dominante Strategie

Im Folgenden werden zwei fundamentale Gleichgewichtskonzepte der Spieltheorie vorgestellt. Wir beschränken uns wieder auf ein *Simultanes (N Spieler)-(m Strategien) Spiel in strategischer Form mit Auszahlung*. Eine Strategienkombination aller Spieler $\boldsymbol{s} = \left(s^1, s^2, .., s^N\right) \in \mathcal{S}$ setzt sich aus der gewählten Strategie des μ-ten Spielers $s^\mu \in \mathcal{S}^\mu$ und der Strategienkombination aller Spieler mit Ausnahme des μ-ten Spielers $\boldsymbol{s}^{-\mu} := \left(s^1, s^2, .., s^{\mu-1}, s^{\mu+1}, .., s^N\right) \in \mathcal{S}^{-\mu}$ zusammen; also $\boldsymbol{s} = \left(s^\mu, \boldsymbol{s}^{-\mu}\right) \in \mathcal{S} = \mathcal{S}^\mu \times \mathcal{S}^{-\mu}$.

Eine Strategienkombination $\boldsymbol{s}^\dagger = \left(s^{1\dagger}, s^{2\dagger}, .., s^{N\dagger}\right)$ ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn die folgenden Bedingung für alle $\mu \in \mathcal{I}$ erfüllt ist:

$$\text{Gleichgewicht in dominanten Strategien:}$$
$$\$^\mu\left(s^{\mu\dagger}, \boldsymbol{s}^{-\mu}\right) \;\geq\; \$^\mu\left(s^\mu, \boldsymbol{s}^{-\mu}\right) \quad \forall\;\mu \in \mathcal{I} \text{ und } \forall\;\boldsymbol{s} = \left(s^\mu, \boldsymbol{s}^{-\mu}\right) \in \mathcal{S}$$

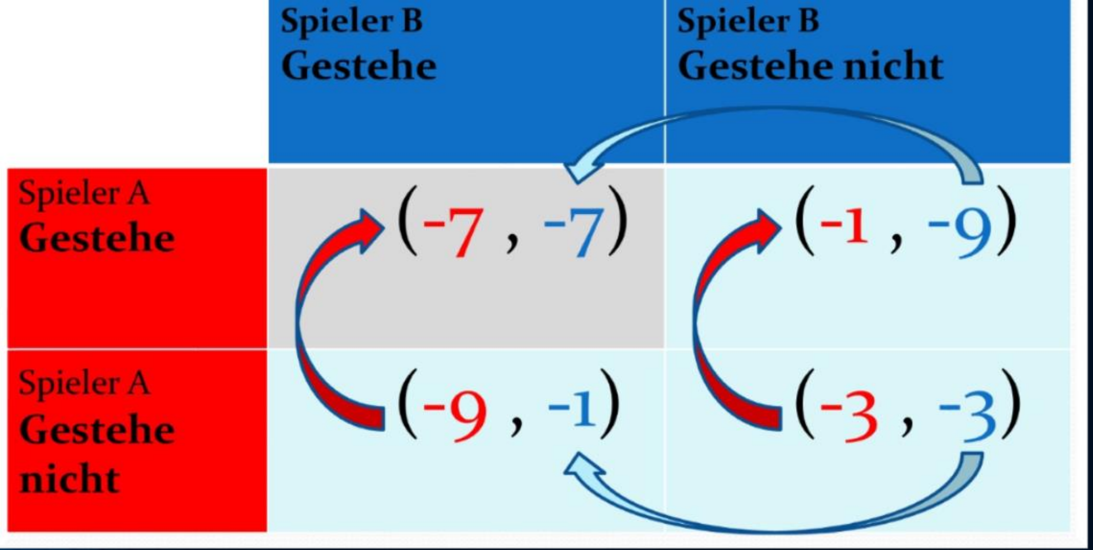
Definition: Nash-Gleichgewicht

Eine Strategienkombination $s^* = \left(s^{1*}, s^{2*}, .., s^{N*}\right)$ nennt man ein Nash-Gleichgewicht, falls die folgenden Bedingung für alle $\mu \in \mathcal{I}$ gilt:

Nash-Gleichgewicht:

$$\$^\mu \left(s^{\mu *}, s^{-\mu *}\right) \;\geq\; \$^\mu \left(s^\mu, s^{-\mu *}\right) \quad \forall \;\mu \in \mathcal{I} \;\text{ und }\; \forall \;\; s^\mu \in \mathcal{S}^\mu$$

Ein Nash-Gleichgewicht ist demnach eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweichen würde - er würde keine größere Auszahlung erhalten. Es gilt, dass jedes Gleichgewicht in dominanten Strategien auch ein Nash-Gleichgewicht ist. Im folgenden werden die beiden definierten Gleichgewichtskonzepte am Beispiel zweier simultanen (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiele illustriert.



Beispiel: Gefangenendilemma

Ein Nash-Gleichgewicht, die sogenannte „Dominante Strategie".

Dominante Strategienkombination: (Gestehe , Gestehe)

A ist hierbei wie folgt zu verstehen: Unter Annahme, dass Spieler B *Gesteht*, welche Strategie wäre für Spieler A die Vorteilhafteste? Da

$$\$^A\left(s^{A\dagger} = \text{Gestehe}, s^B = \text{Gestehe}\right) = -7 \;\geq\; \$^A\left(s^A = \text{Gestehe nicht}, s^B = \text{Gestehe}\right) = -9 \text{ ist}$$

es für Spieler A das beste auch zu Gestehen (der linke rote Pfeil veranschaulicht dies). Dagegen, unter Annahme das Spieler B *nicht Gesteht*, wäre es das Beste für Spieler A zu Gestehen, da

$$\$^A\left(s^{A\dagger} = \text{Gestehe}, s^B = \text{Gestehe nicht}\right) = -1 \;\geq\; \$^A\left(s^A = \text{Gestehe nicht}, s^B = \text{Gestehe nicht}\right.$$

(der rechte rote Pfeil veranschaulicht diese Situation). In gleicher Weise kann man sich die besten Antworten aus der Sicht von Spieler B überlegen (blaue Pfeile). Zusammenfassend erkennt man das im *Gefangenendilemma* beide Spieler zur Strategie *Gestehe* gezogen werden und somit eine *dominante Strategienkombination* bei $s^\dagger = \left(s^{A\dagger}, s^{B\dagger}\right) = (\text{Gestehe}, \text{Gestehe})$ auftritt welche auch das einzige Nash-Gleichgewicht des Spiels darstellt; $s^\dagger = s^*$.

Zwei Spieler – drei Strategien

Gibt es eine dominante Strategie? Geben Sie die Nash-Gleichgewichte an.
Ist es ein symmetrisches oder unsymmetrisches Spiel?

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(7 , 7)	(7 , 8)	(1 , 8)
Strategie 2	(8 , 7)	(9 , 9)	(3 , 1)
Strategie 3	(8 , 1)	(1 , 3)	(2 , 2)

(Strategie 2 , Strategie 2) !

Die Strategienkombination (**Strategie 2 , Strategie 2**) ist das einzige Nash-Gleichgewicht und sogar die dominante Strategie dieses symmetrischen Spiels.

	Strategie 1	**Strategie 2**	**Strategie 3**
Strategie 1	(7 , 7)	(7 , 8)	(1 , 8)
Strategie 2	(8 , 7)	(9 , 9)	(3 , 1)
Strategie 3	(8 , 1)	(1 , 3)	(2 , 2)

Welche Strategie würden Sie spielen?

Gibt es eine dominante Strategie? Geben Sie die Nash-Gleichgewichte an.
Ist es ein symmetrisches oder unsymmetrisches Spiel?

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(1 , 3)	(2 , 7)	(3 , 9)
Strategie 2	(2 , 1)	(3 , 1)	(3 , 8)
Strategie 3	(3 , 1)	(2 , 1)	(5 , 3)

(Strategie 3 , Strategie 3) !

Die Strategienkombination (**Strategie 3** , **Strategie 3**) ist das einzige Nash-Gleichgewicht dieses unsymmetrischen Spiels. Es gibt keine dominante Strategie.

	Strategie 1	**Strategie 2**	**Strategie 3**
Strategie 1	(1 , 3)	(2 , 7)	(3 , 9)
Strategie 2	(2 , 1)	(3 , 1)	(3 , 8)
Strategie 3	(3 , 1)	(2 , 1)	(5 , 3)

Mathematische Überprüfung des Nash-Gleichgewichts

Behauptung:

(S3,S3) ist Nash-Gleichgewicht.

	Strategie 1	Strategie 2	Strategie 3
Strategie 1	(1 , 3)	(2 , 7)	(3 , 9)
Strategie 2	(2 , 1)	(3 , 1)	(3 , 8)
Strategie 3	(3 , 1)	(2 , 1)	(5 , 3)

Beweis:

Spieler A: $\$^{A}\colon\ S^{A} \times S^{B} \rightarrow \Re$

$$\$^{A}(S3, S3) = 5 \geq 3 = \$^{A}(S2, S3)$$

$$\$^{A}(S3, S3) = 5 \geq 3 = \$^{1}(S1, S3)$$

Spieler B: $\$^{B}\colon\ S^{A} \times S^{B} \rightarrow \Re$

$$\$^{B}(S3, S3) = 3 \geq 1 = \$^{B}(S3, S2)$$

$$\$^{B}(S3, S3) = 3 \geq 1 = \$^{B}(S3, S1)$$

Welche Strategie würden Sie spielen?

Gibt es eine dominante Strategie? Geben Sie die Nash-Gleichgewichte an.
Ist es ein symmetrisches oder unsymmetrisches Spiel?

	Stein	Schere	Papier
Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

Kein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien!

Es gibt keine dominante Strategie und auch keine Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien. Es ist ein symmetrisches (2x3)-Spiel.

	Stein	Schere	Papier
Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

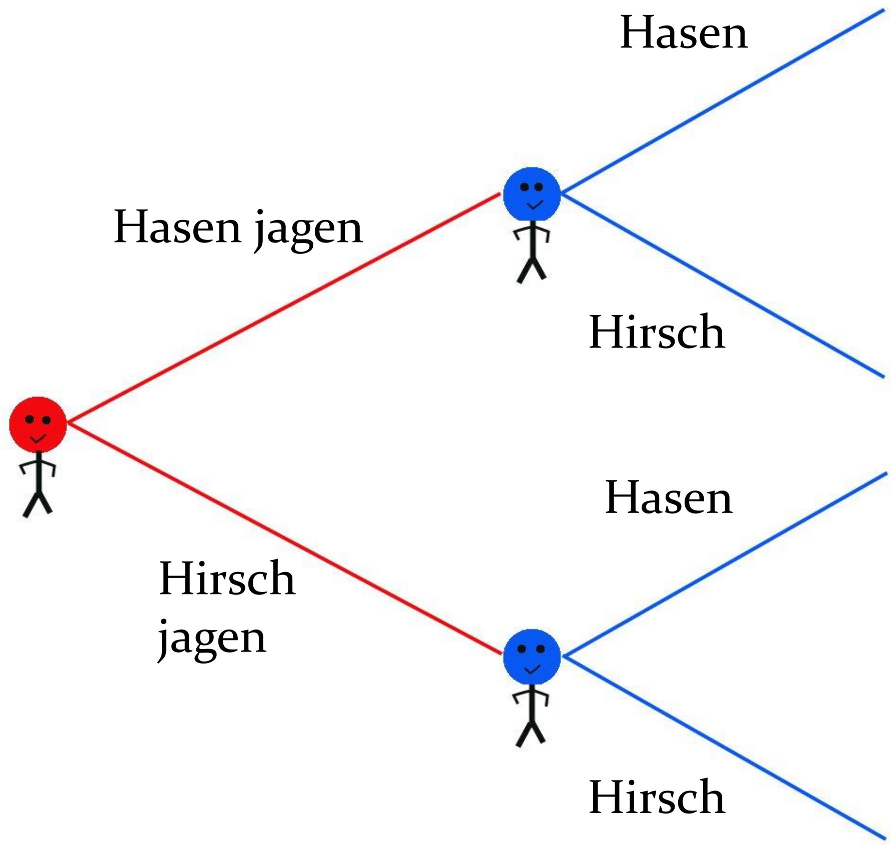
Kein Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien!

Es gibt keine dominante Strategie und auch keine Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien. Es ist ein symmetrisches (2x3)-Spiel.

	Stein	Schere	Papier
Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

Rousseaus Hirschjagt - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2 , 2)	(4 , 0)
Hirsch	(0 , 4)	(5 , 5)



Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagt gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagt, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagt, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagt entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Beispiel: Hirschjagt Spiel

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)

Zwei symmetrische Nash-Gleichgewichte.
Strategienkombinationen:
(Hasen jagen , Hasen jagen)
(Hirsch jagen , Hirsch jagen)

Die nebenstehende Abbildung veranschaulicht die Auszahlungstabelle und zeigt mittels der *Bestantwort-Pfeile*, dass es in diesem Spiel keine dominante Strategie gibt, sondern zwei symmetrische Nash-Gleichgewicht bei den Strategienkombinationen $s^* = (\text{Hasen jagen}, \text{Hasen jagen})$ und $s^* = (\text{Hirsch jagen}, \text{Hirsch jagen})$. Z.B. ist $s^* = (\text{Hasen jagen}, \text{Hasen jagen})$ ein Nash-Gleichgewicht, da

$$\$^A \left(s^{A*} = \text{Hasen jagen}, s^B = \text{Hasen jagen}\right) = 2 \; \geq \; \$^A \left(s^A = \text{Hirsch jagen}, s^B = \text{Hasen jagen}\right) = 0 \text{ und}$$

$$\$^B \left(s^A = \text{Hasen jagen}, s^{B*} = \text{Hasen jagen}\right) = 2 \; \geq \; \$^B \left(s^A = \text{Hasen jagen}, s^B = \text{Hirsch jagen}\right) = 0.$$

Gemischte Strategien

Die Menge der gemischten Strategien der Spieler $\tilde{\mathcal{S}} = \tilde{\mathcal{S}}^1 \times \tilde{\mathcal{S}}^2 \times \ldots \times \tilde{\mathcal{S}}^N$ setzt sich aus den einzelnen Mengen der gemischten Strategien der Spieler zusammen. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers $\mu \in \mathcal{I}$ ($\tilde{\mathcal{S}}^\mu$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu$ verstanden werden, wobei die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien des Spielers μ aus m_μ reellwertigen Zahlen bestehen, die folgenden Normalisierungsbedingungen unterliegen:

$$\tilde{\mathcal{S}}^\mu = \left\{ (\tilde{s}_1^\mu, \tilde{s}_2^\mu, \ldots, \tilde{s}_{m_\mu}^\mu) \mid \sum_{i=1}^{m_\mu} \tilde{s}_i^\mu = 1, \tilde{s}_i^\mu \geq 0, i = 1, 2, \ldots, m_\mu \right\}$$

Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien

Die einzelnen Werte $\tilde{s}^\mu_i$ können als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie i interpretiert werden. Unter Verwendung der gemischten Strategien lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

$$\tilde{\$} = \left(\tilde{\$}^1, \tilde{\$}^2, \ldots, \tilde{\$}^N\right) : \tilde{\mathcal{S}} \to \mathbb{R}^N \,, \text{ wobei } \quad \tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^1, \tilde{s}^2, \ldots, \tilde{s}^N) = \sum_{i_1=1}^{m_1} \sum_{i_2=1}^{m_2} \cdots \sum_{i_N=1}^{m_N} \$^\mu(s^1_{i_1}, s^2_{i_2}, \ldots, s^N_{i_N}) \prod_{\nu=1}^{N} \tilde{s}^\nu_{i_\nu}$$

Im folgenden wird das Konzept der gemischten Erweiterung für den Fall eines (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiels illustrieren. Die Menge der gemischten Strategien des Spielers A ($\tilde{\mathcal{S}}^A$) und B ($\tilde{\mathcal{S}}^B$) kann als eine mathematische Verallgemeinerung der Menge der reinen Strategien ($\mathcal{S}^A$ und $\mathcal{S}^B$) verstanden werden. Die einzelnen Elemente der Menge der gemischten Strategien eines Spielers $\mu = A, B$ ($\tilde{\mathbf{s}}^\mu = (\tilde{s}^\mu_1, \tilde{s}^\mu_2) \in \mathcal{S}^\mu$) besteht aus zwei reellwertigen Zahlen ($\tilde{s}^\mu_1 \in [0,1]$ und $\tilde{s}^\mu_2 \in [0,1]$) und kann als die Wahrscheinlichkeit des Spielers μ zur Wahl der Strategie 1 ($\tilde{s}^\mu_1$) bzw. der Strategie 2 ($\tilde{s}^\mu_2$) interpretiert werden. Desweiteren gilt die folgende Normalisierungsbedingung: $\tilde{s}^\mu_1 + \tilde{s}^\mu_2 = 1 \;\forall\, \mu = A, B$. Unter Verwendung der Auszahlungsmatrizen des Spielers A ($\hat{\$}^A$) und B ($\hat{\$}^B$) schreibt sich die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers $\mu = A, B$ wie folgt:

$$\tilde{\$}^\mu : \left(\tilde{\mathcal{S}}^A \times \tilde{\mathcal{S}}^B\right) \to \mathbb{R}$$

$$\tilde{\$}^\mu((\tilde{s}^A_1, \tilde{s}^A_2), (\tilde{s}^B_1, \tilde{s}^B_2)) = \$^\mu_{11} \tilde{s}^A_1 \tilde{s}^B_1 + \$^\mu_{12} \tilde{s}^A_1 \tilde{s}^B_2 + \$^\mu_{21} \tilde{s}^A_2 \tilde{s}^B_1 + \$^\mu_{22} \tilde{s}^A_2 \tilde{s}^B_2$$

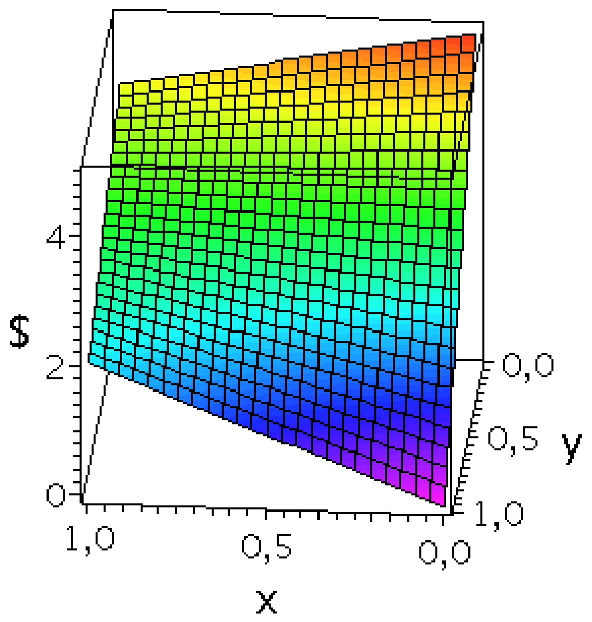
Gemischte Auszahlungsfunktion im (2x2)-Spiel

Aufgrund der Normalisierungsbedingung vereinfacht sich die gemischte Auszahlungsfunktion wie folgt:

$$\tilde{\$}^{\mu} : ([0,1] \times [0,1]) \to \mathbb{R}$$
$$\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \$^{\mu}_{11}\tilde{s}^A\tilde{s}^B + \$^{\mu}_{12}\tilde{s}^A(1-\tilde{s}^B) + \$^{\mu}_{21}(1-\tilde{s}^A)\tilde{s}^B + \$^{\mu}_{22}(1-\tilde{s}^A)(1-\tilde{s}^B)$$

, wobei $\tilde{s}^A := \tilde{s}^A_1$, $\tilde{s}^B := \tilde{s}^B_1$, $\tilde{s}^A_2 = 1 - \tilde{s}^A_1$ und $\tilde{s}^B_2 = 1 - \tilde{s}^B_1$.

Auszahlung an Spieler A

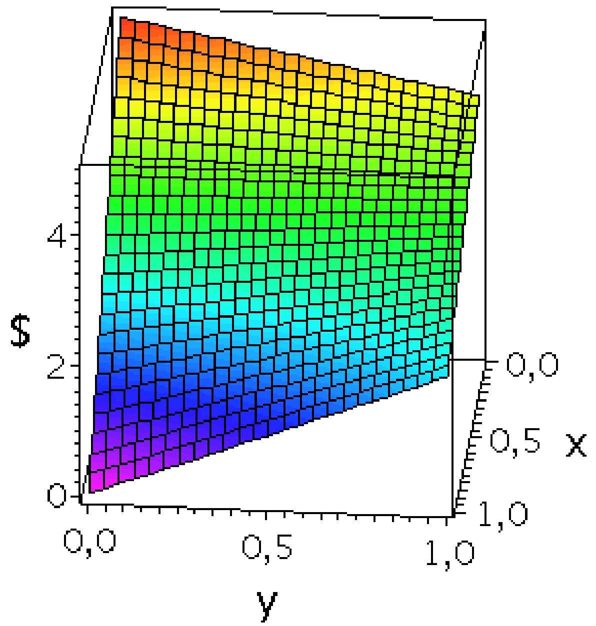


Auszahlungsfunktionen im Hirschjagt-Spiel

$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^{A}(x, y)$$
$$\tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) = \tilde{\$}^{B}(x, y)$$
$$x, y \in [0,1]$$

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)

Auszahlung an Spieler B



Gemischte Auszahlungsfunktion im (2x2)-Spiel
Beispiel Hirschjagt-Spiel

$$\tilde{\$}^{\mathrm{A}}(\tilde{s}^{A},\tilde{s}^{B}) = \tilde{\$}^{\mathrm{A}}(x,y) = \$_{11}^{A}\,xy + \$_{12}^{A}\,x(1-y) + \$_{21}^{A}(1-x)y + \$_{22}^{A}(1-x)(1-y)$$

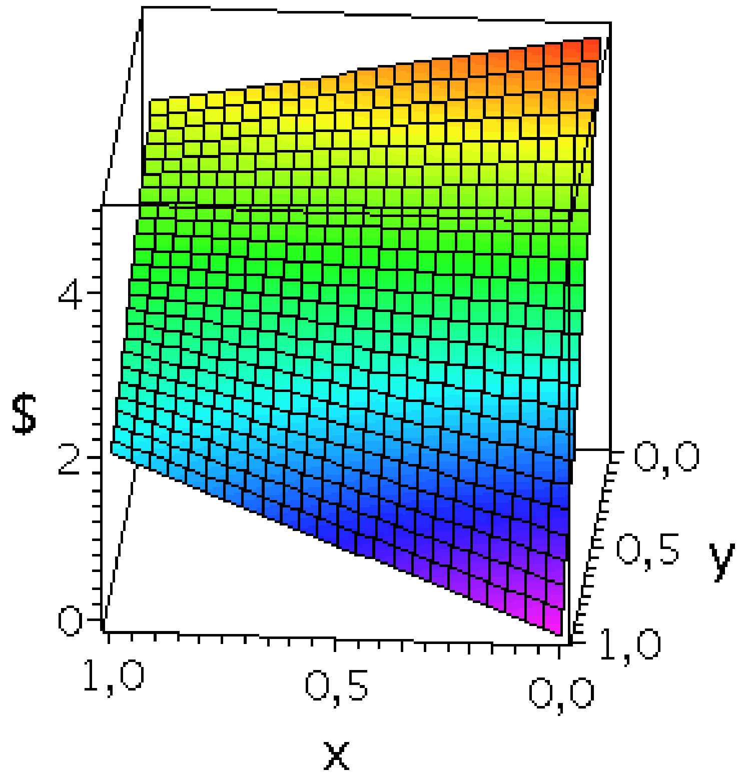
$$= 2xy + 4x(1-y) + 0(1-x)y + 5(1-x)(1-y)$$

$$= 2xy + 4x - 4xy + 5 - 5x - 5y + 5xy$$

$$= 3xy - x - 5y + 5$$

	Spieler B **Hasen** jagen	Spieler B **Hirsch** jagen
Spieler A **Hasen** jagen	(2 , 2)	(4 , 0)
Spieler A **Hirsch** jagen	(0 , 4)	(5 , 5)

Auszahlung an Spieler A



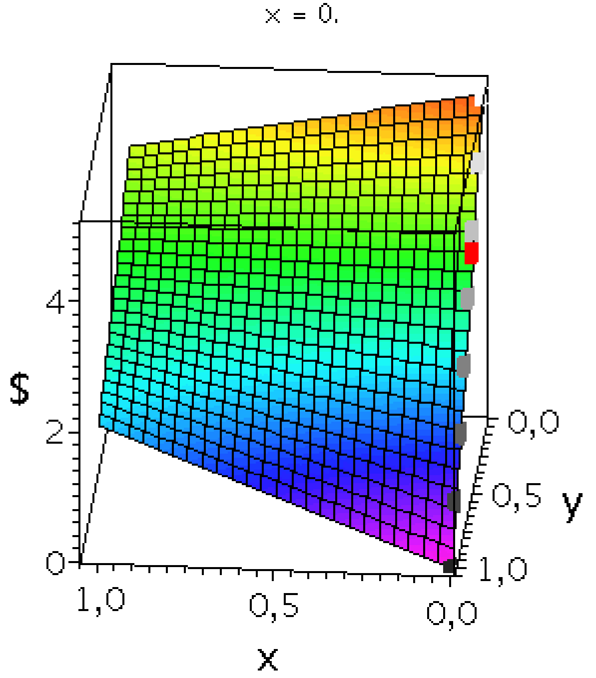
Dominante Strategien und Nash-Gleichgewicht
mit gemischter Auszahlungsfunktion

Eine Strategienkombination $(\tilde{s}^{A\dagger}, \tilde{s}^{B\dagger})$ ist ein Gleichgewicht in dominanten Strategien, wenn die folgenden Bedingungen erfüllt sind:

Gleichgewicht in dominanten Strategien:

$$\tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^{A\dagger}, \tilde{s}^{B}) \;\geq\; \tilde{\$}^{\mu}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B}) \quad \forall \;\; \mu = A, B \text{ und } \; \tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B} \in [0,1]$$

Eine Strategienkombination $(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*})$ nennt man ein Nash-Gleichgewicht, falls die folgenden Bedingungen erfüllt sind:



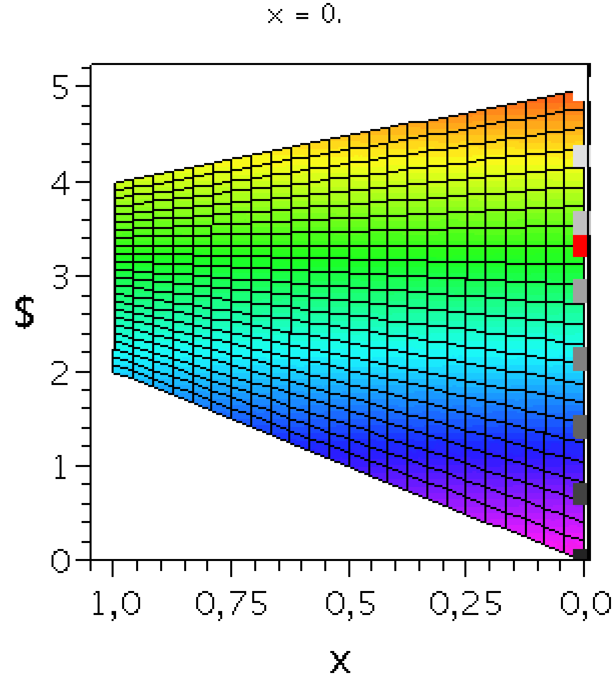
Nash-Gleichgewicht:

$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*}) \;\geq\; \tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B*}) \quad \forall \;\; \tilde{s}^{A} \in [0,1]$$

$$\tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B*}) \;\geq\; \tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A*}, \tilde{s}^{B}) \quad \forall \;\; \tilde{s}^{B} \in [0,1]$$

Auszahlungsfunktion des Spielers A im Hirschjagt-Spiel

$$\tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B}) = \tilde{\$}^{A}(x, y)$$
$$x, y \in [0,1]$$



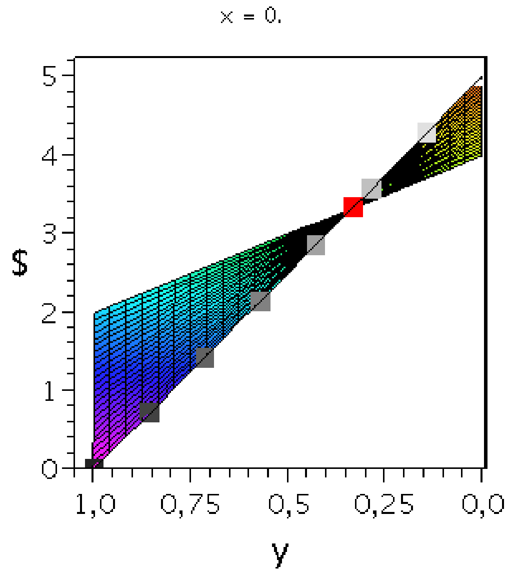
Das Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien

Ein Spezialfall des Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche verschwindet. Man nennt dann ein solches Nash-Gleichgewicht $(\tilde{s}^{A\star}, \tilde{s}^{B\star})$ ein internes Nash-Gleichgewicht bzw. ein Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien.

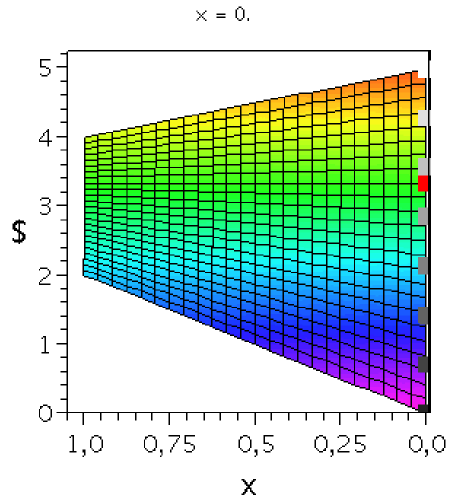
Nash-Gleichgewicht in gemischten Strategien:

$$\left.\frac{\partial \tilde{\$}^{A}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B})}{\partial \tilde{s}^{A}}\right|_{\tilde{s}^{B}=\tilde{s}^{B\star}} = 0 \quad \forall \;\; \tilde{s}^{A} \in [0,1] \;\; , \;\; \tilde{s}^{B\star} \in]0,1[$$

$$\left.\frac{\partial \tilde{\$}^{B}(\tilde{s}^{A}, \tilde{s}^{B})}{\partial \tilde{s}^{B}}\right|_{\tilde{s}^{A}=\tilde{s}^{A\star}} = 0 \quad \forall \;\; \tilde{s}^{B} \in [0,1] \;\; , \;\; \tilde{s}^{A\star} \in]0,1[$$



Das gemischte Nash-Gleichgewicht im Hirschjagt-Spiel liegt bei der Strategien-kombination (x=1/3 , y=1/3) .

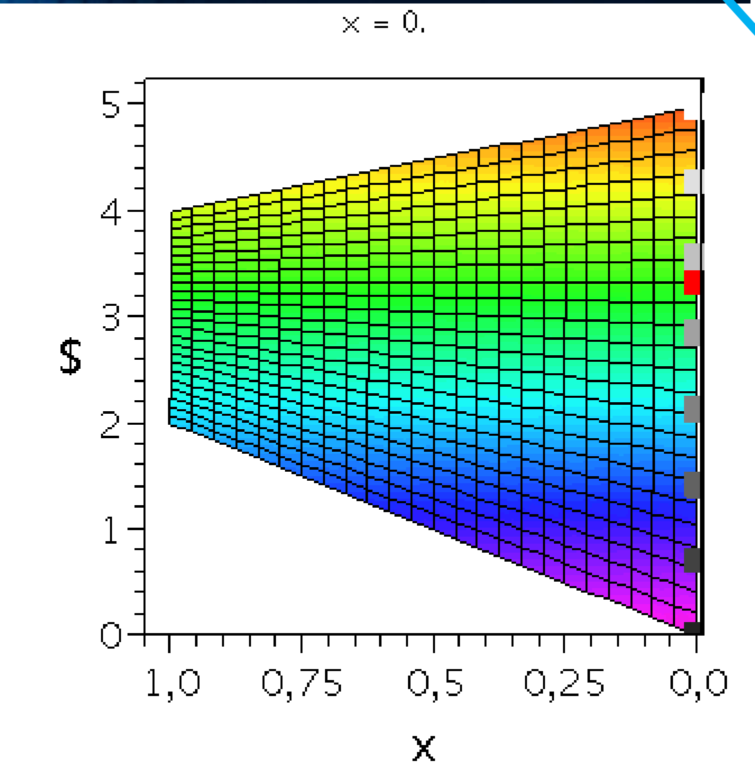


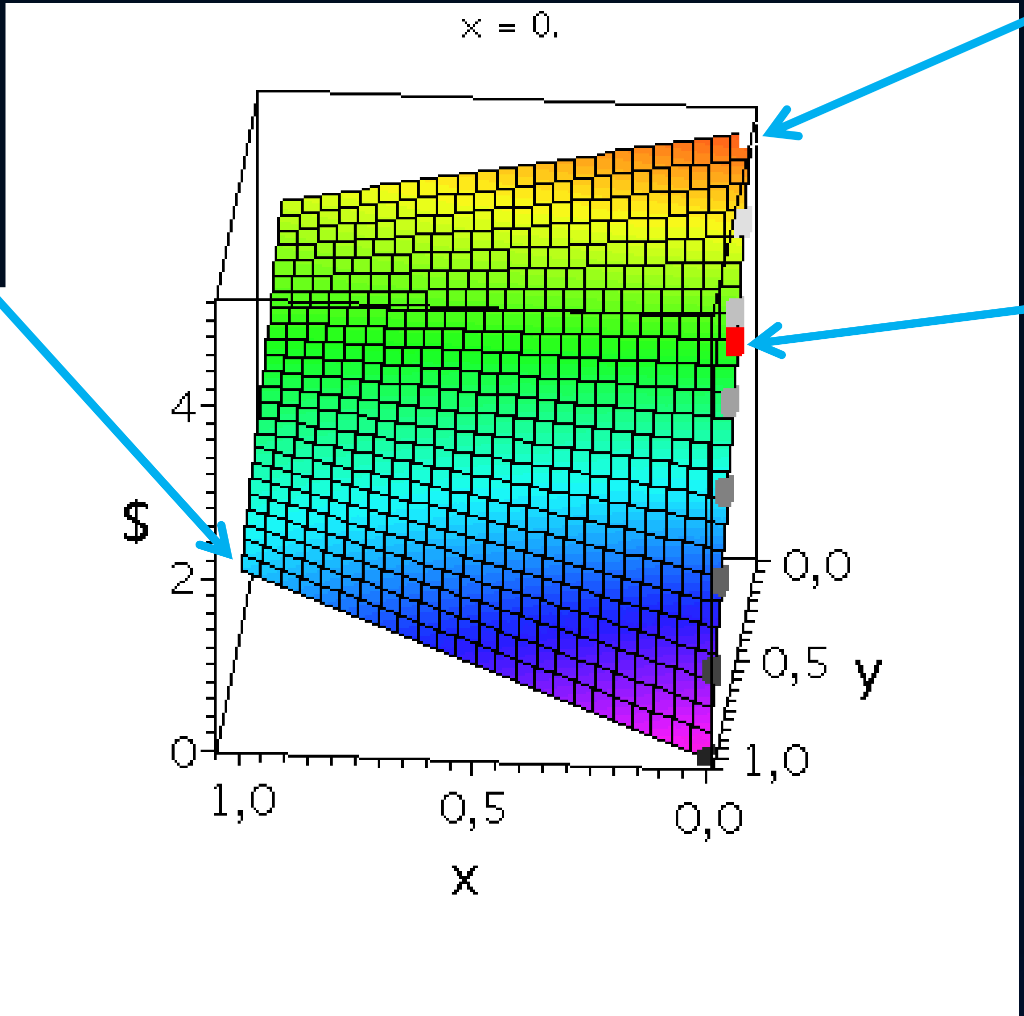
Das Nash-Gleichgewichte im Hirschjagt-Spiel

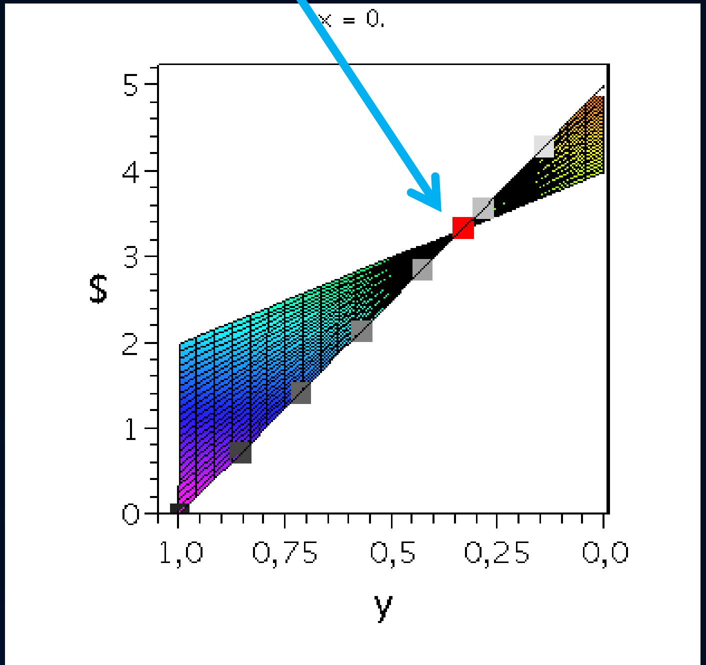
Reines Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(1,1)=
(Hasen jagen,Hasen jagen)

Reines Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(0,0)=(Hirsch jagen,Hirsch jagen)

Gemischtes Nash-Gleichgewicht
(x,y)=(1/3 , 1/3)







E-Learning

https://fias.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPSOC/zusatz.html

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer *von* Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Home Research Contact

Einführung | **Teil I** | **Teil II** | **Teil III** | *E-Learning*

E-Learning

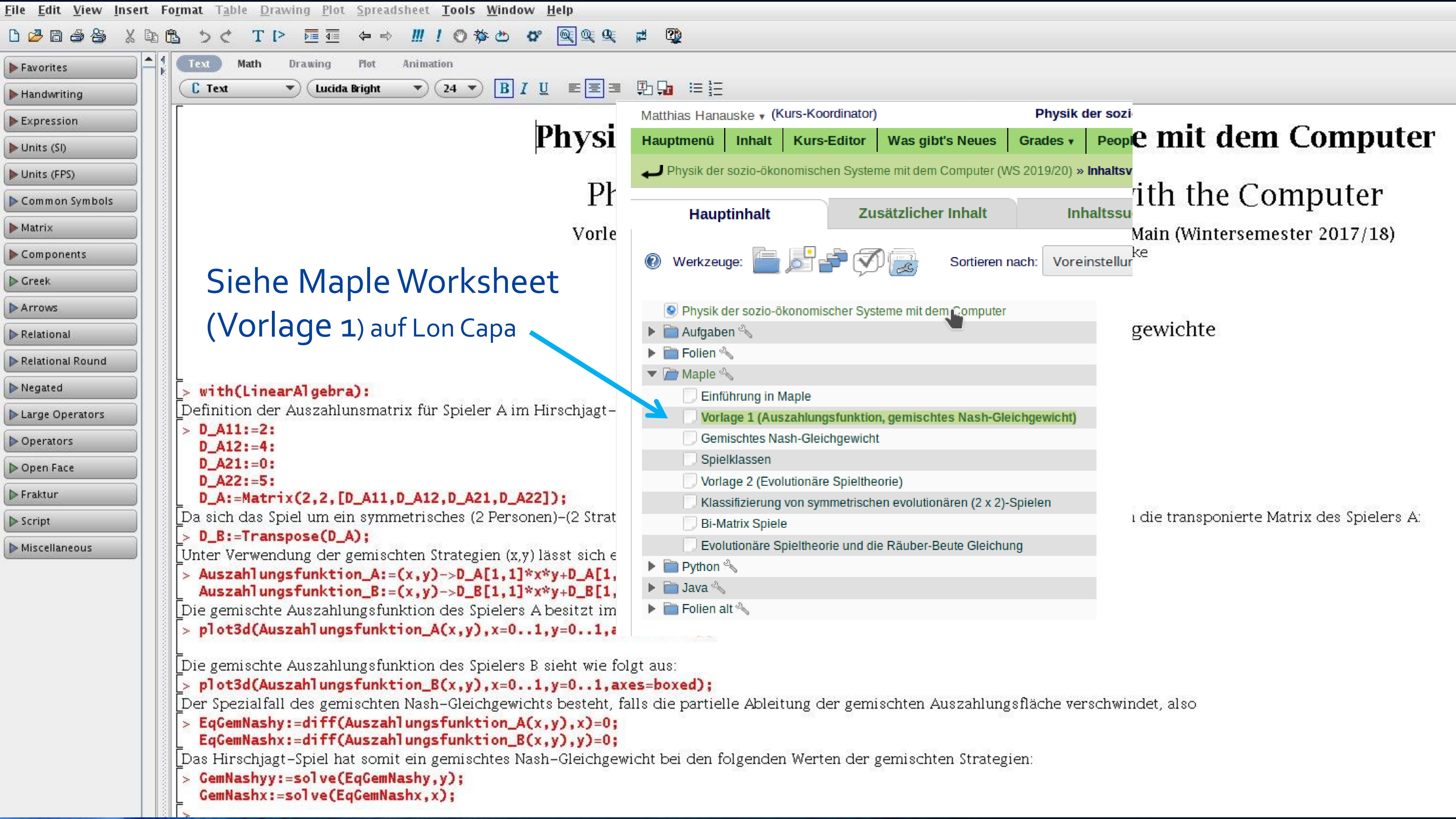
Zusatzmaterial auf der Online-Lernplatform Lon Capa

Zusäzlich zu den Informationen aus dieser Internetseite wurde ein separater Kurs auf der Online-Lernplatform Lon Capa eerstellt. Er beinhaltet neben den hier dargestellten Informationen zusäzliche Erläuterungen, diverse interaktive Übungsaufgaben, Feedbackmöglichkeiten und Probeklausuren. Falls Sie schon einen Lon Capa Account besitzen können Sie sich einfach mit diesem unter dem unten angegebenen Link einloggen. Falls Sie Student der Universiät Frankfurt sind, können Sie sich mit Ihrem HRZ-Account einloggen. Anderenfalls kontaktieren Sie bitte per E-Mail und ich werde für Sie einen Account für die Lernplatform erstellen.

Hier gehts zu Lon Capa

Einführung in das Computeralgebra-System Maple: MapleTutorium.mw

Siehe auch http://itp.uni-frankfurt.de/~hanauske/VARTC/T1/intro/MapleTutorium.html



Siehe Maple Worksheet (Vorlage 1) auf Lon Capa
Matthias Hanauske (Kurs-Koordinator)
Hauptmenü
Inhalt
Kurs-Editor
Was gibt's Neues
Grades
Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer (WS 2019/20) » Inhaltsv
Hauptinhalt
Zusätzlicher Inhalt
Werkzeuge:
Sortieren nach:
Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer
Aufgaben
Folien
Maple
Einführung in Maple
Vorlage 1 (Auszahlungsfunktion, gemischtes Nash-Gleichgewicht)
Gemischtes Nash-Gleichgewicht
Spielklassen
Vorlage 2 (Evolutionäre Spieltheorie)
Klassifizierung von symmetrischen evolutionären (2 x 2)-Spielen
Bi-Matrix Spiele
Evolutionäre Spieltheorie und die Räuber-Beute Gleichung
Python
Java
Folien alt
> with(LinearAlgebra):
Definition der Auszahlunsmatrix für Spieler A im Hirschjagt-
> D_A11:=2:
D_A12:=4:
D_A21:=0:
D_A22:=5:
D_A:=Matrix(2,2,[D_A11,D_A12,D_A21,D_A22]);
Da sich das Spiel um ein symmetrisches (2 Personen)-(2 Strat
> D_B:=Transpose(D_A);
Unter Verwendung der gemischten Strategien (x,y) lässt sich e
> Auszahlungsfunktion_A:=(x,y)->D_A[1,1]*x*y+D_A[1,
Auszahlungsfunktion_B:=(x,y)->D_B[1,1]*x*y+D_B[1,
Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers A besitzt im
> plot3d(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x=0..1,y=0..1,a
Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers B sieht wie folgt aus:
> plot3d(Auszahlungsfunktion_B(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
Der Spezialfall des gemischten Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche verschwindet, also
> EqGemNashy:=diff(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x)=0;
EqGemNashx:=diff(Auszahlungsfunktion_B(x,y),y)=0;
Das Hirschjagt-Spiel hat somit ein gemischtes Nash-Gleichgewicht bei den folgenden Werten der gemischten Strategien:
> GemNashyy:=solve(EqGemNashy,y);
GemNashx:=solve(EqGemNashx,x);

Erster Vorlesungsteil:
Dominante Strategien und Nash-Glei
(Vorlage 1)

```
> with(LinearAlgebra):
```

Definition der Auszahlunsmatrix für Spieler A im Hirschjagt-Spiel:

```
> D_A11:=2:
  D_A12:=4:
  D_A21:=0:
  D_A22:=5:
  D_A:=Matrix(2,2,[D_A11,D_A12,D_A21,D_A22]);
```

Da sich das Spiel um ein symmetrisches (2 Personen)-(2 Strategien) Spiel handelt, erhält man die Auszahlunsmatrix für Spieler B du

```
> D_B:=Transpose(D_A);
```

Unter Verwendung der gemischten Strategien (x,y) lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler wie folgt definieren:

```
> Auszahlungsfunktion_A:=(x,y)->D_A[1,1]*x*y+D_A[1,2]*x*(1-y)+D_A[2,1]*(1-x)*y+D_A[2,2]*(1-x)*(1-y);
  Auszahlungsfunktion_B:=(x,y)->D_B[1,1]*x*y+D_B[1,2]*x*(1-y)+D_B[2,1]*(1-x)*y+D_B[2,2]*(1-x)*(1-y);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers A besitzt im oben definierten Hirschjagt-Spiel das folgende Aussehen:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Die gemischte Auszahlungsfunktion des Spielers B sieht wie folgt aus:

```
> plot3d(Auszahlungsfunktion_B(x,y),x=0..1,y=0..1,axes=boxed);
```

Der Spezialfall des gemischten Nash-Gleichgewichts besteht, falls die partielle Ableitung der gemischten Auszahlungsfläche versch

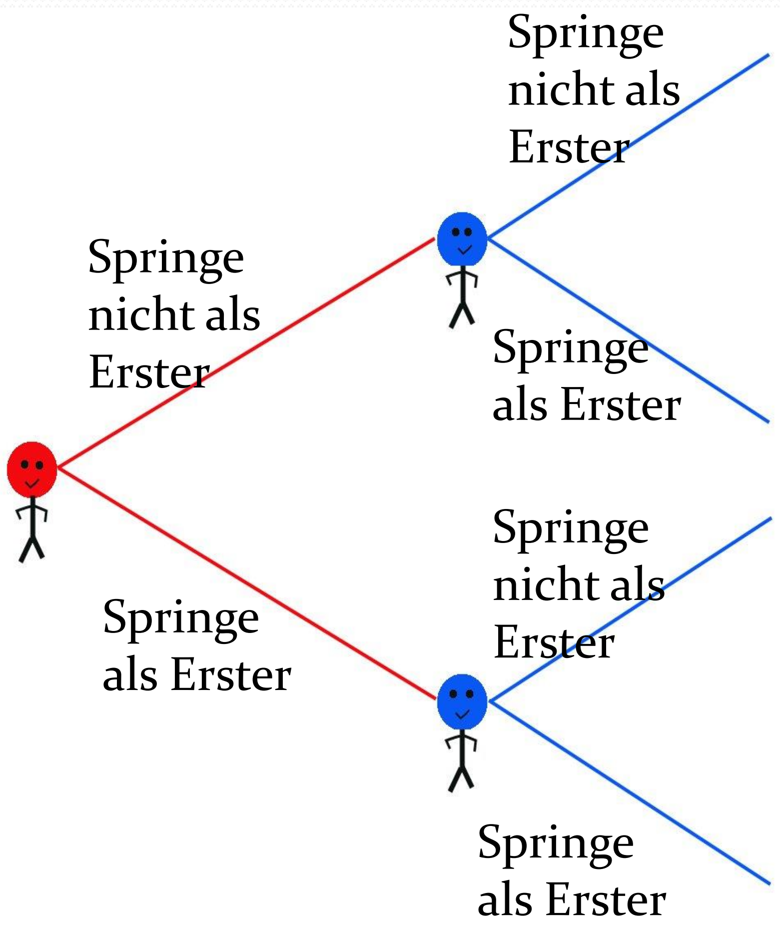
```
> EqGemNashy:=diff(Auszahlungsfunktion_A(x,y),x)=0;
  EqGemNashx:=diff(Auszahlungsfunktion_B(x,y),y)=0;
```

Das Hirschjagt-Spiel hat somit ein gemischtes Nash-Gleichgewicht bei den folgenden Werten der gemischten Strategien:

```
> GemNashyy:=solve(EqGemNashy,y);
  GemNashx:=solve(EqGemNashx,x);
>
```

Das Angsthasen-Spiel

	Springe nicht	Springe
Springe nicht	(-1 , -1)	(2 , 0)
Springe	(0 , 2)	(1 , 1)



Basierend auf dem Film von Nicholas Ray „Denn sie wissen nicht was sie tun“ aus dem Jahre 1955 (Hauptdarsteller „James Dean“): Jimbo und sein Erzfeind Buzz machen eine Mutprobe und rasen in ihren Autos auf eine Klippe zu. Derjenige ist der Angsthase, der als erster aus seinem Auto rausspringt. Der erzielte Nutzen kann zum Beispiel wie oben angegeben quantifiziert werden.

Nash Gleichgewichte im Angsthasen Spiel

	Spieler B Weiche nicht aus	Spieler B Weiche aus
Spieler A **Weiche nicht aus**	(-10 , -10)	(2 , 0)
Spieler A **Weiche aus**	(0 , 2)	(1 , 1)

Beispiel: Das Angsthasen-Spiel (Chicken Game)

Das *Angsthasen-Spiel* ist ein simultanes (2 Personen)-(2 Strategien) Spiel und kann z.B. mittels der folgenden Geschichte illustriert werden (siehe z.B. S.16 in [2]).
"Auf einer einsamen Landstraße in Indien, bei der es nur eine geteerte Fahrbahn gibt, kommen sich zwei Autos mit hoher Geschwindigkeit entgegen. Beide Fahrer stehen nun vor der Entscheidung ob sie dem Anderen die Fahrbahn überlassen und Ausweichen oder mit hoher Geschwindigkeit weiterfahren um zu hoffen, dass der Andere ausweicht." Eine weitere Deutung des *Angsthasen-Spiel* basiert auf dem Film von Nicholas Ray "Denn sie wissen nicht was sie tun" aus dem Jahre 1955 (mit James Dean): "Jimbo und sein Erzfeind Buzz machen eine Mutprobe und rasen in ihren Autos auf eine Klippe zu. Derjenige ist der Angsthase, der als erster aus seinem Auto herrausspringt."

Ähnliche Spiele: Das Spiel mit dem Untergang, das Falke-Taube Spiel

Berechnung des Nash-Gleichgewichts in gemischten Strategien (I)

		y_1	y_2	$1-y_1-y_2$
		Stein	**Schere**	**Papier**
x_1	Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
x_2	Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
$1-x_1-x_2$	Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

Auszahlungsfunktion des 1-ter Spieler: $\$^1 : \tilde{S}^1 \times \tilde{S}^2 \to \Re$

$$\begin{aligned}\$^1(x_1,x_2,y_1,y_2) = {} & 0\cdot x_1\cdot y_1 + 1\cdot x_1\cdot y_2 + (-1)\cdot x_1\cdot(1-y_1-y_2) + \\ & + (-1)\cdot x_2\cdot y_1 + 0\cdot x_2\cdot y_2 + 1\cdot x_2\cdot(1-y_1-y_2) + \\ & + 1\cdot(1-x_1-x_2)\cdot y_1 + (-1)\cdot(1-x_1-x_2)\cdot y_2 + 0\cdot(1-x_1-x_2)\cdot(1-y_1-y_2) \\ = {} & x_1\cdot(1-3\cdot y_2) + x_2\cdot(3\cdot y_1 - 1) - y_1 + y_2\end{aligned}$$

Möglichkeit zur Berechnung eines inneren Nash-Gleichgewichts

$$\left.\frac{\partial \$^1(x_1,x_2,y_1,y_2)}{\partial x_1}\right|_{y_1=y_1^*,y_2=y_2^*} = \left(1-3\cdot y_2^*\right)\overset{!}{=}0 \quad \Rightarrow \quad y_2^* = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\%$$

$$\left.\frac{\partial \$^1(x_1,x_2,y_1,y_2)}{\partial x_2}\right|_{y_1=y_1^*,y_2=y_2^*} = \left(3\cdot y_1^* - 1\right)\overset{!}{=}0 \quad \Rightarrow \quad y_1^* = \frac{1}{3} \approx 33{,}33\%$$

Auszahlungsfunktion des 1-ten Spielers:

$$\$^1(x_1,x_2,y_1,y_2) = x_1\cdot\left(1-3\cdot y_2\right)+x_2\cdot\left(3\cdot y_1-1\right)-y_1+y_2$$

Das gemischte Nash-Gleichgewicht befindet sich bei

$$\left(y_1^*,y_2^*,y_3^*\right)=\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$$

Genauso für 2-ten Spieler

	Stein	Schere	Papier
Stein	(0,0)	(1,-1)	(-1,1)
Schere	(-1,1)	(0,0)	(1,-1)
Papier	(1,-1)	(-1,1)	(0,0)

Überprüfung des gemischten, inneren Nash-Gleichgewichts (I)

Behauptung:
Das gemischte Nash-Gleichgewicht befindet sich bei folgender Strategienkombination

$$\left((x_1^*, x_2^*, x_3^*), (y_1^*, y_2^*, y_3^*)\right) = \left((\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3})\right)$$

Beweis für den 1. Spieler:

Auszahlungsfunktion des 1-ten Spielers:

$$\$^1(x_1, x_2, y_1, y_2) = x_1 \cdot (1 - 3 \cdot y_2) + x_2 \cdot (3 \cdot y_1 - 1) - y_1 + y_2$$

Überprüfung des Nash-Gleichgewichts:

$$\$^1(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{3} - 1\right) - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0 \geq \$^1(x_1, x_2, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) =$$

$$\$^1(x_1, x_2, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = x_1 \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) + x_2 \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{3} - 1\right) - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0 \qquad \forall\, x_1, x_2 \in [0,1]$$

Überprüfung des gemischten, inneren Nash-Gleichgewichts (II)

Behauptung:
Das gemischte Nash-Gleichgewicht befindet sich bei folgender Strategienkombination

$$\left((x_1^*, x_2^*, x_3^*), (y_1^*, y_2^*, y_3^*)\right) = \left((\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) \right)$$

Beweis für den 2. Spieler:

Auszahlungsfunktion des 2-ten Spielers:

$$\$^2(x_1, x_2, y_1, y_2) = y_1 \cdot (3 \cdot x_2 - 1) + y_2 \cdot (1 - 3 \cdot x_1) + x_1 - x_2$$

Überprüfung des Nash-Gleichgewichts:

$$\$^2(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{3} - 1\right) + \frac{1}{3} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0 \geq \$^2(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, y_1, y_2) =$$

$$\$^2(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, y_1, y_2) = y_1 \cdot \left(3 \cdot \frac{1}{3} - 1\right) + y_2 \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0 \qquad \forall\, y_1, y_2 \in [0,1]$$

E-Learning

Zusatzmaterial auf der Online-Lernplatform Lon Capa

Zusäzlich zu den Informationen aus dieser Internetseite wurde ein separater Kurs auf der Online-Lernplatform Lon Capa eerstellt. Er beinhaltet neben den hier dargestellten Informationen zusäzliche Erläuterungen, diverse interaktive Übungsaufgaben, Feedbackmöglichkeiten und Probeklausuren. Falls Sie schon einen Lon Capa Account besitzen können Sie sich einfach mit diesem unter dem unten angegebenen Link einloggen. Falls Sie Student der Universiät Frankfurt sind, können Sie sich mit Ihrem HRZ-Account einloggen. Anderenfalls kontaktieren Sie bitte per E-Mail und ich werde für Sie einen Account für die Lernplatform erstellen.

Hier gehts zu Lon Capa

DEU 13:50 19.10.2017

Aufgabe:
Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien

Main Menu | Contents | Grades | Syllabus

Course Contents » ... » Aufgaben » **Reine Nash-Gleichgewichte im (2x2)-Spiel**

Notes Evaluate Feedback Print Info

Betrachten Sie ein simultanes (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiel in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungmatrix. Die Menge der Spieler sei $\mathcal{I} = \{A, B\}$, die Menge der reinen Strategien sei $\mathcal{S}^A = \mathcal{S}^B = \{s_1, s_2\}$ und die Präferenzordnungen der Spieler sei durch folgende Auszahlungstabelle quantifiziert:

A/B	s_1	s_2
s_1	(130 , 130)	(11 , 122)
s_2	(122 , 11)	(143 , 143)

Welche der folgenden Strategienkombinationen sind reine Nash-Gleichgewichte des Spiels?

Select all that are **True**.

- [ ] $(s_1\ ,\ s_1)$ ist ein Nash-Gleichgewicht
- [ ] $(s_1\ ,\ s_2)$ ist ein Nash-Gleichgewicht
- [ ] $(s_2\ ,\ s_1)$ ist ein Nash-Gleichgewicht
- [ ] $(s_2\ ,\ s_2)$ ist ein Nash-Gleichgewicht

Submit Answer Tries 0/5

Post Discussion Send Feedback

Aufgabe: Gemischtes Nash-Gleichgewicht

Betrachten Sie die gemischte Erweiterung eines simultanen (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiels in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungmatrix. Die Menge der Spieler sei $\mathcal{I} = \{A, B\}$, die Menge der reinen Strategien sei $\mathcal{S}^A = \mathcal{S}^B = \{s_1, s_2\}$ und die Präferenzordnungen der Spieler sei durch die unten stehende Auszahlungstabelle quantifiziert. Die reinen Strategien entsprechen den folgenden gemischten Strategien: $s_1 \hat{=} \tilde{s}^B = \tilde{s}^B = 1$ und $s_2 \hat{=} \tilde{s}^A = \tilde{s}^B = 0$.

A/B	s_1	s_2
s_1	(392 , 392)	(21 , 20)
s_2	(20 , 21)	(303 , 303)

Bei welcher gemischten Strategienkombination $(\tilde{s}^{A\star}, \tilde{s}^{B\star})$ befindet sich das gemischte Nash-Gleichgewicht?

$\tilde{s}^{A\star} = \tilde{s}^{B\star} =$ ____ (bitte geben Sie den nummerischen Wert auf mindestens 3 Nachkommastellen an; z.B. 0.111)

Submit Answer Tries 0/5

Weitere relevante Vorlesungen im Fachbereich Wirtschaftswissenschaten in diesem Semester

Spieltheorie
von Prof. Dr. M. Blonski
Do 14-16 (Campus Westend, HZ 8)
Mi 14-16 14-16 (Campus Westend, HZ 12)

Complex Networks - Methods and Algorithms
von Prof. Dr. N.Bertschinger
Do.12-16 (Campus Westend, Seminarhaus - SH 0.109)

Algorithmische Spieltheorie (Fachbereich Informatik)
Prof. Dr. Martin Hoefer und Dr. Daniel Schmand