

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
22.11.2019*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

6. Vorlesung

Nächste Woche: *Bestreikung des regulären Lehrbetriebs !?*

Eine Initiative der
„Students for Future“

Goethe-Universität | 60629 Frankfurt am Main
Die Präsidentin | Präsidialbereich, Abteilung Lehre und Qualitätssicherung

An
die Lehrenden der Goethe-Universität
nachrichtlich an die Dekaninnen und Dekane,
Studiendekaninnen und Studiendekane
und Dekanate der Fachbereiche 1-16



Stellungnahme des Präsidiums zur sog. „Klimastreikwoche“

19. November 2019

Liebe Kolleginnen und Kollegen, sehr geehrte Damen und Herren,

Die Präsidentin
Prof. Dr. Birgitta Wolff

Der Vizepräsident
Prof. Dr. Roger Erb

die studentische Initiative „Students for Future“ ruft für die Woche vom 25. bis zum 29. November 2019 „zur Bestreikung des regulären Lehrbetriebs der Hochschulen auf“^[1]. Im Rahmen dieser Veranstaltungswoche findet am Mittwoch den 27. November von 11:00 bis 14:00 Uhr im Festsaal des Casinos auf dem Campus Westend eine Veranstaltung unter der Bezeichnung „Vollversammlung der Studierenden“ statt, zu der alle Studierenden eingeladen werden.

Abteilung Lehre und
Qualitätssicherung

Bearbeiter: Dr. Martin Lommel

Uns haben Fragen erreicht, die sich sowohl auf die „Vollversammlung“ beziehen, als auch auf den Umgang mit den Lehrverpflichtungen in der gesamten Woche, die wir gerne aus unserer Perspektive beantworten.

Besucheradresse
Campus Westend | PA-Gebäude
Theodor-W.-Adorno-Platz 1
60323 Frankfurt am Main

Postadresse
60629 Frankfurt am Main
Germany

Telefon +49 (0)69 798 12786
Telefax +49 (0)69 798 763 12786
lommel@pww.uni-frankfurt.de
www.uni-frankfurt.de

In der sogenannten „Klimastreikwoche“ vom 25.11. bis 29.11.2019 soll nach den Plänen der Initiative „Students for Future“ auch an der Goethe-Universität der reguläre Universitätsbetrieb durch ein alternatives Programm im Rahmen einer „Public-Climate-School“ ersetzt werden. Es ist dafür vorgesehen, dass statt des regulären Lehrbetriebs bspw. Diskussionen, Seminare, Vorlesungen und Aktionen zur „Klimafrage“ stattfinden.

Nächste Woche: *Bestreikung des regulären Lehrbetriebs !?*

Eine Initiative der
"Students for Future"



Das Präsidium der Goethe-Universität begrüßt grundsätzlich, dass die Frage des Klimaschutzes auch in der Lehre an der Goethe-Universität berücksichtigt wird und bekennt sich in ihrem Leitbild zur gesellschaftlichen Verantwortung, in der Forschung und Lehre stehen^[2]. Das Bekenntnis zur universitären Lehre und zum forschenden Lernen steht stets im Kontext der Reflexion über gesamtgesellschaftliche Herausforderungen und Probleme. Entsprechend unseres Lehrverständnisses wollen wir die „Studierenden nicht nur wissenschaftlich qualifizieren, sondern sie zugleich zu mündigen BürgerInnen heranbilden, die in der Lage sind, auch komplexe Sachverhalte kritisch zu durchdringen und gesellschaftliche Verantwortung innerhalb wie außerhalb der Hochschule zu übernehmen.“^[3] Dies gilt natürlich auch für die aktuelle Diskussion um die Veränderung unseres Weltklimas. Nach unserer Auffassung kann dies jedoch bestens in den vielfältigen fachwissenschaftlichen Lehrangeboten unserer Universität erfolgen, weswe-

Nächste Woche: *Bestreikung des regulären Lehrbetriebs !?*

Eine Initiative der
"Students for Future"

gen wir es nachdrücklich begrüßen, wenn Sie Ihre reguläre Lehrveranstaltung in dieser Woche in besonderer Weise auf die „Klimafrage“ beziehen.

Nicht sinnvoll erscheint es dem Präsidium dagegen, dass reguläre Lehrveranstaltungen entfallen. Daher weisen wir Sie explizit darauf hin, dass auch im Interesse der Studierenden der reguläre Lehrbetrieb aufrechterhalten werden soll. Wenn Sie mit Ihren Studierenden einzelne Lehrveranstaltungen vor- oder nachholen, ist dies, sofern hierzu innerhalb der Lerngruppe Einvernehmen besteht und keine Nachteile für die*den Einzelne*n damit verbunden sind, möglich.

Zur in diesem Rahmen stattfindende sogenannten „Vollversammlung der Studierenden“ (27.11.2019, 11:00 bis 14:00 Uhr) wurden alle Studierenden durch die Veranstalter eingeladen. Das Präsidium unterstützt diese Veranstaltung im Rahmen seiner Möglichkeiten, hat allerdings keine generelle Freistellung von Lehrveranstaltungen und Prüfungen ausgesprochen. Gleichwohl bittet das Präsidium alle Lehrenden, nach Möglichkeit zu berücksichtigen, dass Studierenden, die diese Veranstaltung besuchen, keine Rechtsnachteile im Rahmen ihres Studiums entstehen. Auch für diese konkrete Veranstaltung kann es sich anbieten, Lehrveranstaltungen vor- oder nachzuholen.

Sollten Sie weitere Rückfragen haben, so ist Vizepräsident Erb gerne Ihr Ansprechpartner.

Mit freundlichen Grüßen

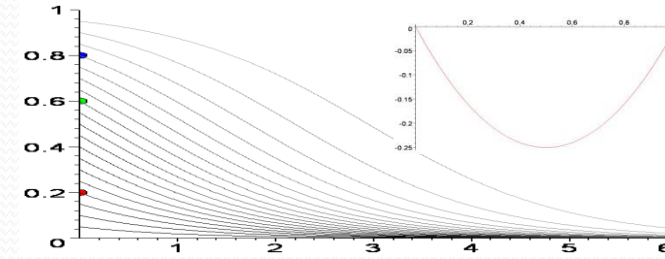

Birgitta Wolff
Präsidentin


Roger Erb
Vizepräsident

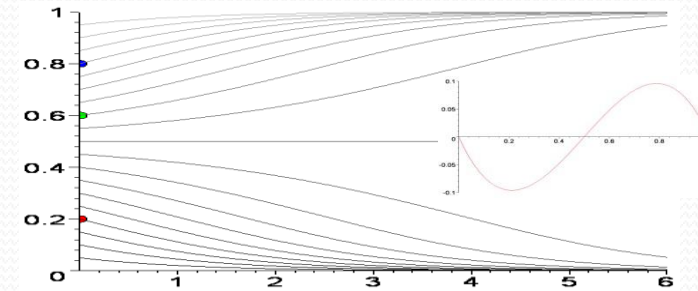


Klassifizierung von evolutionären, symmetrischen (2x2)-Spielen

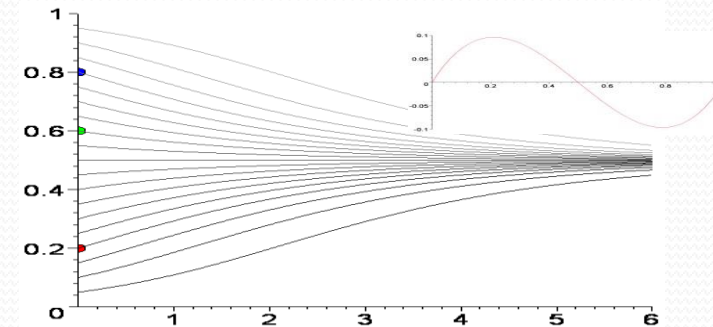
- **Dominante Spiele**
(2. Strategie dominiert 1.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=0$.



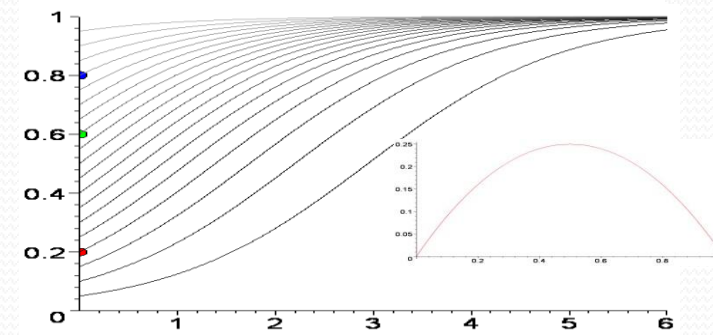
- **Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.



- **Anti - Koordinationsspiele**
Es existieren drei Nash - Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.

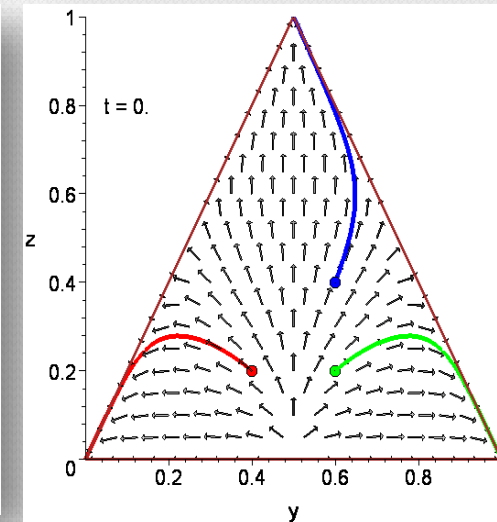
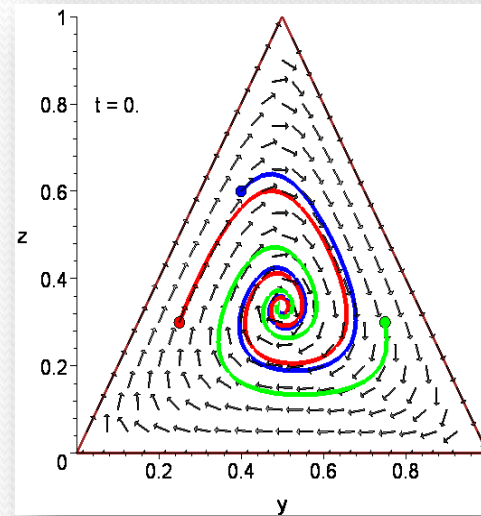


- **Dominante Spiele**
(1. Strategie dominiert 2.Strategie)
Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=1$.

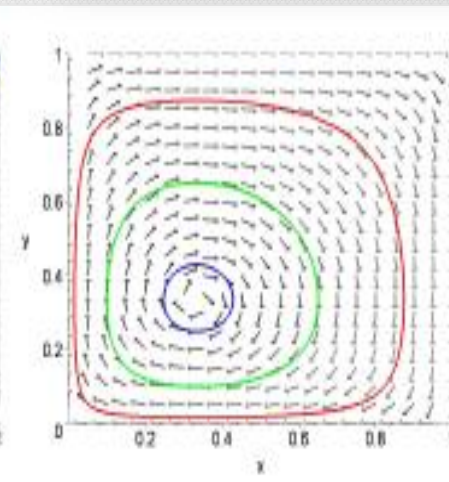
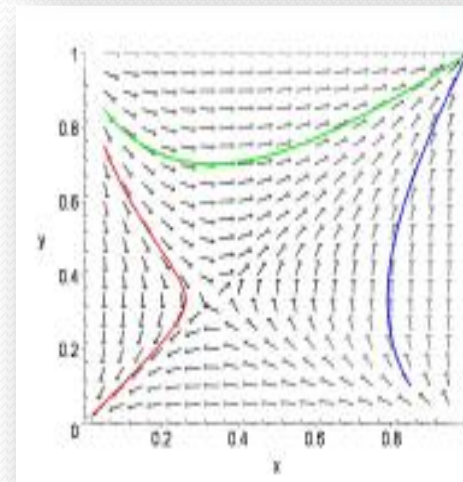


Weitere Arten von Spieltypen

- **Mehr als zwei Strategien:**
Schon bei drei Strategien können 19 unterschiedliche Spielklassen unterschieden werden.



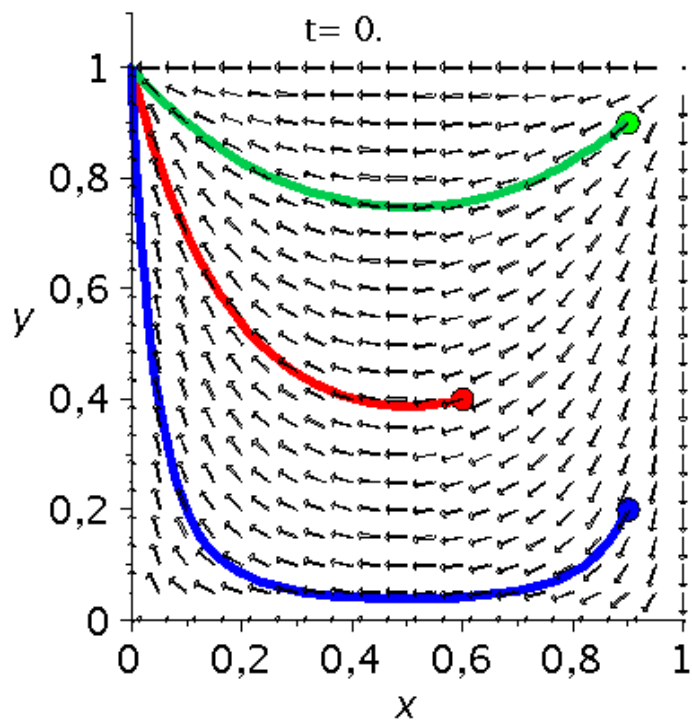
- **Bimatrix Spiele**
Unsymmetrische (2x2) Spiele:
Setzt sich die Population aus zwei unterschiedlichen Spielergruppen ($x(t)$ und $y(t)$) zusammen, so spricht man von Bimatrix Spielen.



Klassifizierung von Bi-Matrix Spielen

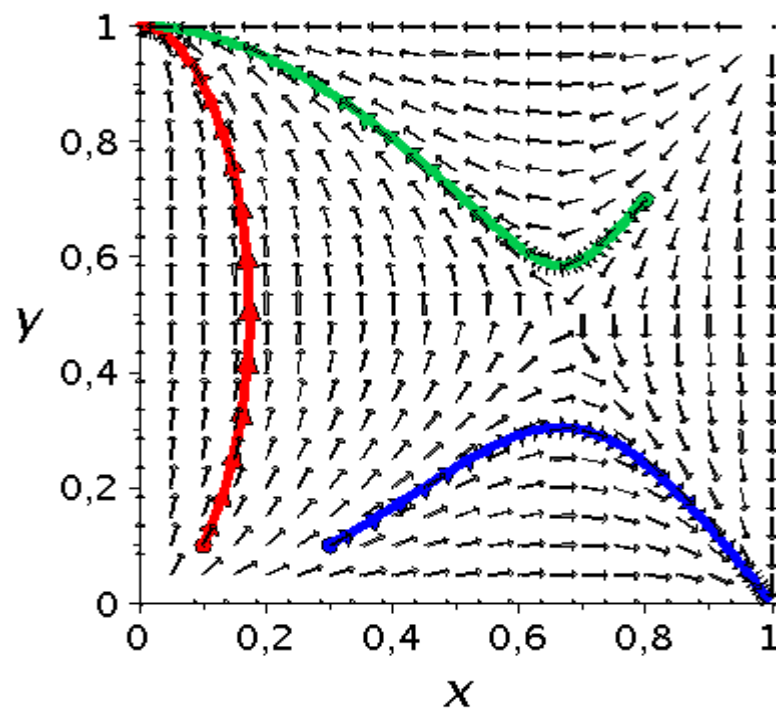
Eckspiele

Die Spielklasse der Gruppe A
oder der Gruppe B ist ein
Dominantes Spiel



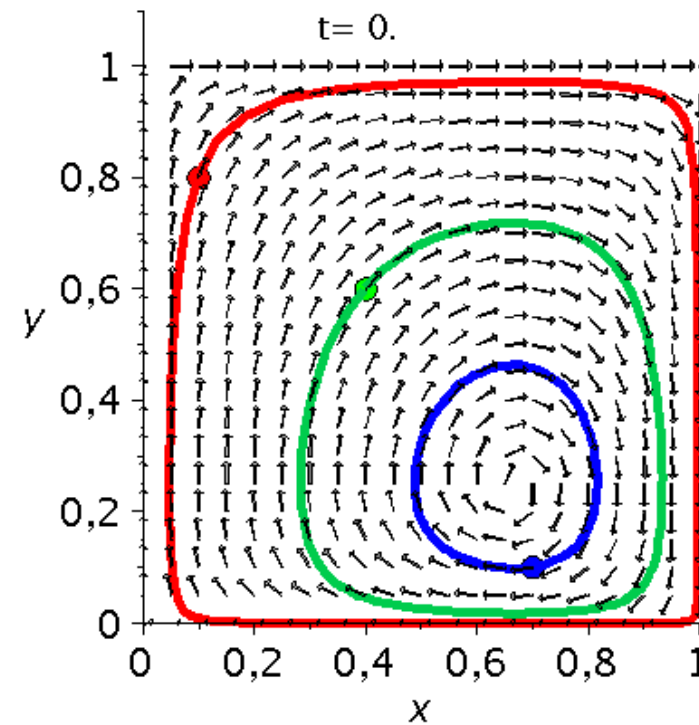
Sattelspiele

Spiel A: Koordinationsspiel
Spiel B: Koordinationsspiel
oder
Spiel A: Anti-Koordinationsspiel
Spiel B: Anti-Koordinationsspiel



Zentrumsspiele

Spiel A: Koordinationsspiel
Spiel B: Anti-Koordinationsspiel
oder
Spiel A: Anti-Koordinationsspiel
Spiel B: Koordinationsspiel



Nimmt man zusätzlich ein symmetrisches Spiel an ($\hat{\$} := \hat{\$}^A = \left(\hat{\$}^B \right)^T$), in welchem die Auszahlungswerte (Fitness-Werte) der Populationsgruppen gleich sind, so kann man die beiden Gruppen von ihrer mathematischen Struktur her als ununterscheidbare Spielergruppen mit identischen Populationsvektoren $x(t) = y(t)$ annehmen. Die Differentialgleichung schreibt sich dann wie folgt:

$$\frac{dx(t)}{dt} = [(\$_{11} - \$_{21})(x - x^2) + (\$_{12} - \$_{22})(1 - 2x + x^2)] x(t) =: g(x) \quad (3)$$

Verallgemeinert man diese Differentialgleichung wieder auf mehr als zwei Strategien, so kann man abkürzend die folgende Formulierung schreiben:

$$\frac{d\vec{x}}{dt} = \left(\hat{\$} \vec{x} - \vec{x} \left(\hat{\$} \vec{x} \right) \right) \vec{x}$$

Replikatorodynamik (2xM)-Spiele

Wir beschränken uns zunächst auf symmetrische (2xM)-Spiele, d.h. zwei Personen - M Strategien Spiele. Da es sich um symmetrische Spiele handelt, sind alle Spieler gleichberechtigt und man kann von einer homogenen Population ausgehen. Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik beschreibt wie sich die einzelnen Populationsanteile der zur Zeit t gewählten Strategien $x_j(t)$, $j=1,2,\dots,M$ im Laufe der Zeit entwickeln.

$$\dot{x}_j(t) := \frac{dx_j(t)}{dt} = x_j(t) \cdot \left[\underbrace{\sum_{k=1}^M \$_{jk} \cdot x_k(t)}_{\text{Fitness der Strategie } j} - \underbrace{\sum_{l=1}^M \sum_{k=1}^M \$_{kl} \cdot x_k(t) \cdot x_k(t)}_{\text{Durchschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population}} \right]$$

Wobei die Parameter $\$_{kl}$ die einzelnen Einträge in der Auszahlungsmatrix des 1. Spielers darstellen

$$\hat{\$} = \hat{\$}^1 = \begin{pmatrix} \$_{11} & \$_{12} & \$_{13} & \dots & \$_{1M} \\ \$_{21} & \$_{22} & \$_{23} & \dots & \$_{2M} \\ \$_{31} & \$_{32} & \$_{33} & \dots & \$_{3M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \$_{M1} & \$_{M2} & \$_{M3} & \dots & \$_{MM} \end{pmatrix}$$

Fitness der Strategie j

Durchschnittlicher Erfolg der j-ten Strategie

Durchschnittliche Fitness (Auszahlung) der gesamten Population

Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele)

Wir beschränken uns nun auf symmetrische (2x3)-Spiele, d.h. zwei Personen - 3 Strategien Spiele (M=3). Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik vereinfacht sich unter dieser Annahme wie folgt:

$$\frac{dx_j(t)}{dt} = x_j(t) \cdot \left[\sum_{k=1}^3 \$_{jk} \cdot x_k(t) - \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^3 \$_{kl} \cdot x_k(t) \cdot x_k(t) \right]$$

$$\frac{dx_j}{dt} = x_j \cdot \left[\begin{array}{l} \$_{j1} \cdot x_1 + \$_{j2} \cdot x_2 + \$_{j3} \cdot x_3 - \\ \left(\begin{array}{l} \$_{11} \cdot x_1 \cdot x_1 + \$_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + \$_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 + \\ + \$_{21} \cdot x_2 \cdot x_1 + \$_{22} \cdot x_2 \cdot x_2 + \$_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + \\ + \$_{31} \cdot x_3 \cdot x_1 + \$_{32} \cdot x_3 \cdot x_2 + \$_{33} \cdot x_3 \cdot x_3 \end{array} \right) \end{array} \right]$$

$j = 1, 2, 3$

$\overline{\$}$

Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele)

Man erhält ein System von drei gekoppelten Differentialgleichungen:

$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot [\$_{11} \cdot x_1 + \$_{12} \cdot x_2 + \$_{13} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 \cdot [\$_{21} \cdot x_1 + \$_{22} \cdot x_2 + \$_{23} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_3 \cdot [\$_{31} \cdot x_1 + \$_{32} \cdot x_2 + \$_{33} \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

Das System von Differentialgleichungen lässt sich bei gegebener Auszahlungsmatrix $\hat{\$}$ und Anfangsbedingung $(x_1(0), x_2(0), x_3(0))$ meist nur numerisch (auf dem Computer) lösen. Die Lösungen bestehen dann aus den drei (zeitlich abhängigen) Populationsanteilen $(x_1(t), x_2(t), x_3(t))$.

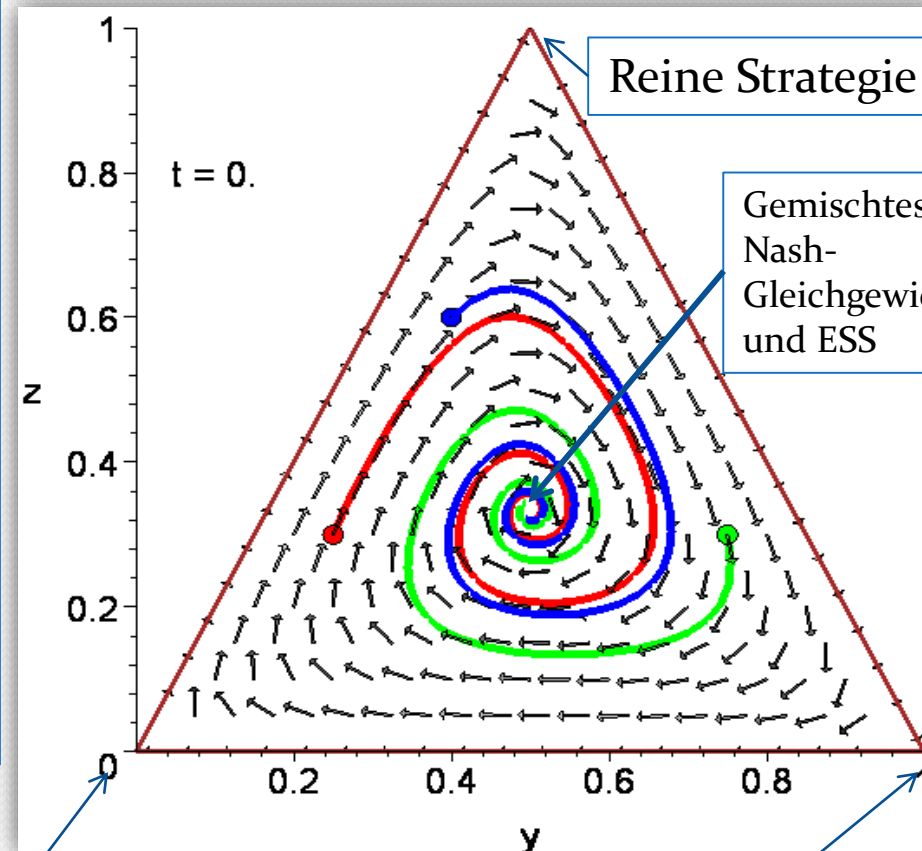
Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 1**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

| | Strategie 1 | Strategie 2 | Strategie 3 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Strategie 1 | (0, 0) | (2, -1) | (-1, 2) |
| Strategie 2 | (-1, 2) | (0, 0) | (2, -1) |
| Strategie 3 | (2, -1) | (-1, 2) | (0, 0) |

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Die einzige evolutionär stabile Strategie dieses Beispiels befindet sich beim gemischten Nash-Gleichgewicht $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$. Die einzelnen Pfeile im Dreieck veranschaulichen den durch die Spielmatrix bestimmten Strategien-„Richtungswind“, dem die Population zeitlich folgen wird.



Zur Visualisierung der evolutionären Entwicklung benutzt man oft die sogen. barycentric coordinates:

$$y := x_2 + \frac{x_3}{2}$$

$$z := x_3$$

Reine Strategie 1

Reine Strategie 2

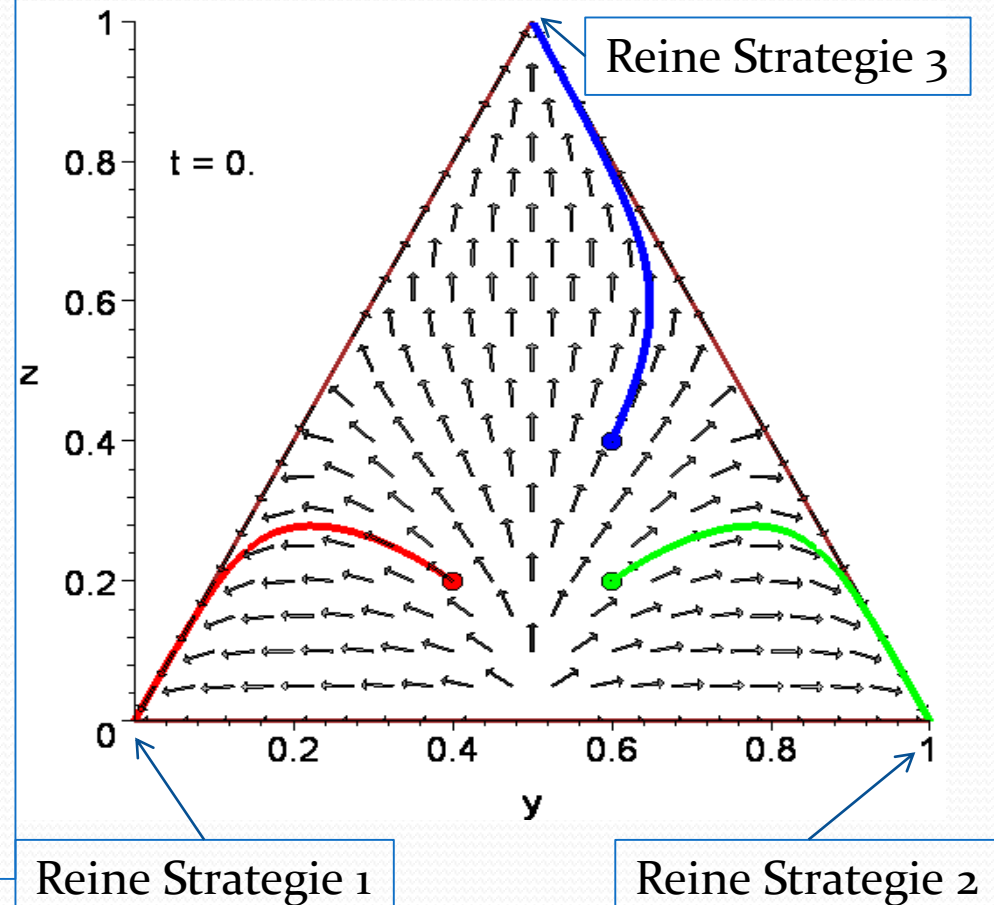
Replikatorodynamik

(für symmetrische (2x3)-Spiele, **Beispiel 2**)

Wir betrachten im Folgenden ein Beispiel eines (2x3)-Spiels mit der rechts angegebenen Auszahlungsstruktur:

| | Strategie 1 | Strategie 2 | Strategie 3 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Strategie 1 | (0, 0) | (-3, -3) | (-1, -1) |
| Strategie 2 | (-3, -3) | (0, 0) | (-1, -1) |
| Strategie 3 | (-1, -1) | (-1, -1) | (0, 0) |

Die rechte Abbildung zeigt die zeitliche Entwicklung der relativen Populationsanteile der gewählten Strategien für drei mögliche Anfangsbedingungen. Das Spiel besitzt drei Nash-Gleichgewichte in reinen Strategien, die ebenfalls evolutionär stabile Strategien darstellen. Welche der drei ESS die Population realisiert hängt von dem Anfangswert der Populationsanteile ab. Die zeitliche Entwicklung folgt wieder dem Strategien-„Richtungswind“ der zugrundeliegenden Auszahlungsmatrix.

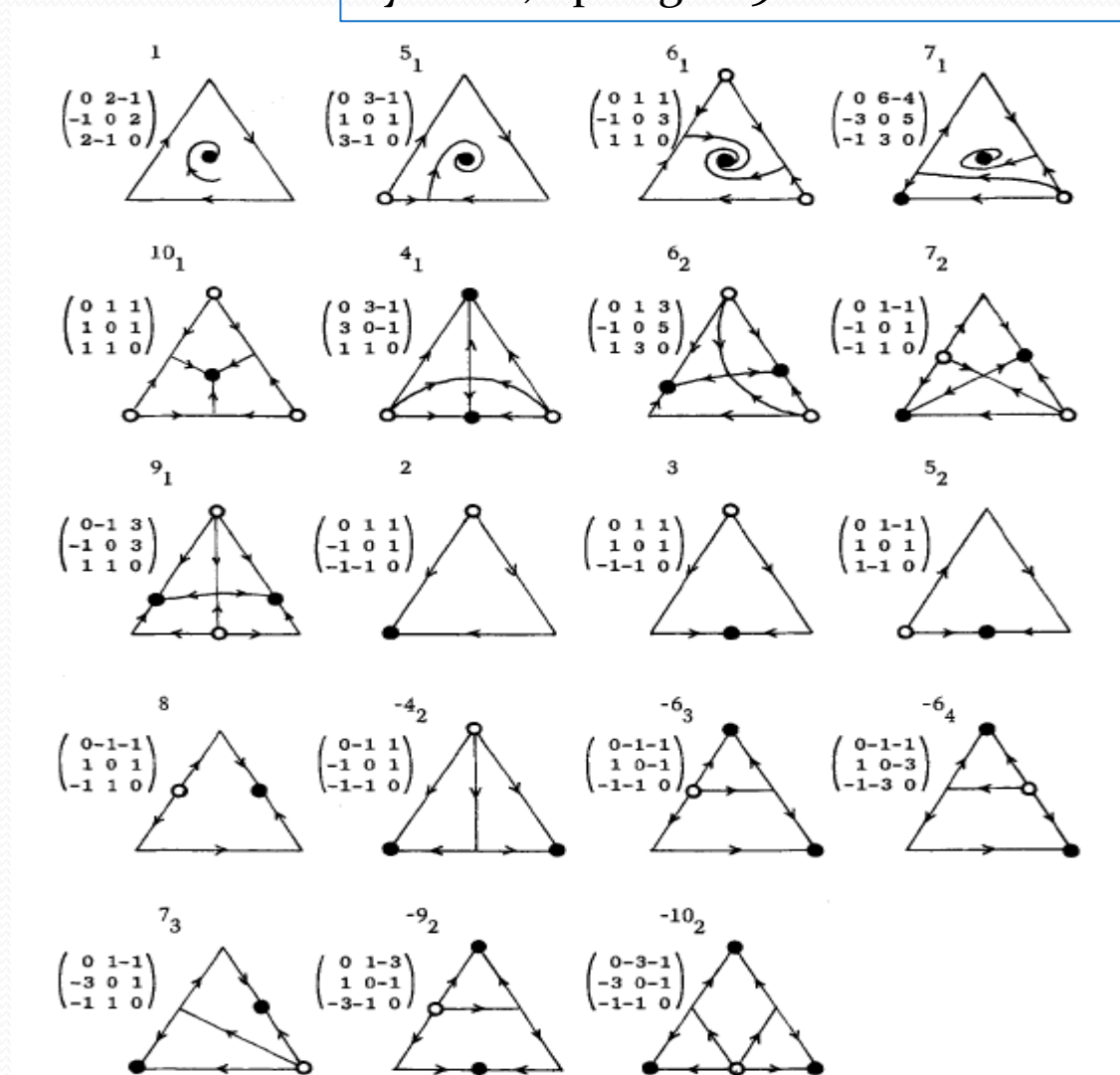


Replikatordynamik

(Klassifizierung symmetrische (2x3)-Spiele)

E. C. Zeeman, *POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY*,
In: *Global Theory of Dynamical Systems*, Springer 1980

E. C. Zeeman zeigt in seinem im Jahre 1980 veröffentlichten Artikel, dass man evolutionäre, symmetrische (2x3)-Spiele in 19 Klassen einteilen kann. Die Abbildung rechts zeigt das evolutionäre Verhalten dieser 19 Spieltypen. Die ausgefüllten schwarzen Punkte markieren die evolutionär stabilen Strategien der jeweiligen Spiele. Es gibt Spielklassen, die besitzen lediglich eine ESS und Klassen die sogar drei ESS besitzen.



III.3 Anwendungsfelder der Spieltheorie

III.3.1 Die Wissenschaft als komplexes Netzwerk (Models of Science Dynamics)

III.3.2 Sozio-ökonomische Labor- und Feldexperimente

III.3.3 Anwendungen in der Biologie

III.3.4 Anwendungen in den Politikwissenschaften

III.3.5 Spieltheorie und Auktionskonzepte

III.3.6 Finanzkrisen und evolutionäre Spiele

III.3.7 Sozio-ökonomische Netzwerke

Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie (I)

- **Biologie**

- **Verteilung von Bakterien in Organismen**

Siehe z.B.: Kerr, Feldmann, Nature 2002

- **Kooperation von Virus-Populationen**

Siehe z.B.: Turner, Chao, Nature 1999

- **Paarungsstrategien von Eidechsen**

Siehe z.B.: Sinervo, Hazard, Nature 1996

- **Evolutionäre Entwicklung von Makromolekülen**

Siehe z.B.: Eigen, Schuster, Naturwissenschaften 64, 1977

Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie (II)

- **Ökonomie**

- **„Public Goods“- (Öffentliches Gut)- Spiele**

- **Trust in Private and Common Property Experiments**, Elinor Ostrom, et al.
 - **Evolutionary Dynamics in Public Good Games**, CHRISTIANE CLEMENS and THOMAS RIECHMANN, Computational Economics (2006) 28: 399–420
 - **Institution Formation in Public Goods Games**, Michael Kosfeld, Akira Okada, and Arno Riedl, American Economic Review 2009, 99:4, 1335–1355

- **Experimentelle Ökonomie**

- **Cooperation in PD games: Fear, greed, and history of play**, T.K. AHN, ELINOR OSTROM, DAVID SCHMIDT, ROBERT SHUPP, Public Choice 106: 137–155, 2001.

- **„Behavioral“- Verhaltensökonomie (Altruismus, Empathie, ...)** z.B.: Fehr et al.

- **Evolution von Informationsnetzwerken**

Anwendungsfelder der evolutionären Spieltheorie (III)

- **Sozialwissenschaft**
 - **Kulturelle und moralische Entwicklungen**
 - **Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture**, Magnus Enquist, Stefano Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007) 129–135
 - **EVOLUTION OF MORAL NORMS**, William Harms and Brian Skyrms, *For Oxford Handbook on the Philosophy of Biology* ed. Michael Ruse
 - **Evolution der Sprache**
 - **Finite populations choose an optimal language**, Christina Pawlowitsch, *Journal of Theoretical Biology* 249 (2007) 606–616
 - **Soziales Lernen**
 - **Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture**, Magnus Enquist, Stefano Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007) 129–135
 - **Evolution von sozialen Normen**
 - **Collective Action and the Evolution of Social Norms**, Elinor Ostrom, *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 14, No. 3 (Summer, 2000), pp. 137-158
 - **Evolution von sozialen Netzwerken**
 - **GOVERNING SOCIAL-ECOLOGICAL SYSTEMS**, MARCO A. JANSSEN and ELINOR OSTROM
 - **A General Framework for Analyzing Sustainability of Social-Ecological Systems**, Elinor Ostrom, et al., *Science* 325, 419 (2009)

Beispiel

The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies

B. Sinervo & C. M. Lively

Department of Biology and Center for the Integrative Study of Animal Behavior, Indiana University, Bloomington, Indiana 47405, USA



Evolutionäre
Strategie
(Quasi-Spezies)



Orange

Blau

Gelb



The Rock-Siccor-Paper Game Replicatordynamics and ESS

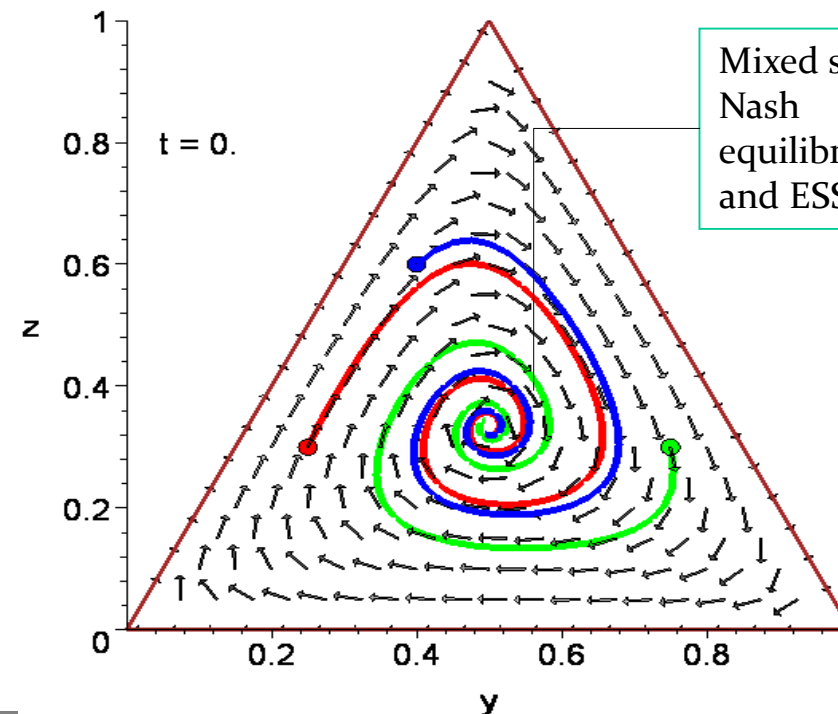
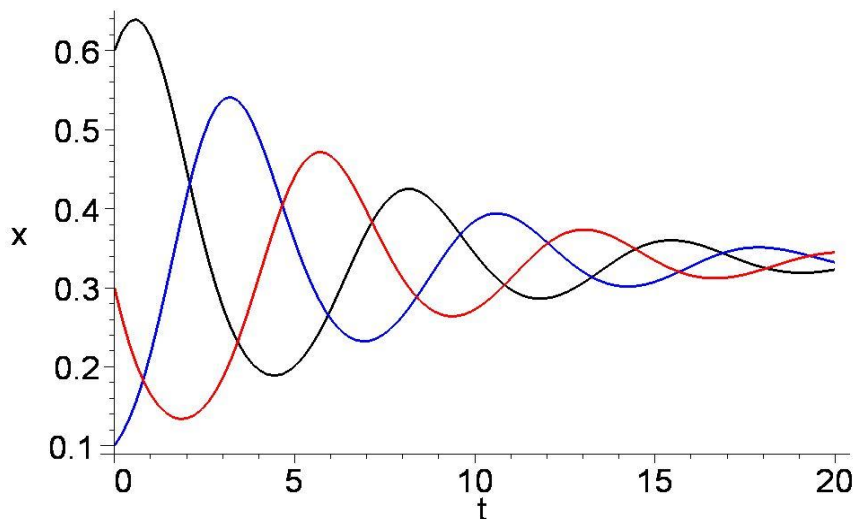
$$\frac{dx_1}{dt} = x_1 \cdot [2 \cdot x_2 - x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_2}{dt} = x_2 \cdot [-x_1 + 2 \cdot x_3 - \bar{\$}]$$

$$\frac{dx_3}{dt} = x_3 \cdot [2 \cdot x_1 - x_2 - \bar{\$}]$$

with: $\bar{\$} = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3$

| | Strategie 1 | Strategie 2 | Strategie 3 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|
| Strategie 1 | (0, 0) | (1, -1) | (-1, 1) |
| Strategie 2 | (-1, 1) | (0, 0) | (1, -1) |
| Strategie 3 | (1, -1) | (-1, 1) | (0, 0) |



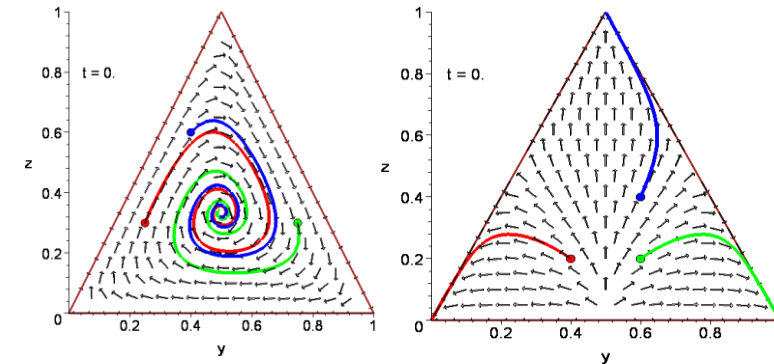
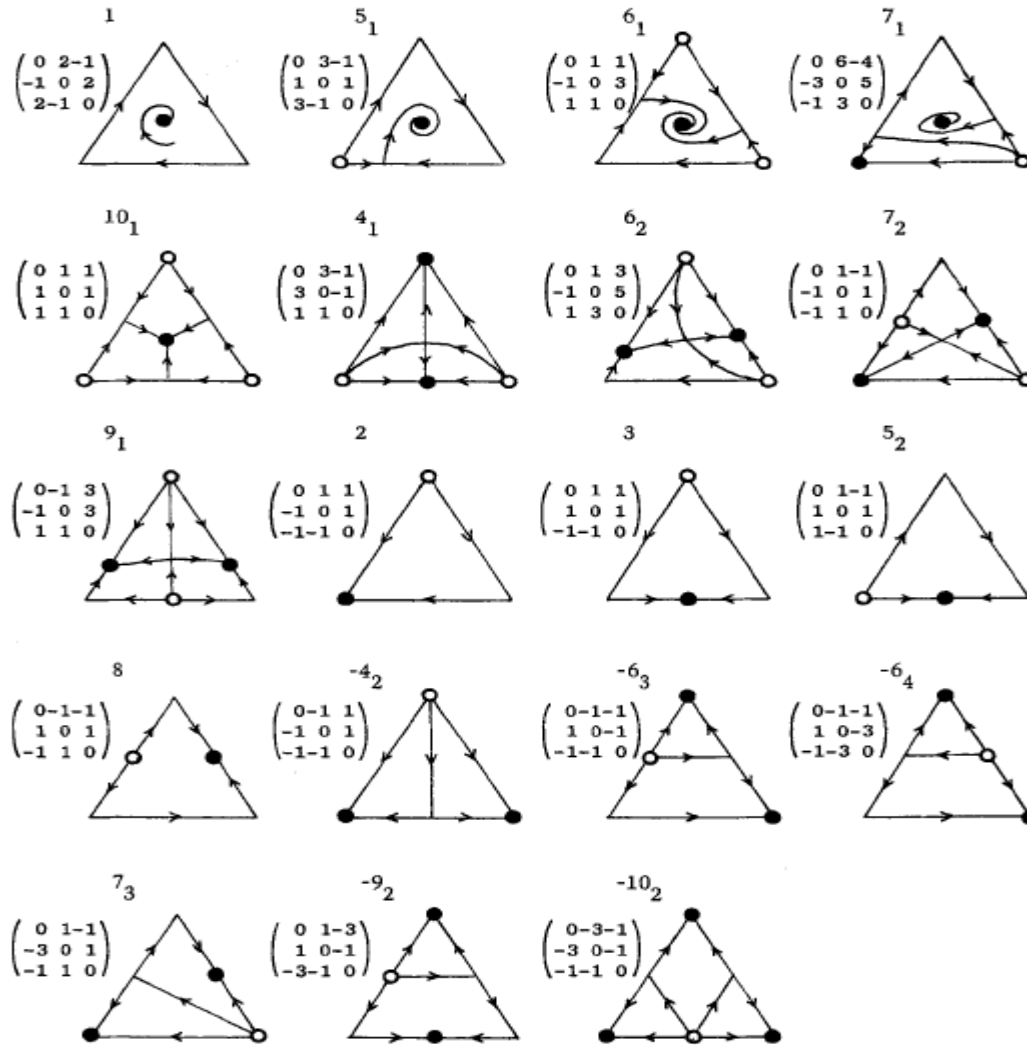
Mixed strategy
Nash
equilibrium
and ESS

Using
barycentric
coordinates:

$$y := x_2 + \frac{x_3}{2}$$

$$z := x_3$$

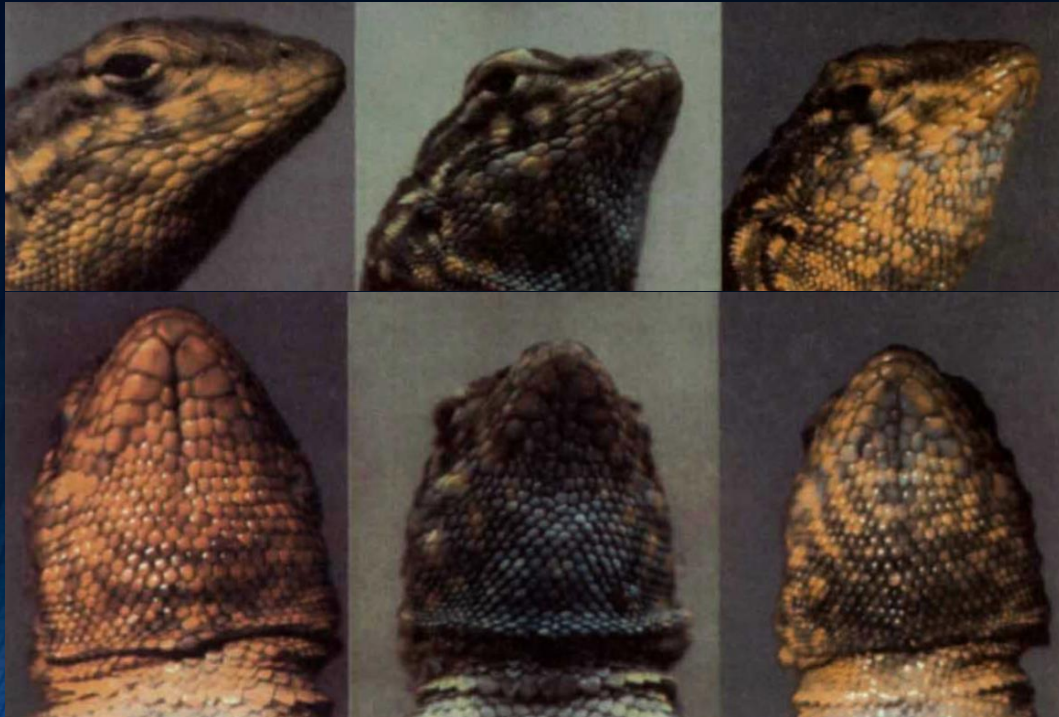
Classes of symmetric (2x3) games



FE. C. Zeeman proved in his article that one can categorize symmetric evolutionary (2x3) games into 19 different classes. The figure on the left side shows that some classes have only one ESS (filled black circles), while others can have three ESSs.

E. C. Zeeman, *POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY*,
In: *Global Theory of Dynamical Systems*, Springer 1980

The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection



B.Sinervo and C.M.Lively focus within their article (The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies, *Nature*, Vol.380 (1996)) on the sexual selection of male side-blotched lizards. From 1990-1995 they studied experimentally these animals and proposed an evolutionary model to explain their data.

Male fitness:

Number of monopolized + shared females

The male lizards have substantially three different colors, which are strongly connected to their behavior: **Orange** (very aggressive, defend large territories), **Blue** (less aggressive, defend small territories), **Yellow** (sneakers, look like females, not aggressive, do not defend territories). The payoff for the male lizards (their fitness) was estimated by the number of monopolized females (exclusively on his home range) and shared females (overlap to other territories),_{0.1.04.11}

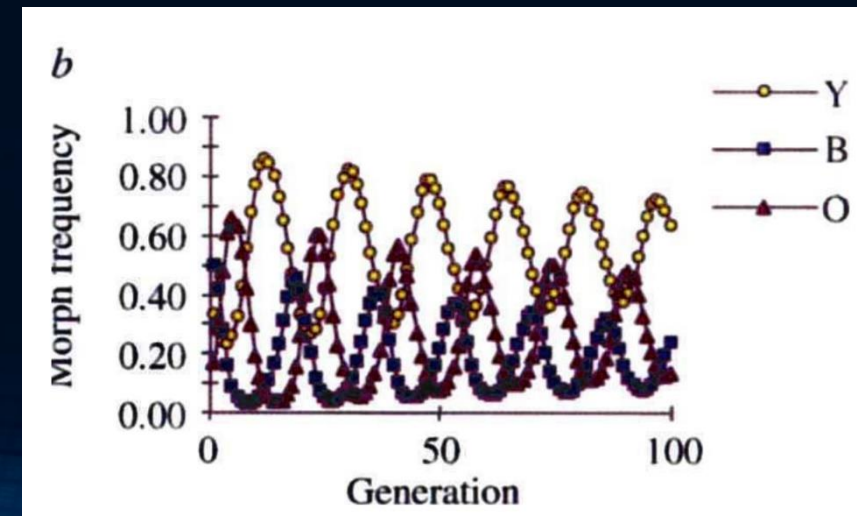
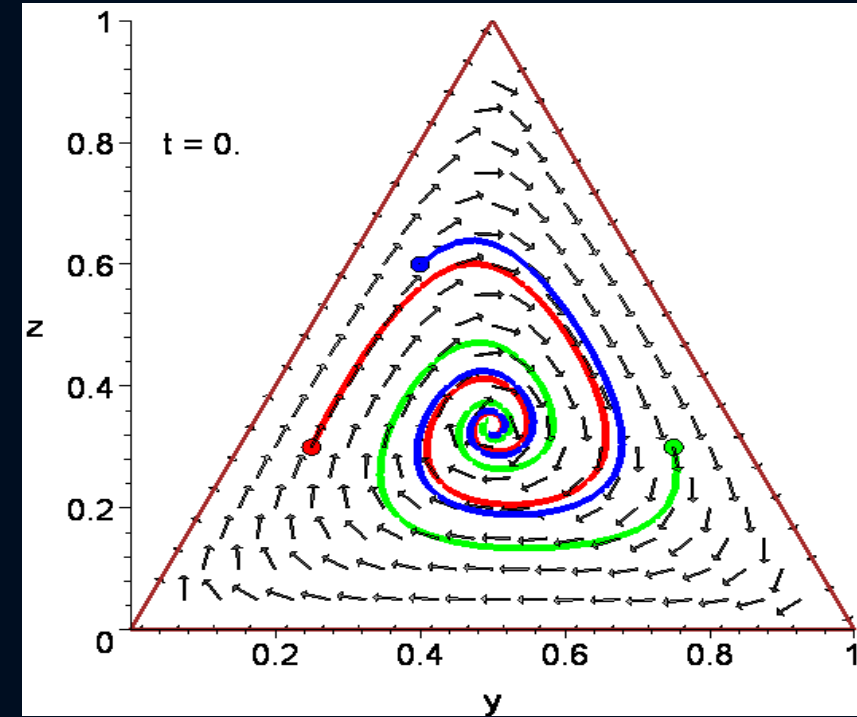
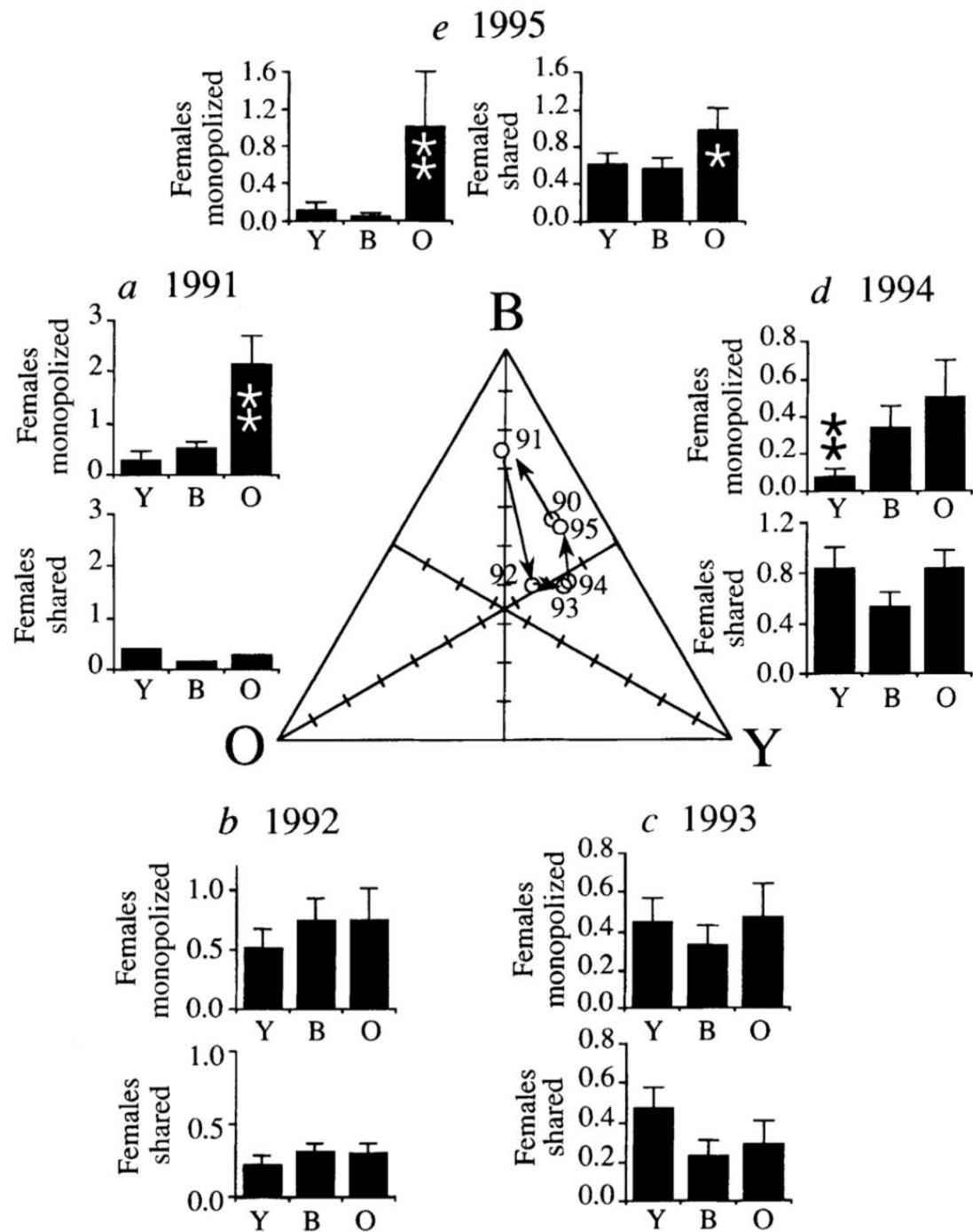
The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection

MANY species exhibit colour polymorphisms associated with alternative male reproductive strategies, including territorial males and ‘sneaker males’ that behave and look like females¹⁻³. The prevalence of multiple morphs is a challenge to evolutionary theory because a single strategy should prevail unless morphs have exactly equal fitness^{4,5} or a fitness advantage when rare^{6,7}. We report here the application of an evolutionary stable strategy model to a three-morph mating system in the side-blotched lizard. Using parameter estimates from field data, the model predicted oscillations in morph frequency, and the frequencies of the three male morphs were found to oscillate over a six-year period in the field. The fitnesses of each morph relative to other morphs were non-transitive in that each morph could invade another morph when rare, but was itself invadable by another morph when common. Concordance between frequency-dependent selection and the among-year changes in morph fitnesses suggest that male interactions drive a dynamic ‘rock-paper-scissors’ game⁷.



We have described the first biological example of a cyclical ‘Rock-paper-scissors’ game⁷. As in the game where paper beats rock, scissors beat paper, and rock beats scissors, the wide-ranging ‘ultradominant’ strategy of orange males is defeated by the ‘sneaker’ strategy of yellow males, which is in turn defeated by the mate-guarding strategy of blue males; the orange strategy defeats the blue strategy to complete the dynamic cycle. Frequency-dependent selection maintains substantial genetic variation in alternative male strategies, while at the same time prohibiting a stable equilibrium in morph frequency. □

The Rock-Papers-Scissors Game and the Evolution of Sexual Selection



Elfmeter im Fussball: Übergang von einem (2x2)-Spiel zu einem (2x3)-Spiel

Wolfgang Leininger and Axel Ockenfels*

The Penalty-Duel and Institutional Design: Is there a Neeskens-Effect?

Abstract

We document an increase in the scoring probability from penalties in soccer, which separates the time period before 1974 significantly from that after 1976: the scoring probability increased by 11%. We explain this finding by arguing that the *institution* of penalty-shooting before 1974 is best described as a *standard of behaviour* for striker and goal-keeper, which in game-theoretic terms represents a 2x2-game. In contrast to this, after 1976 the institution of the penalty-duel is best described by a 3x3 game form constrained by certain behavioural rules. Those rules can be parameterized by a *single* parameter, which nevertheless allows the theoretical reproduction (and hence explanation) of all the empirically documented regularities. The scoring probability in equilibrium of the latter institution is higher than in the former one. We present historical evidence to the effect, that this change in the perception of penalty-duels (as two different games), was caused by Johan Neeskens' shrewd and "revolutionary" penalty-taking during World-Cup 1974, when he shot a penalty in the first minute of the final between Germany and the Netherlands right into the *middle* of the goalmouth.

The following application is based on a working paper by W.Leininger and A.Ockenfels (CESIFO WORKING PAPER NO. 2187, 2008). The article focuses on the 'Penalty-Duel' in soccer and describes it as a simultaneous two player game – a game between the goalkeeper and the kicker.

Neeskens Elfmeter:

<https://www.youtube.com/watch?v=44HvFzhV9xI>

Artikel:

<https://www.econstor.eu/bitstream/10419/26769/1/528420186.PDF>

I.2.6 Mögliche Projekte im Teil I

Projekt I: Spielklassen symmetrischer (2x3)-Spiele

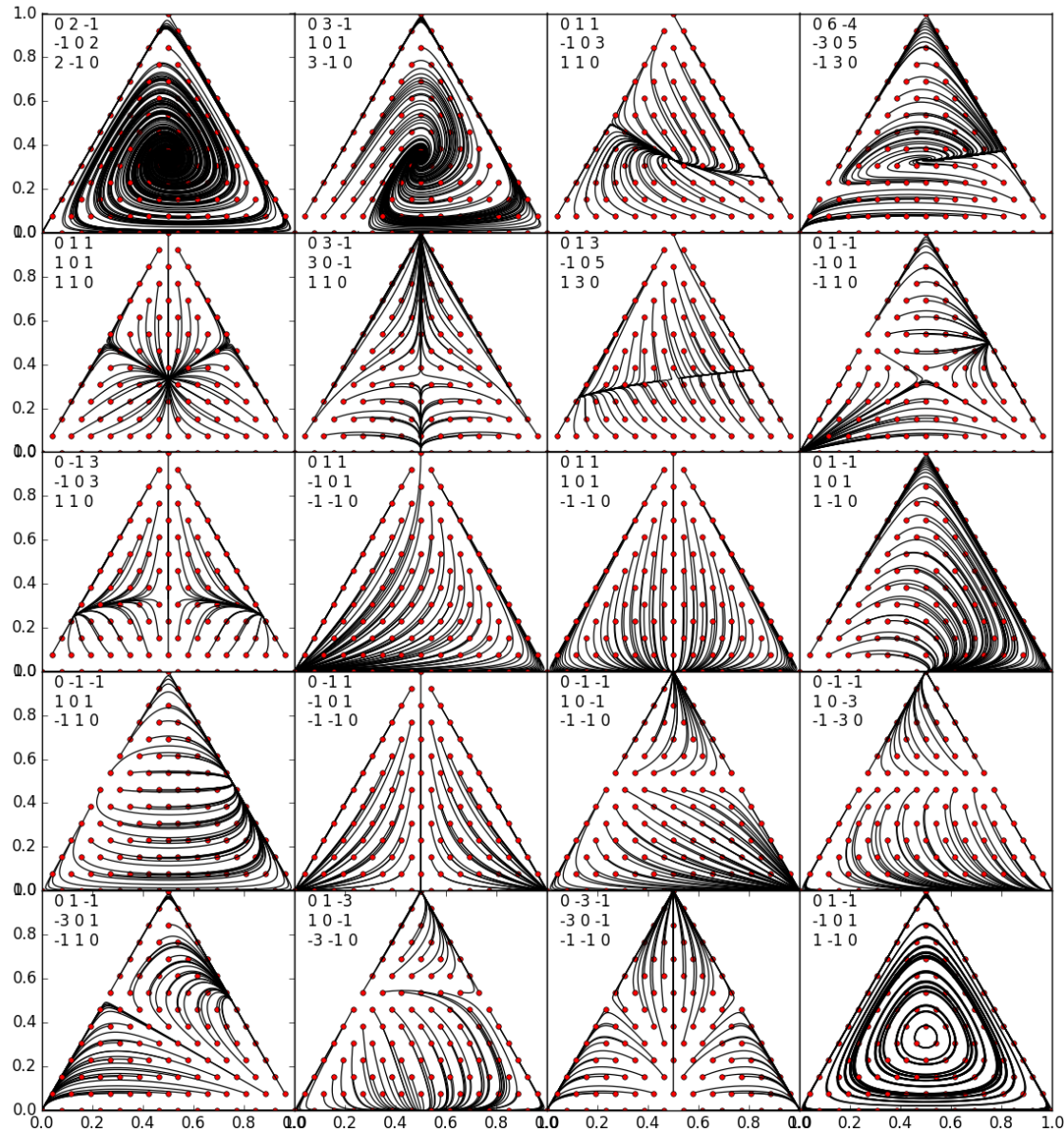
E. C. Zeeman zeigt in seinem im Jahre 1980 veröffentlichten Artikel, dass man evolutionäre, symmetrische (2x3)-Spiele in 19 Klassen einteilen kann. Es gibt Spielklassen, die besitzen lediglich eine evolutionär stabile Strategie und Klassen die sogar drei evolutionär stabile Strategien besitzen. (siehe E.C. Zeeman, POPULATION DYNAMICS FROM GAME THEORY, In: Global Theory of Dynamical Systems, Springer 1980). Stellen Sie Beispiele dieser Spielklassen mittels eines Maple Worksheets oder eines Python Skriptes dar. Das folgende Maple Worksheet kann Ihnen dabei helfen ([View Maple Worksheet](#), [Download Maple Worksheet](#)).

Projekt II: Äquivalenz der Räuber-Beute-Gleichung für 2-Populationen mit der Replikatorodynamik der evolutionären Spieltheorie für 3 Strategien

Stellen Sie die Äquivalenz der Räuber-Beute-Gleichung für 2-Populationen mit einem evolutionären Spiel mit 3 Strategien mittels eines Maple Worksheets oder eines Python Skriptes dar.

Spielklassen symmetrischer (2x3)-*Spiele*

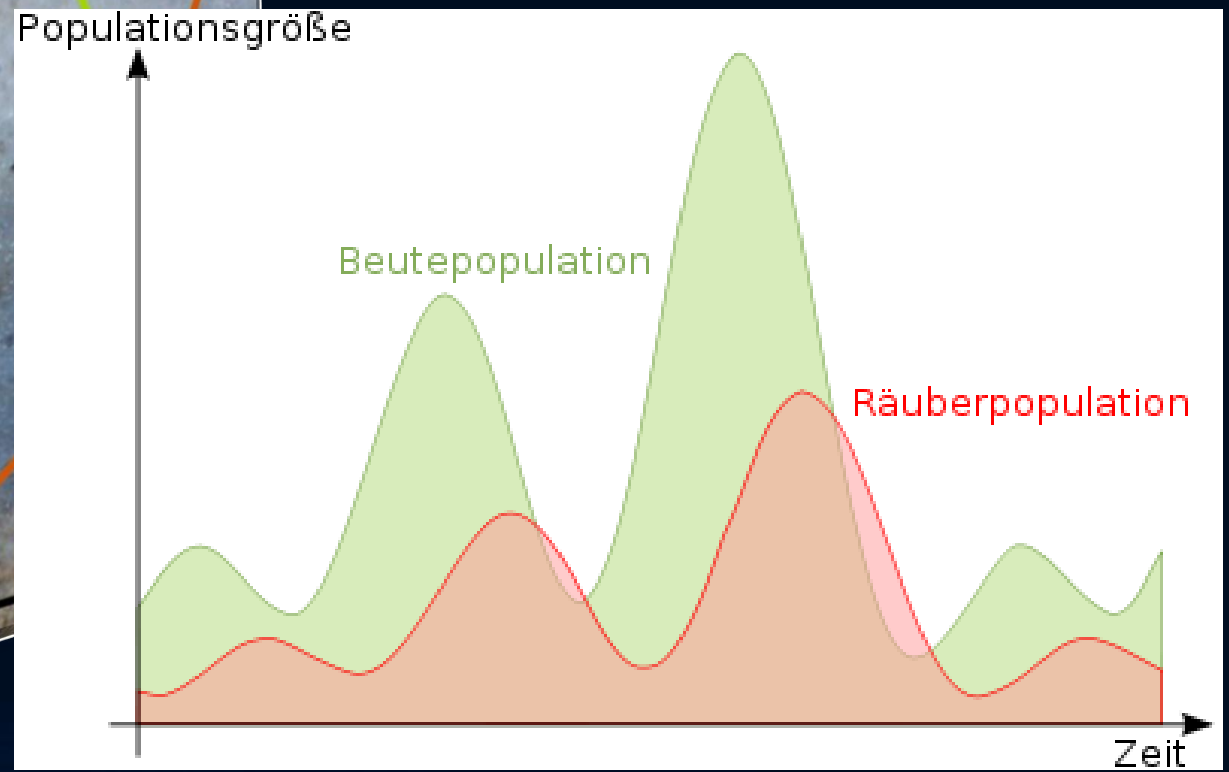
Beispiel Projekt I:
Die nebenstehende Abbildung
wurde mittels eines Python
Programms erzeugt, welches
im vorigen Semester von
Herrn Richard Lenkiewicz
erstellt wurde.



Räuber-Beute-Beziehung



Das Räuber-Beute Spiel



Die Lotka-Volterra-Gleichung (Räuber-Beute-Gleichung) für N-Populationen

Anzahl der Räuber/Beute Wesen
der i-ten Population zur Zeit t

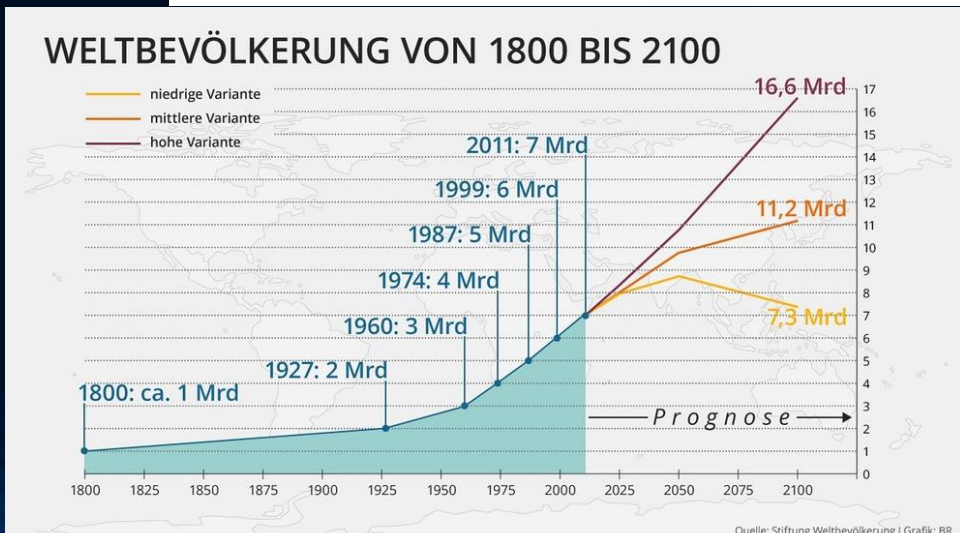
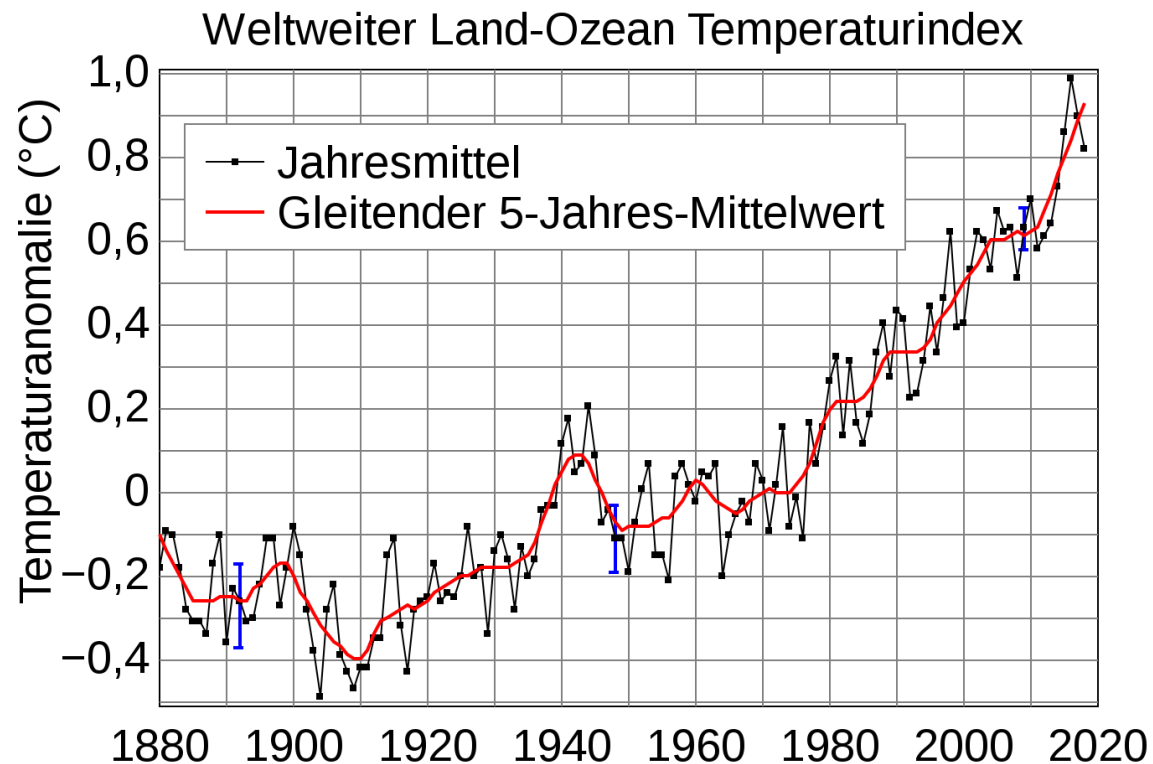
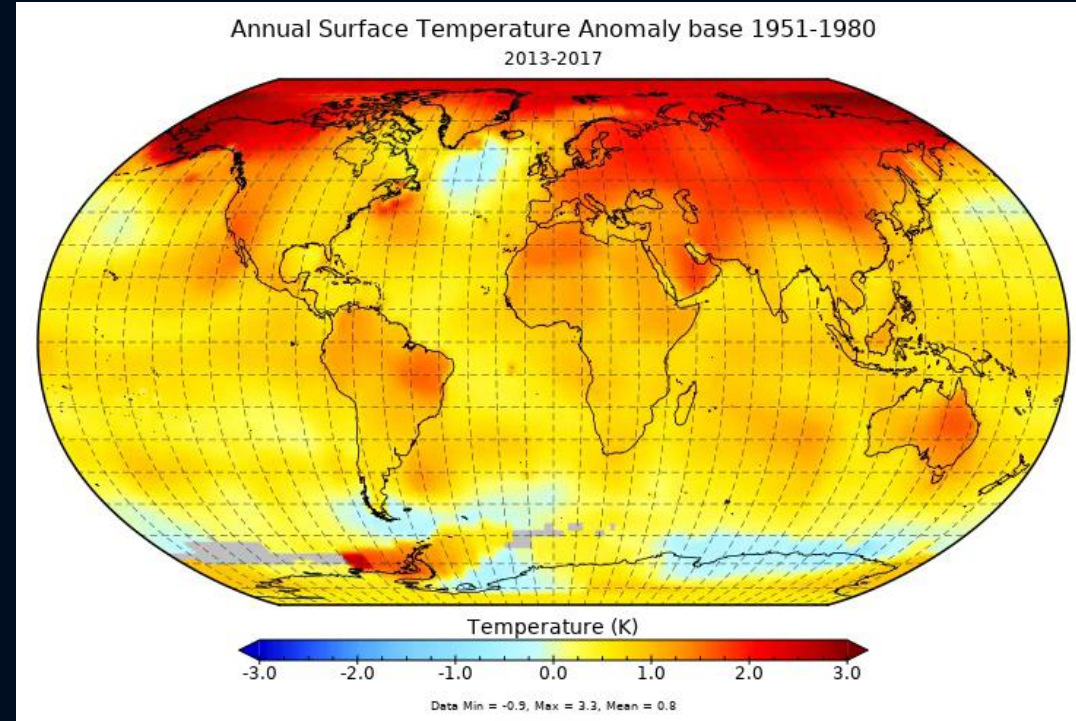
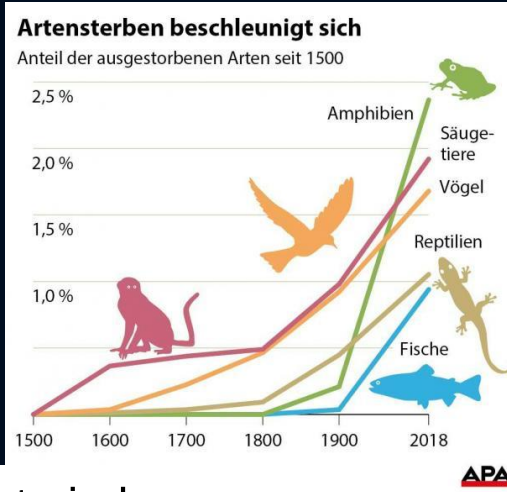
$$\frac{dx_i(t)}{dt} = \left(r_i + \sum_{j=1}^N b_{ij} x_j(t) \right) x_i(t)$$

Reproduktions-
bzw. Sterberaten

Interaktionsmatrix

Evolutionäre Irrwege einer Population

Es gibt Spielkonstellationen in denen eine Population von Akteuren zu einem dilemma-artigen Verhalten tendiert, welches global betrachtet nicht-optimal und unter Umständen sogar, für die eigene und andere Spezies, existenziell bedrohend sein kann.



A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers under social/moral pressure

The behaviour of each human, the travel behavior, eating habits and the unrestrained consumption in general has created a dangerous environmental condition and global warming could threaten our species existentially. Humanity is trapped in a dilemma-like situation.

The underlying CO₂-consumers game has been constructed in such a way that each reader can select a certain individual subgame relevant for his/her personal contribution to the climate crisis. Every day, each human is confronted several times with climate relevant decisions; e.g. daily strategic decisions like "Driving with the car to work or taking the public transport", and "Taking the elevator or the stairs" or recurrent annual decisions like "Taking the plane or the train to the next holiday" are examples of such decisions that effect the carbon dioxide emission and as a result the evolution of the climate crisis.

For details see a draft of a new paper:
<http://fias.uni-frankfurt.de/~hاناuske/new/tmp/paper.pdf>

A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers under social/moral pressure

| | H | L |
|---|----------------------------------|------------------------------------|
| H | $(B_H - \beta d, B_H - \beta d)$ | $(B_H - d, B_L + \alpha d)$ |
| L | $(B_L + \alpha d, B_H - d)$ | $(B_L + \gamma d, B_L + \gamma d)$ |

The disutility parameter d models a potential moral/social pressure which in principle can change over time. The impact of a sudden increase of the value of this disutility can change the game class of the underlying game.

Wie entwickelt sich der Populationsvektor $x(t)$? Welche Spielklassen sind möglich?

For details see a draft of a new paper:
<http://fias.uni-frankfurt.de/~hاناuske/new/tmp/paper.pdf>

Within the evolutionary extension of the CO₂-consumers game, each player daily selects one game partner out of his/her social neighborhood and discusses the two options of the specific subgame and fixes his/her individual choice for the next day. The Table summarizes the payoff structure of the underlying (2×2) game. In contrast to common payoff matrices of games, we have focused on a non-monetary utility formulation. B_H, B_L : quantifies the non-monetary benefit a person gains in the case of choosing the strategy H (L) and as a result emitting a high (low) amount of carbon dioxide.

Einführung Teil II

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. [Matthias Hanauske](#)

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)

II.1 Theorie der sozio-ökonomischen Netzwerke

Eine bedeutende Einschränkung der deterministischen, evolutionären Spieltheorie ist deren zugrundeliegende Netzwerkstruktur (Netzwerktopologie). Die jeweiligen Spieler der betrachteten Population suchen in jeder Spielperiode einen neuen Spielpartner, wobei sie hierbei zufällig vorgehen (zufälliges Netzwerk) und vom Prinzip her mit jedem Spieler innerhalb der Population potentiell das zugrundeliegende Spiel spielen können (vollständig verbundenes Netzwerk). In Bimatrix Spielen suchen sich die Spieler der Teilpopulation A einen zufälligen Spielpartner aus Gruppe B (bzw. umgekehrt). Betrachtet man sich jedoch real existierende sozio-ökonomische Netzwerke, so zeigt sich, dass diese Annahme oft nicht erfüllt ist. Personen kennen oft nur eine Teilmenge von Spielern innerhalb der Population (kein vollständig verbundenes Netzwerk) und die Wahl der potentiellen Spielpartner erfolgt oft auch nicht nach zufälligen Mustern.

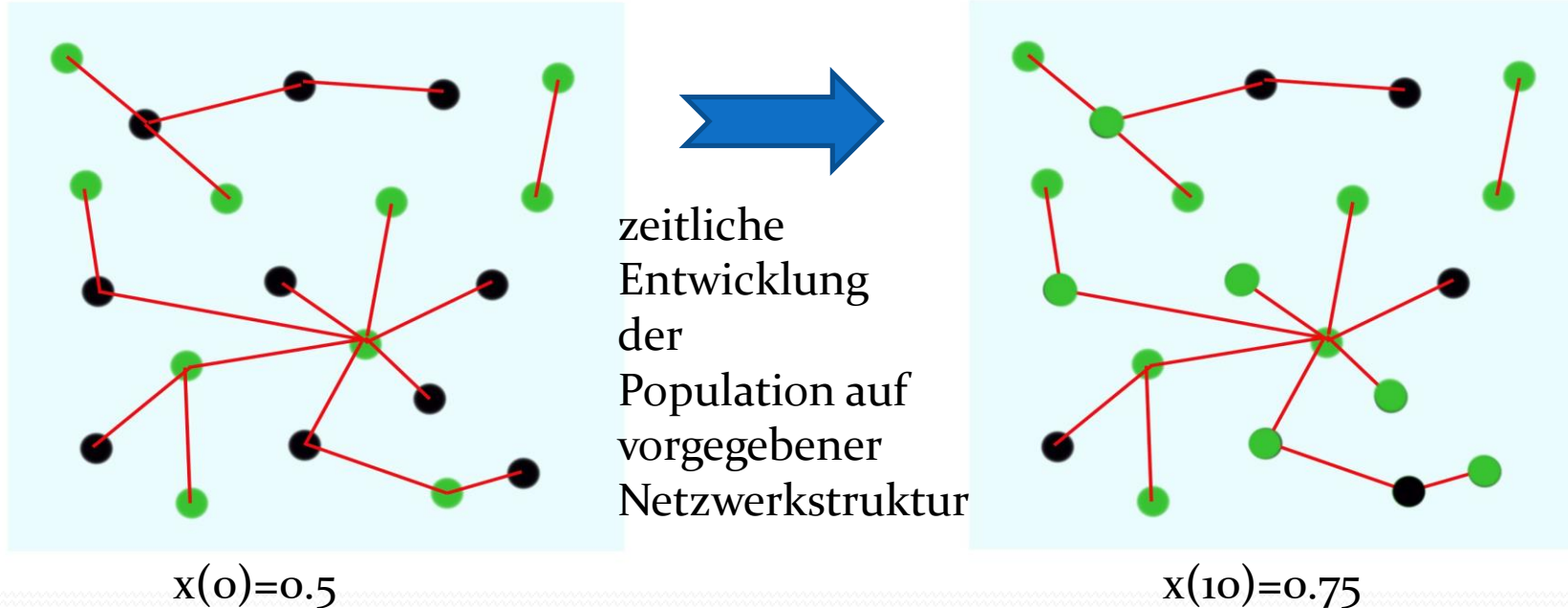
II.2 Einführung in die Theorie der komplexe Netzwerke

Die Theorie der komplexen Netzwerke bildet die Grundlage zur Beschreibung einer Vielzahl von unterschiedlichen biologischen und sozio-ökonomischen Systemen. Die mathematische Beschreibung komplexer Netzwerke ist in mehreren Übersichtsartikel (siehe z.B. <http://barabasi.com/f/103.pdf>, <https://arxiv.org/abs/cond-mat/0106144>, <http://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/S003614450342480>) zusammengefasst (siehe auch [Claudius Gros, "Complex and Adaptive Dynamical Systems, a Primer"](#)), wobei im besonderen die frei zugängliche Onlineversion des Buches *Network Science* von [Albert-Laszlo Barabasi](#) zu empfehlen ist. In dieser auf graphentheoretischen Grundlagen basierenden mathematischen Beschreibung der komplexe Netzwerke werden physikalische bzw. soziale Interaktionen durch Verbindungskanten zwischen den jeweiligen Netzwerkknoten beschrieben. In der Literatur werden grob vier unterschiedliche Netzwerktypen beschrieben -- die *zufälligen*, die *kleine Welt*, die *exponentiellen* und die *skalenfreien* Netzwerke. Die theoretische Netzwerkforschung befasst sich mit der Entstehung und Beschreibung dieser Netzwerke. Bei einigen Modellnetzwerken können analytische Ergebnisse gewonnen werden. Die Anwendung der Theorie auf real existierende Netzwerkstrukturen ist ebenfalls in den Übersichtsartikeln zusammengefasst. Neben sozialen Netzwerken wie z. B. wissenschaftliche Kollaborationen, Koautorenschaften und Zitationsverflechtungen wissenschaftlicher Artikel, Kommunikationsnetzwerken wie dem Internet und diversen weiteren sozio-ökonomischen Netzwerkstrukturen werden mit Hilfe des mathematischen Modells der komplexen Netzwerke auch biologische Netzwerken wie z.B. neuronale oder Proteinnetzwerke beschrieben und analysiert. Eine kurze Einführung findet sich z.B. auch unter dem folgenden Link: [Neue Entwicklungen in der Evolutionären Spieltheorie: Vorlesungsteil 6](#)

Im folgenden werden die vier unterschiedliche Netzwerktypen im einzelnen beschrieben. Zusätzlich wird die Python Programmierung komplexer Netzwerke vorgestellt. Mittels *Python* und der Programmibliothek *NetworkX* kann man in relativ einfacher Weise die unterschiedlichen Arten von komplexen Netzwerken grafisch darstellen und analysieren.

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Theorie der komplexen Netzwerke (I)

Da die Theorie der komplexen Netzwerke aus dem mathematischen Zweig der *Graphentheorie* entstanden ist benutzt sie nicht die „mathematischen Vokabeln“ der Spieltheorie. Man spricht z.B. nicht von Spielern, sondern von **Knoten** (bzw. Vertices). Die Verbindungen zwischen den Knoten werden als **Kanten** (bzw. Links) bezeichnet. Während die Spieler eines (klassischen) evolutionären Spiels mit allen anderen Spielern der Population in Kontakt treten können, ist dies bei einem Spiel auf einem komplexen Netzwerk im allgemeinen nicht möglich.

Netzwerke in der Realität

Netzwerke finden sich in den unterschiedlichsten sozialen, physikalischen und biologischen Systemen

- **Biologische Netzwerke**

- Protein- und Gennetzwerke

- **Soziale Netzwerke**

- Beziehungs- und Freundschaftsnetzwerke
- Netzwerke von Geschäftsbeziehungen und Firmenbeteiligungen
- Internetbasierte, soziale Web2.0 Netzwerke

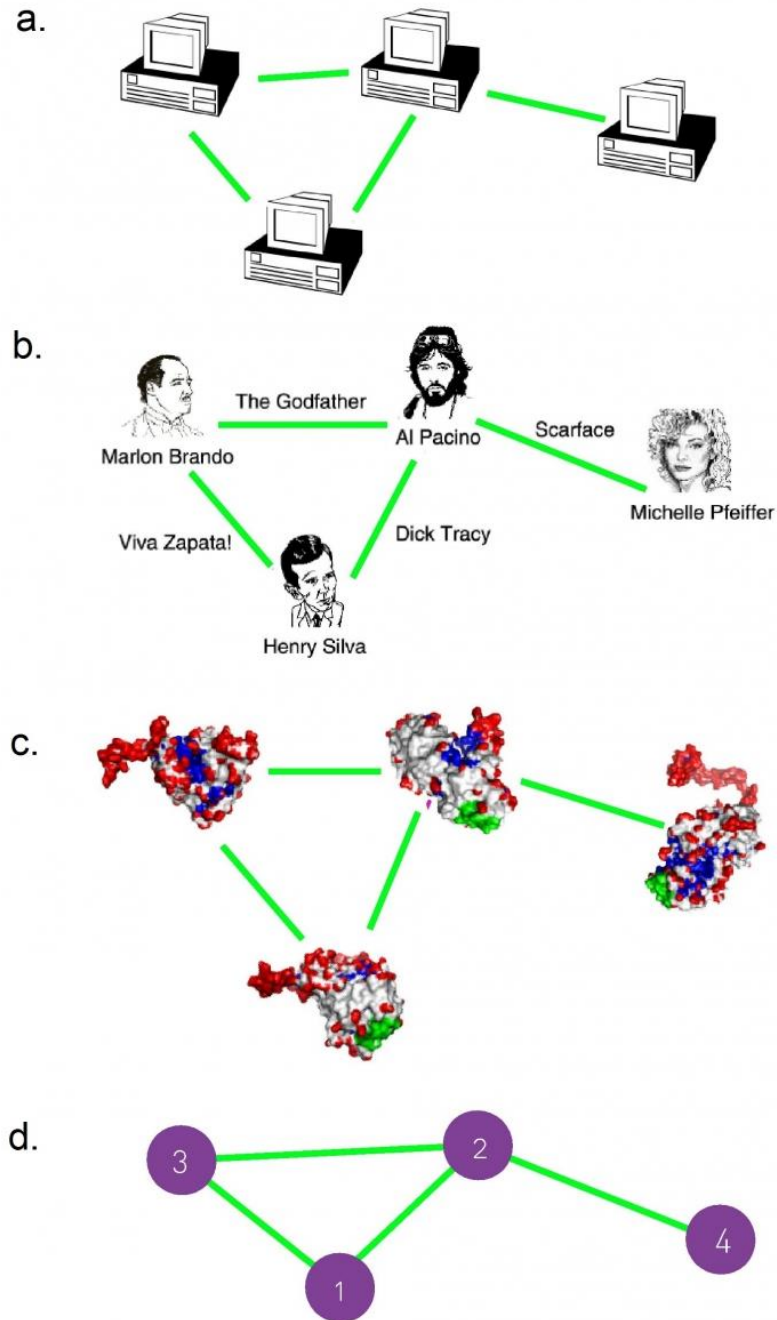
- **Technologische Netzwerke**

- Transportnetzwerke (Flug-, Zugrouten)
- Internetverbindungen zwischen Computerservern

- **Informationsnetzwerke**

- Wissensnetzwerke, Verlinkungen von Internetseiten
- Zitationsnetzwerke von wissenschaftlichen Artikeln
- Linguistische Netzwerke

Komplexe Netzwerke Knoten und Kanten



Different Networks, Same Graph

The figure shows a small subset of (a) the Internet, where routers (specialized computers) are connected to each other; (b) the Hollywood actor network, where two actors are connected if they played in the same movie; (c) a protein-protein interaction network, where two proteins are connected if there is experimental evidence that they can bind to each other in the cell. While the nature of the nodes and the links differs, these networks have the same graph representation, consisting of $N = 4$ nodes and $L = 4$ links, shown in (d).

Abbildung entnommen von:

Network Science by Albert-László Barabási

<http://networksciencebook.com/>

Viele der im Teil 2 behandelten Themen sind in diesem Buch ausführlich behandelt.

Theorie der komplexen Netzwerke (II)

Komplexe Netzwerke lassen sich wie folgt untergliedern:

- Handelt es sich nur um eine Knotenart (Spielergruppe), oder besteht das Netzwerk aus mehreren Knotenarten (z.B. Bi-Matrix Spiele).
- Sind die Kanten (Verbindungslinien zwischen den Knoten) gerichtet oder ungerichtet.
- Besitzen die Kanten zahlenmäßige Gewichtungen oder geben sie einfach an ob ein Knoten mit einem anderen verbunden oder nicht verbunden ist.
- Gibt es zeitliche Veränderungen des Netzwerks; ist die Anzahl der Knoten konstant oder wächst bzw. schrumpft sie im Laufe der Zeit.

Theorie der komplexen Netzwerke (III)

(Beispiele unterschiedlicher komplexer Netzwerke)

- a) Nicht gerichtetes und ungewichtetes Netzwerk einer einzigen Knotenart.
- b) Nicht gerichtetes und ungewichtetes Netzwerk dreier verschiedener Knotenarten, wobei zusätzlich drei verschiedene Kantenarten existieren.
- c) Nicht gerichtetes aber gewichtetes Netzwerk. Sowohl die Knoten als auch die Kanten des Netzwerks besitzen zahlenmäßige Gewichtungen.
- d) Gerichtetes aber nicht gewichtetes Netzwerk. Es existiert nur eine Knoten- und gerichtete Kantenart.

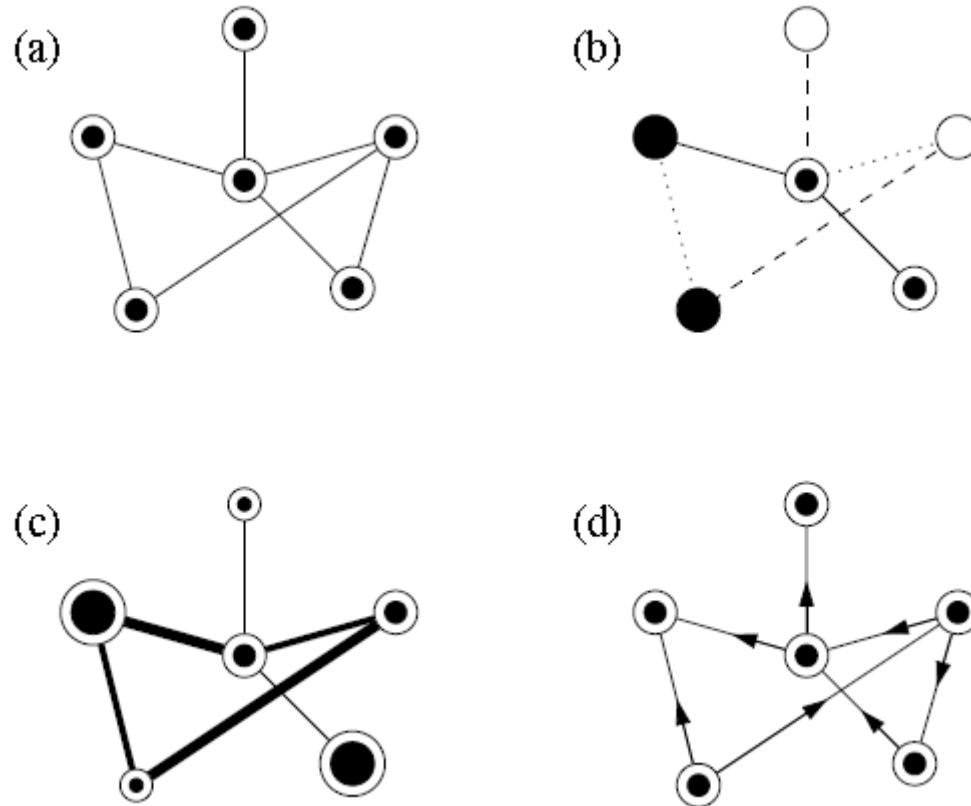


Abbildung: Unterschiedliche Netzwerktypen
Die Abbildung ist dem folgenden Artikel entnommen:
M. E. J. Newman,
„The structure and function of complex networks”

Theorie der komplexen Netzwerke (IV)

(Größen die ein Netzwerk charakterisieren)

- **Der Knotengrad k_i**

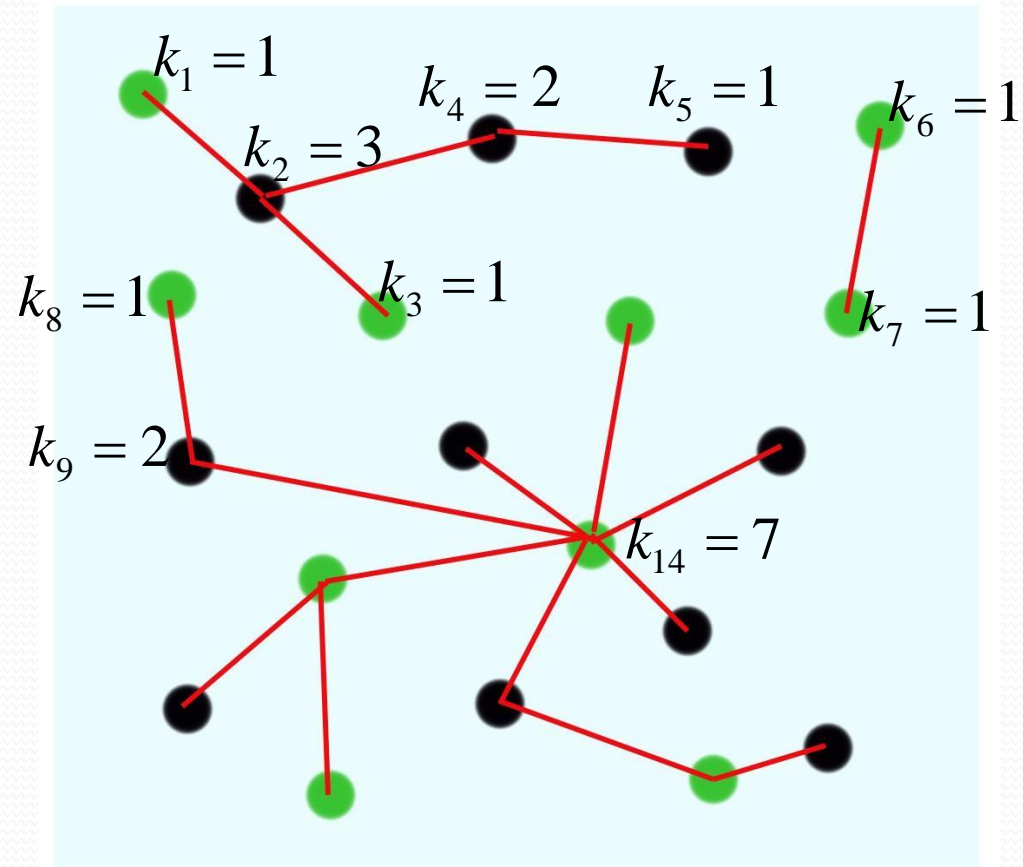
Der Knotengrad des Knotens i ist gleich der Anzahl der Kanten die der Knoten i besitzt. Bei gerichteten Netzwerken unterscheidet man zwischen dem eingehenden und ausgehenden Knotengrad. Bei gewichteten Netzwerken summiert man über die Zahlenfaktoren der gewichteten Kanten.

- **Der Clusterkoeffizient C_i**

Der Clusterkoeffizient gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass zwei nächste Nachbarn eines Knotens ebenfalls nächste Nachbarn untereinander sind. Der globale Wert C des Netzwerks stellt demnach eine Art von „Cliques“-Nachbarschafts-Eigenschaft des Netzwerks dar

- **Der Durchmesser des Netzwerks**

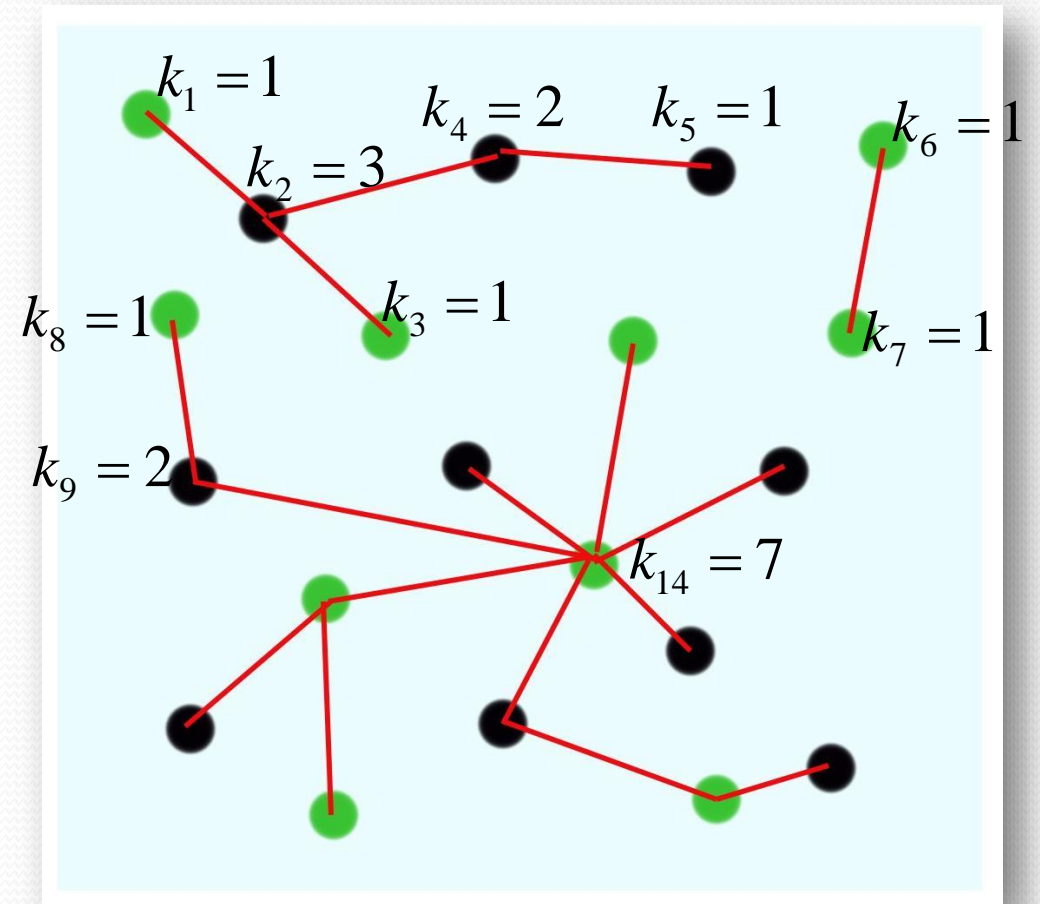
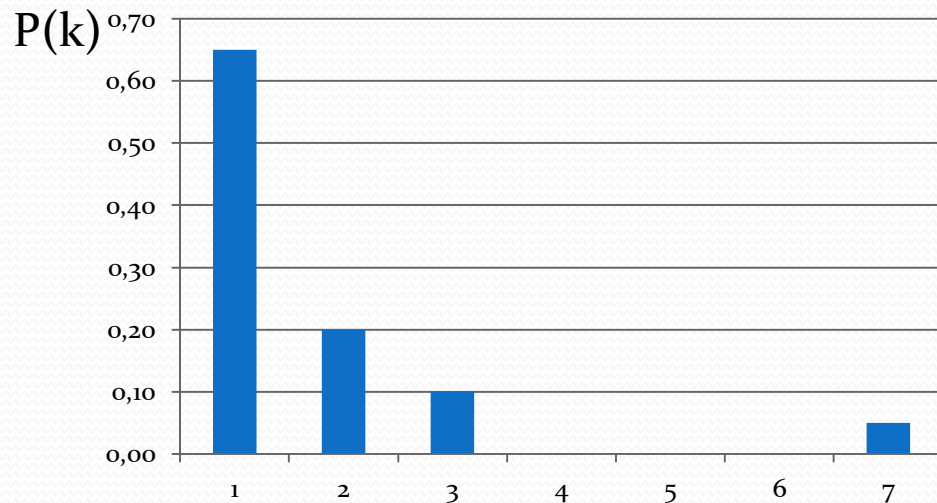
Der Durchmesser des Netzwerks gibt die maximale kürzeste Kantenlänge zwischen zwei beliebigen Knoten des Netzwerkes an.



Theorie der komplexen Netzwerke (IV)

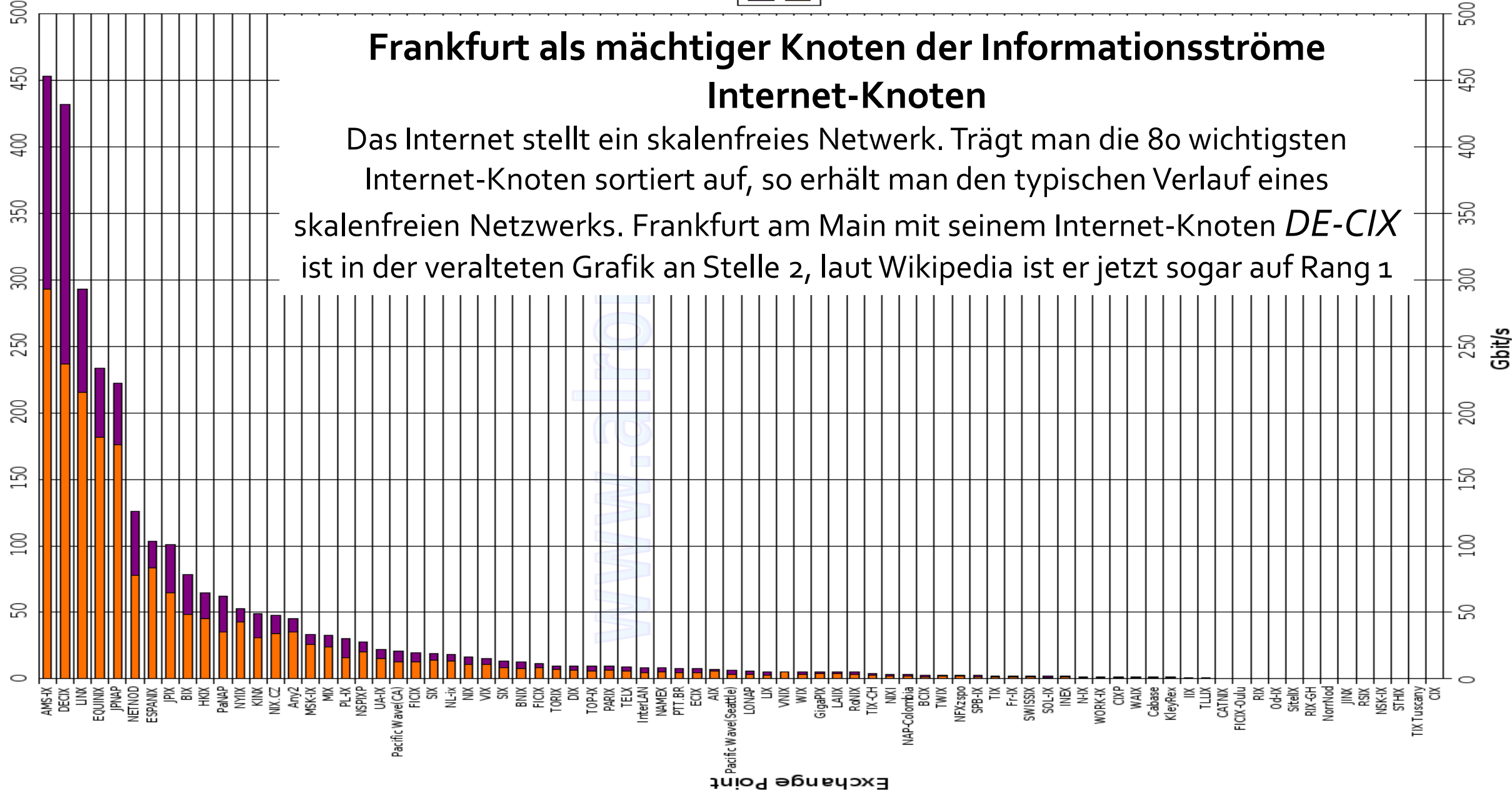
(Die Verteilungsfunktion der Knotengrade)

Die Verteilungsfunktion der Knotengrade $P(k)$ (bzw. $N(k)$) ist eine wichtige das Netzwerk charakterisierende Größe. Sie gibt an, wie groß der Anteil an Netzwerkknoten mit Knotengrad k ist. Bei realen (endlichen) Netzwerken ist diese Funktion keine kontinuierliche, sondern eine diskrete Funktion. In dem rechten Beispiel besitzt die Verteilungsfunktion das folgende Aussehen:

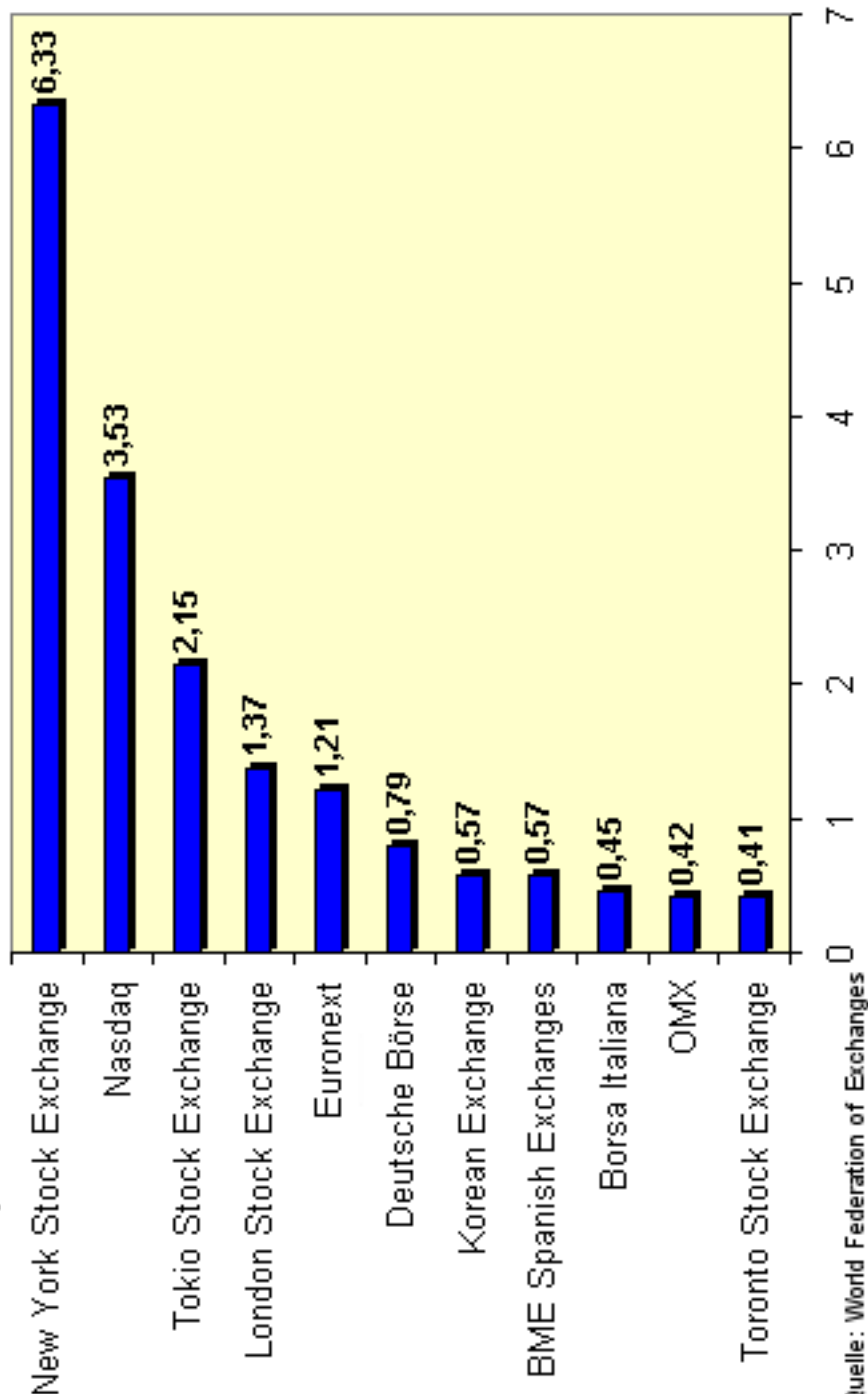


k

Top 80 Internet exchange points



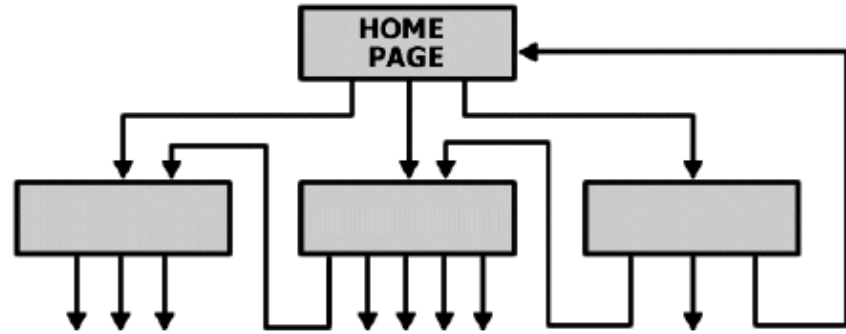
Die weltweit größten Wertpapierbörsen
nach Handelsvolumen (notierte inländische Aktien) in Billionen US-Dollar
Januar bis April 2006



Die Frankfurter Wertpapierbörse (FWB)

ist die bedeutendste deutsche Börse mit Sitz in Frankfurt am Main. Betreiberin und Träger ist die Deutsche Börse AG. Im Jahr 2000 wurde die Neue Börse im Industriehof in Frankfurt am Main in einem neuen Gebäude bezogen. Im Jahr 2005 wurden an den deutschen Börsen rund 3,8 Billionen Euro umgesetzt. Dabei entfielen vom Gesamtumsatz rund 3,2 Billionen Euro auf Aktien, Optionsscheine und börsengehandelte Fonds und rund 615 Milliarden Euro auf Anleihen. Der Aktienumsatz betrug 1,3 Billionen Euro, bei deutschen Aktien entfallen rund 98 % des Handels auf die Frankfurter Wertpapierbörse und Xetra, das elektronische Handelssystem der Deutschen Börse. Im Oktober 2008 entfielen 97 % der Umsätze in deutschen Aktien auf Xetra und die Frankfurter Parkettbörse. Bei ausländischen Aktien liefen über 86 % des Umsatzes über Xetra und den Präsenzhandel.'

WORLD-WIDE WEB



INTERNET

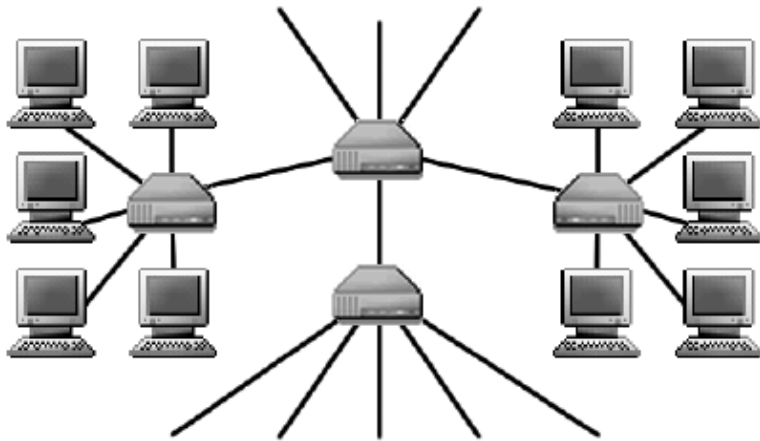
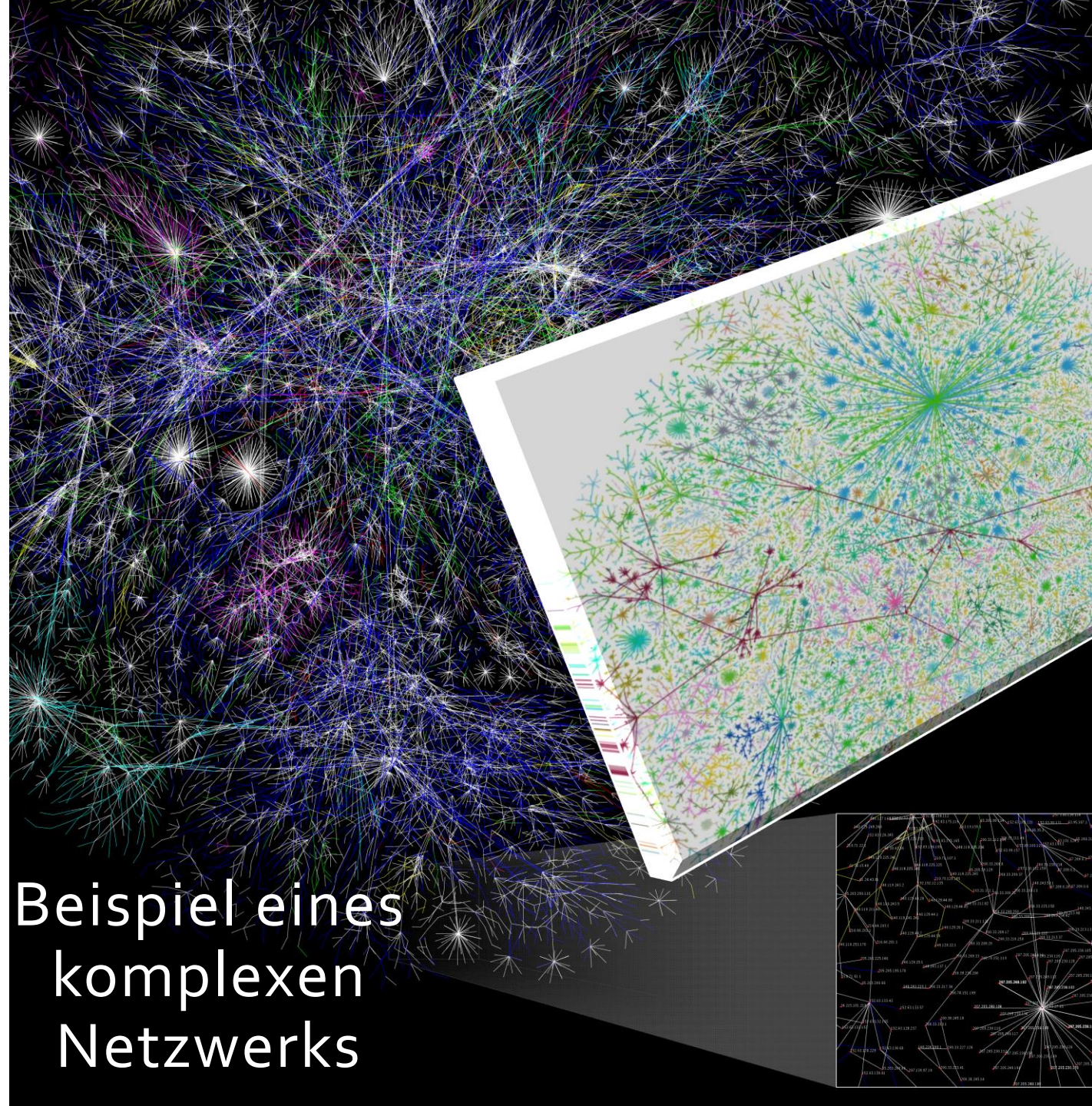


FIG. 1. Network structure of the World-Wide Web and the Internet. Upper panel: the nodes of the World-Wide Web are web documents, connected with directed hyperlinks (URLs). Lower panel: on the Internet the nodes are the routers and computers, the edges are the wires and cables that physically connect them. Figure courtesy of István Albert.

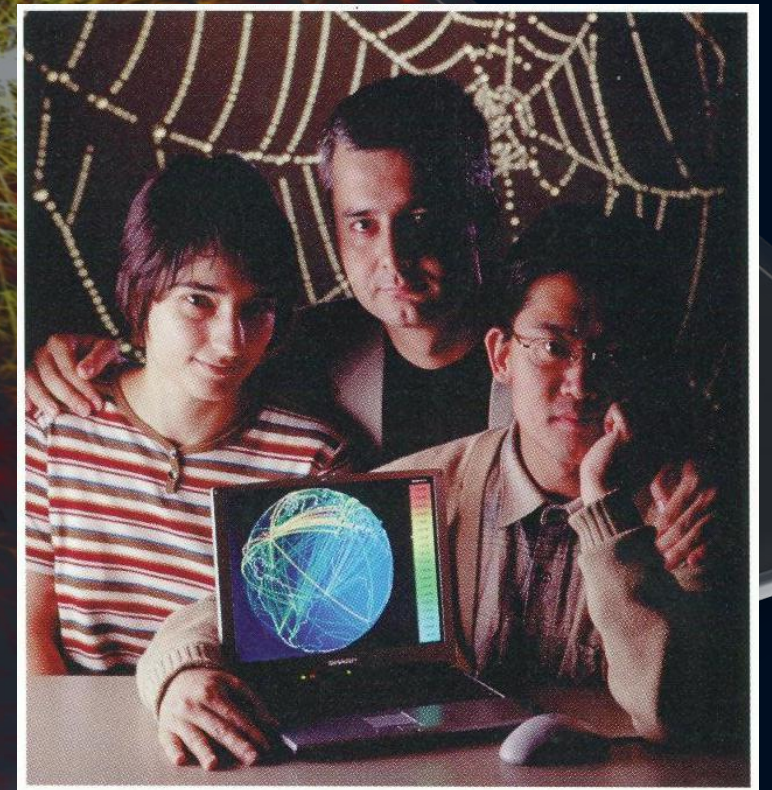
Beispiel eines
komplexen
Netzwerks



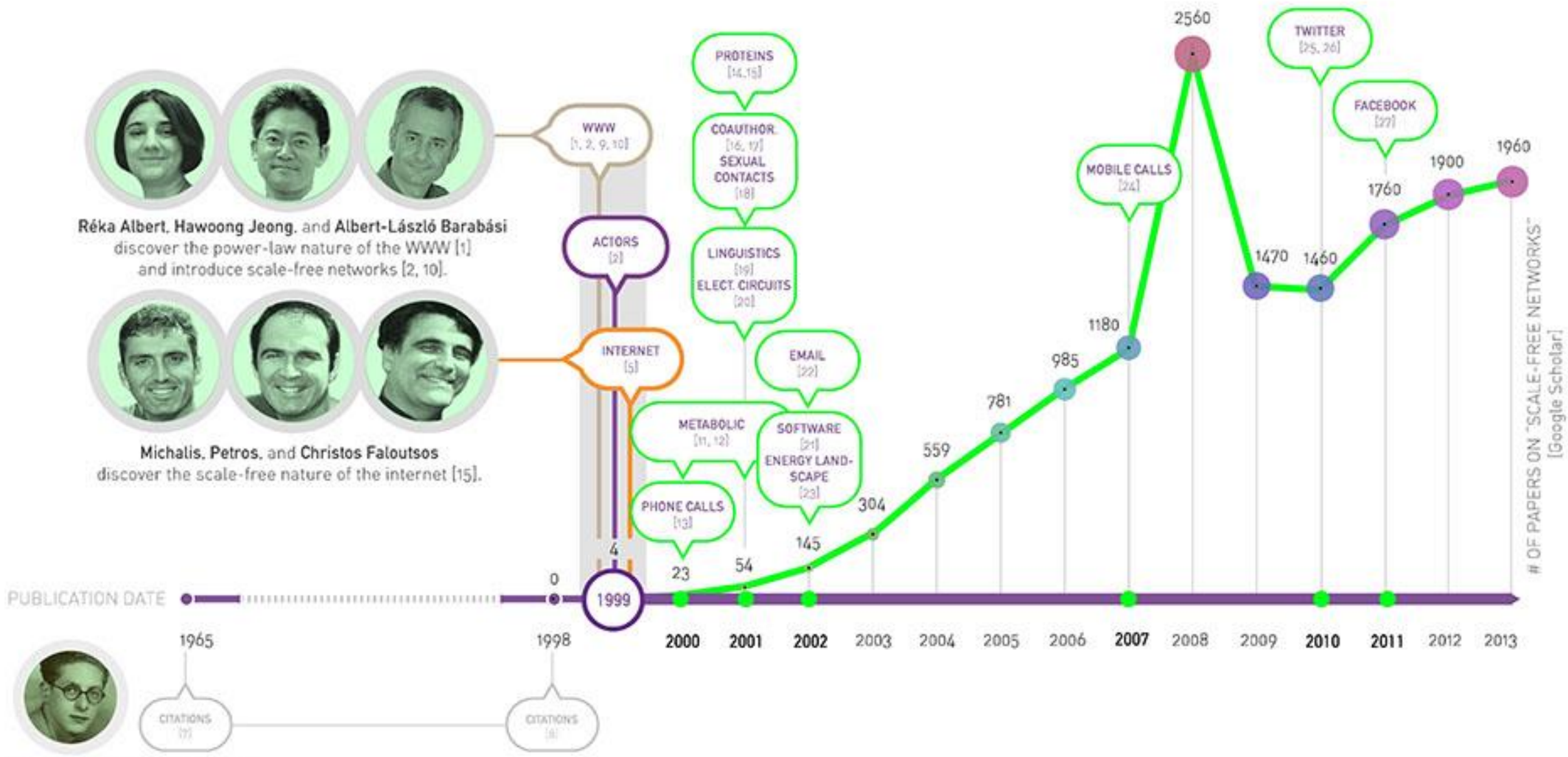
Wechselwirkungen und Struktur im Internet

Im Jahre 1999 untersuchten Albert-Laszlo Barabasi und Mitarbeiter die topologische Struktur des Internets (WWW)

A photo taken for Business 2.0 magazine in 2000, showing Reka Albert, Hawoong Jeong and Albert-Laszlo Barabasi, soon after our publication of the paper on the topology of the WWW.
(see <http://networksciencebook.com/>)



Viele der folgenden Abbildungen sind aus dem frei zugänglichen Buch „Network Science“ von Albert-Laszlo Barabasi entnommen.
<http://networksciencebook.com/>



Skalenfreie Netzwerke auch in vielen weiteren sozio-ökonomischen und biologischen Systemen

The Structure and Function of Complex Networks*

M. E. J. Newman[†]

Netzwerkstrukturen in unterschiedlichsten Systemen

| | Network | Type | n | m |
|---------------|-----------------------|------------|-------------|---------------|
| Social | film actors | undirected | 449 913 | 25 516 482 |
| | company directors | undirected | 7 673 | 55 392 |
| | math coauthorship | undirected | 253 339 | 496 489 |
| | physics coauthorship | undirected | 52 909 | 245 300 |
| | biology coauthorship | undirected | 1 520 251 | 11 803 064 |
| | telephone call graph | undirected | 47 000 000 | 80 000 000 |
| | email messages | directed | 59 912 | 86 300 |
| | email address books | directed | 16 881 | 57 029 |
| | student relationships | undirected | 573 | 477 |
| | sexual contacts | undirected | 2 810 | |
| Information | WWW nd.edu | directed | 269 504 | 1 497 135 |
| | WWW Altavista | directed | 203 549 046 | 2 130 000 000 |
| | citation network | directed | 783 339 | 6 716 198 |
| | Roget's Thesaurus | directed | 1 022 | 5 103 |
| | word co-occurrence | undirected | 460 902 | 17 000 000 |
| Technological | Internet | undirected | 10 697 | 31 992 |
| | power grid | undirected | 4 941 | 6 594 |
| | train routes | undirected | 587 | 19 603 |
| | software packages | directed | 1 439 | 1 723 |
| | software classes | directed | 1 377 | 2 213 |
| | electronic circuits | undirected | 24 097 | 53 248 |
| | peer-to-peer network | undirected | 880 | 1 296 |
| Biological | metabolic network | undirected | 765 | 3 686 |
| | protein interactions | undirected | 2 115 | 2 240 |
| | marine food web | directed | 135 | 598 |
| | freshwater food web | directed | 92 | 997 |
| | neural network | directed | 307 | 2 359 |

Netzwerk-Klassen

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen:

i. Zufällige Netzwerke

Die einzelnen Kanten bei *zufälligen Netzwerke* werden von den Knoten (Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt.

ii. „Kleine Welt“-Netzwerke (small-world networks)

i. „Kleine Welt“-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus.

iii. Exponentielle Netzwerke

iv. Skalenfreie Netzwerke