

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*PC-POOL RAUM 01.120
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
30.11.2018*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

7. Vorlesung

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
PC-Pool Raum 01.120, immer freitags von 15.00 bis 17.00 Uhr
- Vorlesungs-Materialien:
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hansuske/VPSOC/>
- Aufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Plan für die heutige Vorlesung:
Zusammenfassung Teil II Klassen von Netzwerken (zufällige, small world, exponentielle und skalenfreie Netzwerke), Einführung in Teil III, Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken, Spatial Games

Netzwerk-Klassen

Aufgrund ihrer unterschiedlichen Eigenschaften unterscheidet man die folgenden Netzwerk-Klassen:

i. Zufällige Netzwerke

Die einzelnen Kanten bei *zufälligen Netzwerke* werden von den Knoten (Spielern) nach einem rein zufälligen Muster ausgewählt.

ii. „Kleine Welt“-Netzwerke (small-world networks)

- i. „Kleine Welt“-Netzwerke zeichnen sich durch einen kleinen Wert der durchschnittlichen kürzesten Verbindung zwischen den Knoten des Netzwerkes und einem großen Wert des Clusterkoeffizienten aus.

iii. Exponentielle Netzwerke

iv. Skalenfreie Netzwerke

The Structure and Function of Complex Networks*

M. E. J. Newman[†]

Netzwerkstrukturen in unterschiedlichsten Systemen

	Network	Type	n	m
Social	film actors	undirected	449 913	25 516 482
	company directors	undirected	7 673	55 392
	math coauthorship	undirected	253 339	496 489
	physics coauthorship	undirected	52 909	245 300
	biology coauthorship	undirected	1 520 251	11 803 064
	telephone call graph	undirected	47 000 000	80 000 000
	email messages	directed	59 912	86 300
	email address books	directed	16 881	57 029
	student relationships	undirected	573	477
	sexual contacts	undirected	2 810	
Information	WWW nd.edu	directed	269 504	1 497 135
	WWW Altavista	directed	203 549 046	2 130 000 000
	citation network	directed	783 339	6 716 198
	Roget's Thesaurus	directed	1 022	5 103
	word co-occurrence	undirected	460 902	17 000 000
Technological	Internet	undirected	10 697	31 992
	power grid	undirected	4 941	6 594
	train routes	undirected	587	19 603
	software packages	directed	1 439	1 723
	software classes	directed	1 377	2 213
	electronic circuits	undirected	24 097	53 248
	peer-to-peer network	undirected	880	1 296
Biological	metabolic network	undirected	765	3 686
	protein interactions	undirected	2 115	2 240
	marine food web	directed	135	598
	freshwater food web	directed	92	997
	neural network	directed	307	2 359

Section 3.2

The Random Network Model

Wie erzeugt man mittels eines mathematischen Algorithmus ein zufälliges Netzwerk (siehe Box 3.2)

Section 3.4

Degree Distribution

Wie sieht die Verteilungsfunktion der Knotengrade in zufälligen Netzwerken aus (siehe Image 3.4 Binomial vs. Poisson Degree Distribution)

Section 3.5

Real Networks are Not Poisson

Vergleich: Real existierende Netzwerke \leftrightarrow Zufällige Netzwerke (siehe Image 3.6 Degree Distribution of Real Networks)

Section 3.6

The Evolution of a Random Network

Relativen Größe des Hubs (grösster verbundener Knotencluster) hängt von dem durchschnittlichen Knotengrad des Netzwerkes ab. Definition von unterschiedlichen Regimen in zufälligen Netzwerken (subcritical, supercritical, fully connected) (siehe Image 3.7 Evolution of a Random Network)

Section 3.7

Real Networks are Supercritical

Sind real existierende Netzwerke subcritical, supercritical oder fully connected? (siehe Table 3.1 Are Real Networks Connected? und Image 3.9 Most Real Networks are Supercritical)

Section 3.8

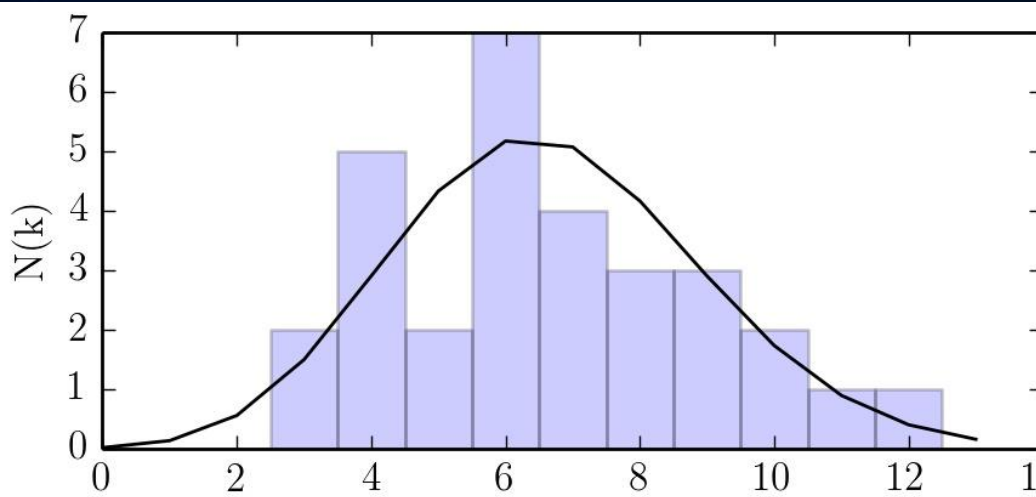
Small Worlds

Definition der kleinen Welt Eigenschaft in komplexen Netzwerken "In the language of network science the small world phenomenon implies that the distance between two randomly chosen nodes in a network is short." Mittlerer Abstand zwischen zwei Knoten im Netzwerk $\langle d \rangle$ bestimmt die Eigenschaft von kleinen Welt Netzwerken (siehe Image 3.10 Six Degree of Separation and Image 3.11 Why are Small Worlds Surprising? und Table 3.2 Six Degrees of Separation)

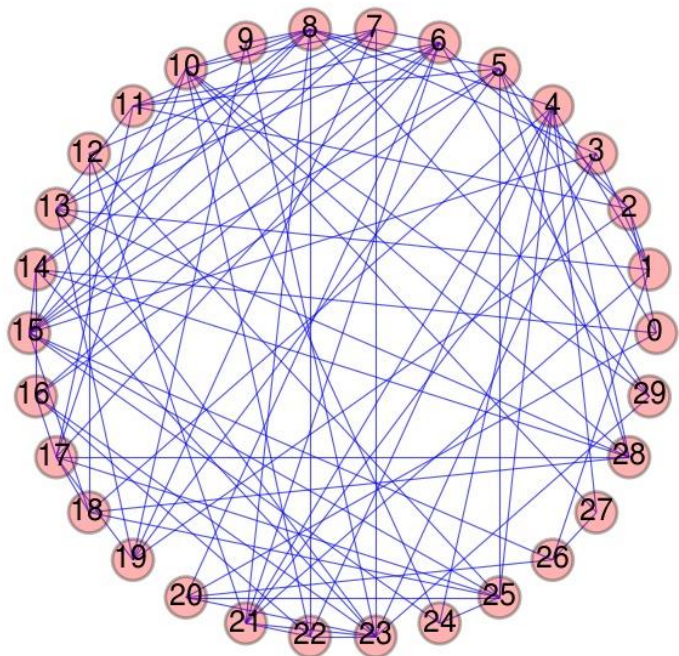
Section 3.9

Clustering Coefficient

Der Clusterkoeffizient in real existierenden und zufälligen Netzwerken (siehe Image 3.13 Clustering in Real Networks und Box 3.9 Watts-Strogatz Model)



$$N(k) = N \binom{N-1}{k} p^k (1-p)^{N-1-k}$$



$$N = 30, p = 0.2299, m = 100$$

```

import networkx as nx
import matplotlib.pyplot as plt
from random import randint
from random import uniform
import numpy as np
import matplotlib
import matplotlib.gridspec as gridspec
from matplotlib.ticker import NullFormatter

nullfmt = NullFormatter() # Keine Labels im Netzwerkplot

#Von https://de.wikibooks.org/wiki/Algorithmensammlung:_Statistik:_Binomialkoeffizient
def binomialkoeffizient(n, k):
    if k == 0: return 1
    if 2*k > n:
        ergebnis = binomialkoeffizient(n, n-k)
    else:
        ergebnis = n-k+1
        for i in range(2, k+1): # i in [2; k]
            ergebnis *= (n-k+i) # Selbstmultiplikation
            ergebnis /= i # Achtung: Ergebnis ist eine Kommazahl!
    return int(ergebnis)]

#Analytische Verteilungsfunktion eines zufaelligen Netzwerkes
def P(n, kmin, kmax, p):
    ergebnis=[]
    for k in range(kmin, kmax, 1):
        ergebnis.append(binomialkoeffizient(n-1, k)*p**k*(1-p)**(n-1-k))
    return ergebnis

#plot settings
params = {
    'figure.figsize' : [5, 7.2],
    'text.usetex' : True,
}
matplotlib.rcParams.update(params)

#Grid
plt.figure(0)
gs = gridspec.GridSpec(2, 1, height_ratios=[1,2.2], hspace=0.1)
ax1 = plt.subplot(gs[0])
ax2 = plt.subplot(gs[1])

```

Image 4.2

Die Verteilungsfunktion der Knotengrade des Internets (WWW, links zwischen Internetseiten, gerichtetes Netzwerk) wird mathematisch durch eine „power-law distribution“ beschrieben.

Image 4.4 und 4.5

In skalenfreien Netzwerken entstehen sehr große Hubs (Hauptunterschied zu zufälligen Netzwerken)

Section 4.4:

Was bedeutet „skalenfrei“?

Tabelle 4.1, Image 4.7 und 4.8:

Skalenfreie Netzwerke mit $\gamma < 3$ besitzen keine sinnvolle interne Knotengradskala. Greift man zufällig einen Knoten aus dem Netzwerk, so kann man seinen Knotengrad nicht vorher einschränken; er kann sehr klein oder sehr sehr groß sein. Die Standardabweichung der Knotengrade divergiert sogar für $N \rightarrow \infty$.

Universality Section 4.5, Box 4.2:

Man beobachtet die skalenfreie Eigenschaft in vielen unterschiedlichen real existierenden komplexen Netzwerken

Section 4.6:

Ultra small world Eigenschaft in realen Netzwerken (abhängig vom Exponenten γ)

Box 4.5:

Auswirkung und unterschiedliche Regime in Abhängigkeit vom Exponenten γ .

Box 4.6:

Warum gibt es keine realen Netzwerke mit $\gamma < 2$?

Box 4.9:

Zusammenfassung der mathematischen Eigenschaften von skalenfreie Netzwerken

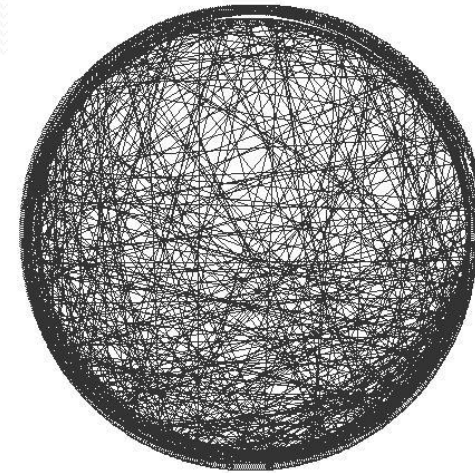
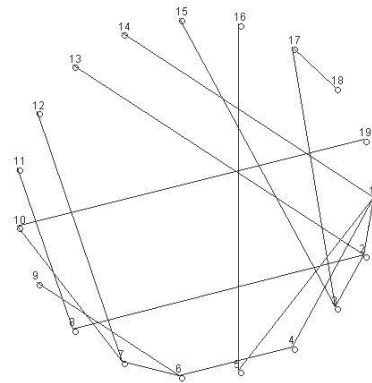
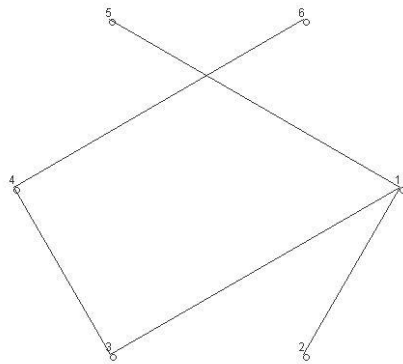
Konstruktion eines Skalenfreien Netzwerks

Das im folgenden konstruierte skalenfreie Netzwerk besitzt zwei wesentliche Eigenschaften:

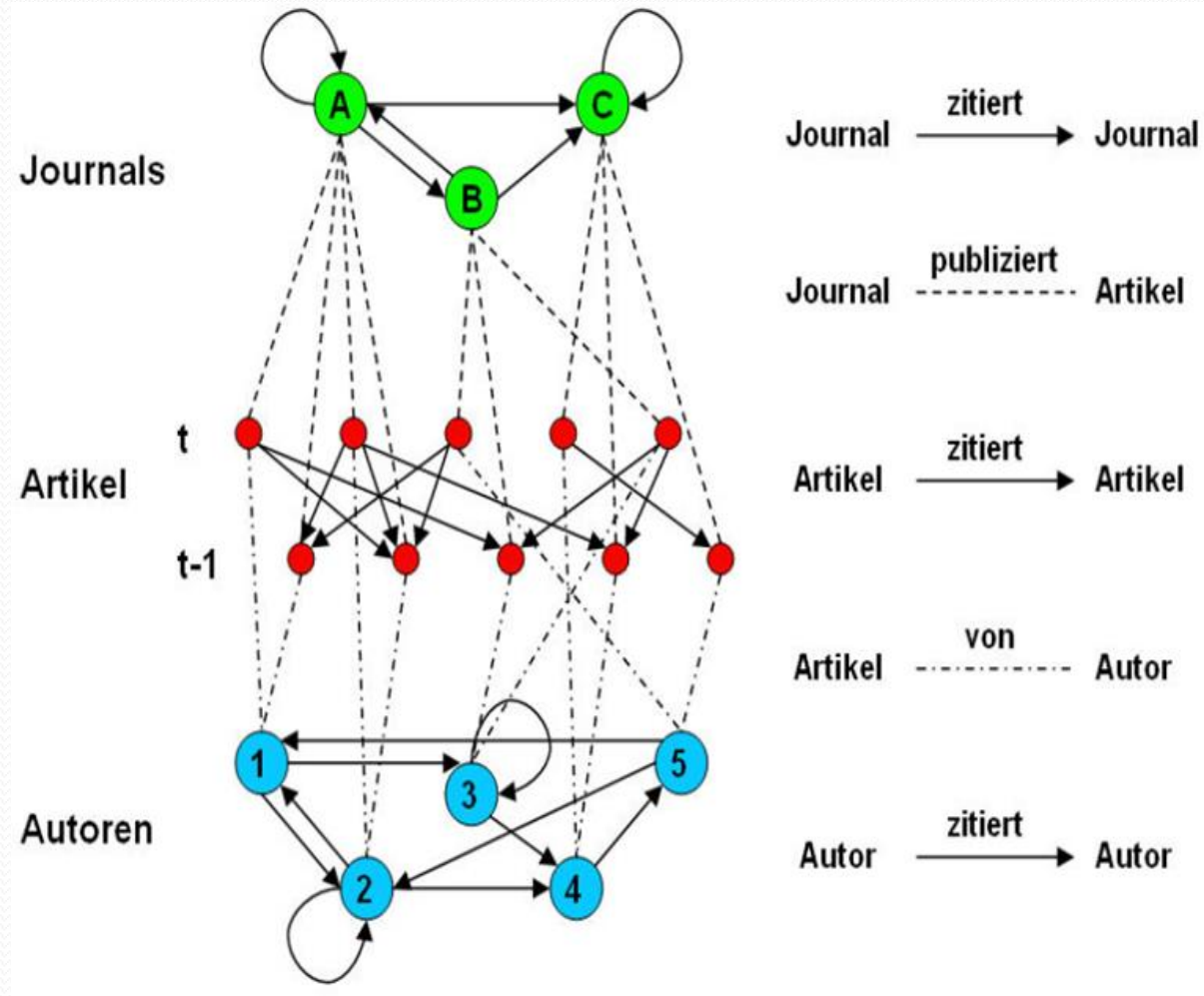
- Zeitliches Anwachsen der Knoten
- Die Kantenwahl eines neu in das Netzwerk hinzukommenden Knotens erfolgt nach dem Prinzip des „Preferential Attachment“ (Die Knoten die schon viele Kanten haben bekommen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit eine neue Kante, als die Knoten die bisher keinen, oder wenige Kanten aufweisen können)

Exponentielle und Skalenfreie Netzwerke

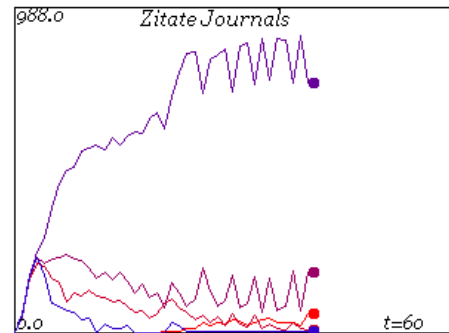
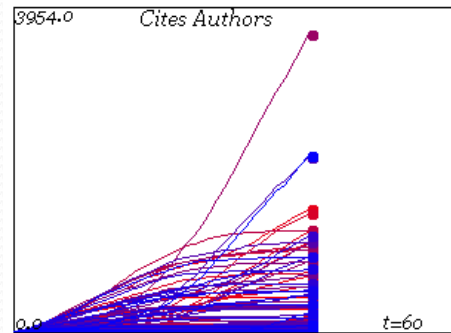
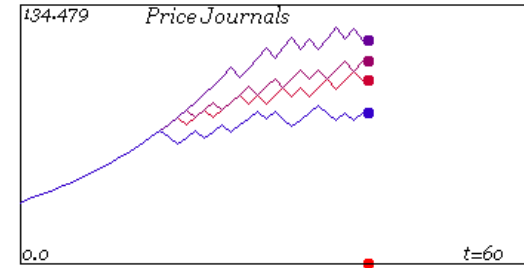
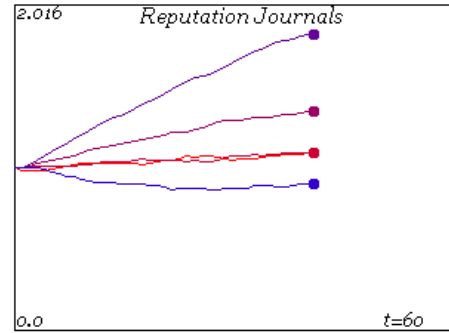
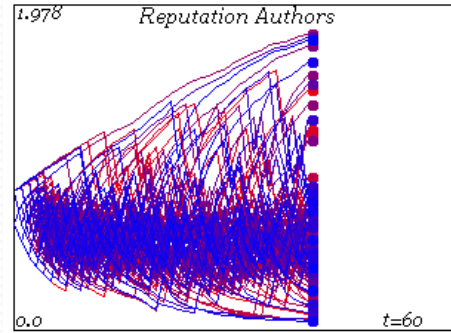
- Bei exponentiellen und Skalenfreien Netzwerken besitzen viele Knoten wenig Kanten und einige wenige Knoten sehr viele Kanten.
- Im folgenden wollen wir die Konstruktion eines solchen Netzwerks mittels einer Computersimulation betrachten:



Schematische Darstellung des implementierten Zitationsnetzwerks



Das Java Simulationsapplet

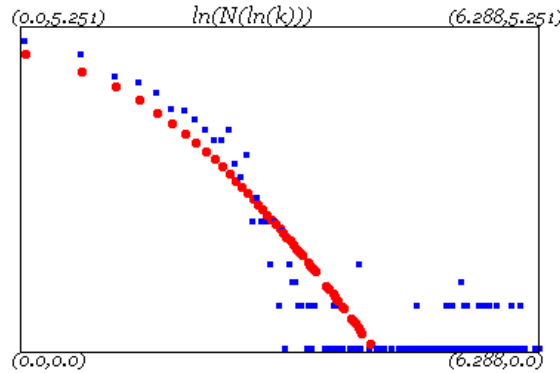
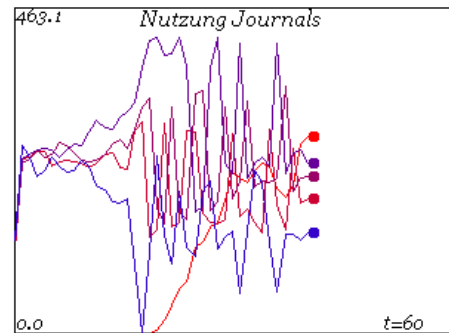
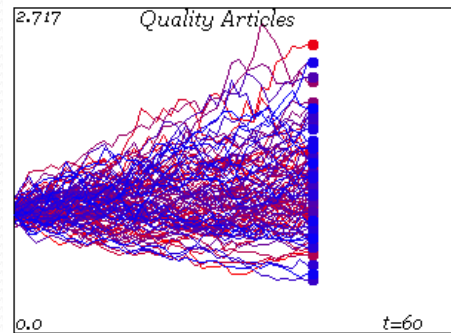


Starting: All Equal Pricing: auch runter

Start Stop

WIAP Wissenschaftliche Informationsversorgung und alternative Preisbildungsmechanismen

Periods	Cites New	FT	sigma	oa Anz
60	2	20	0.05	25
Authors	Cites Old	Read Papers	Bibs	oa Start
100	8	5	3	20
Journals	alpha 1	Pub.Articles	Staat	Lesevers
5	1	12	800	3
Forgetrange	alpha 2	mu	Staatd	
30	1.2	0.005	1	



Das Java-Applet der Netzwerksimulation

The screenshot shows a Java applet window titled "Applet Netzwerk3 started". The interface includes a network graph on the left, control buttons for "Start" and "Stop", and a table of simulation data. Below the table are six plots arranged in a 2x3 grid, showing the distribution of nodes and their logarithmic transformations for two different parameter sets.

Thread counter t= 645

Start

Stop

Erscheinung:

Anz. Zitate pro Periode (z):

Anz. Papers pro Periode (M):

Anfangszitate (k0):

$N(0) = 336$	$\log(N(0)) = 5.817111159963204$
$N(1) = 150$	$\log(N(1)) = 5.0106352940962555$
$N(2) = 75$	$\log(N(2)) = 4.31748811353631$
$N(3) = 42$	$\log(N(3)) = 3.7376696182832684$
$N(4) = 12$	$\log(N(4)) = 2.4849066497880004$
$N(5) = 18$	$\log(N(5)) = 2.8903717578961645$
$N(6) = 5$	$\log(N(6)) = 1.6094379124341003$
$N(7) = 6$	$\log(N(7)) = 1.791759469228055$
$N(8) = 0$	$\log(N(8)) = -\text{Infinity}$
$N(9) = 1$	$\log(N(9)) = 0.0$
$N(10) = 0$	$\log(N(10)) = -\text{Infinity}$
$N(11) = 0$	$\log(N(11)) = -\text{Infinity}$

Row 1 plots (Parameters: z=1, M=1, k0=1):

- $N(k)$: $(0,0,336,0)$ to $(11,0,338,0)$
- $\ln(N(k))$: $(0,0,5,823)$ to $(11,0,5,823)$
- $\ln(N(\ln(k)))$: $(0,0,5,823)$ to $(2,398,0,0)$

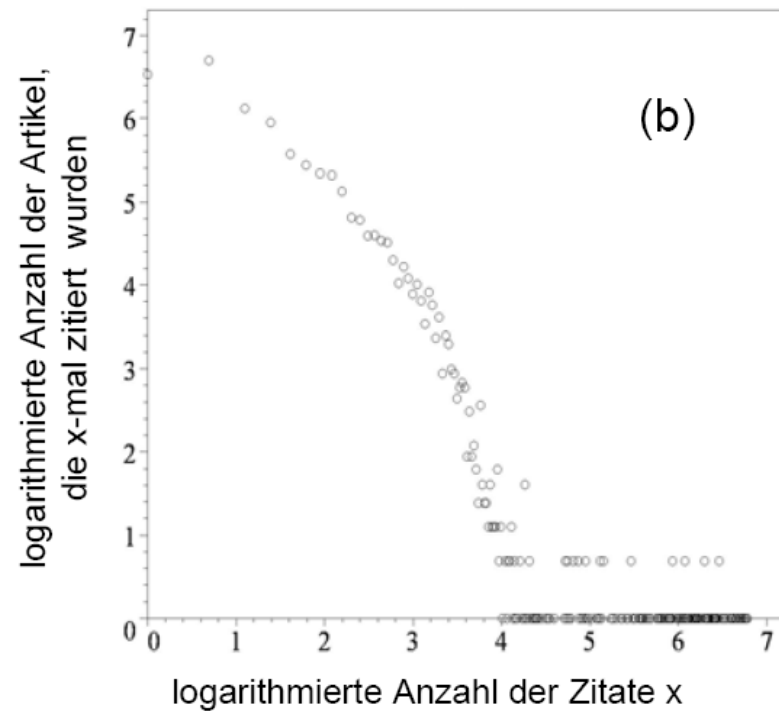
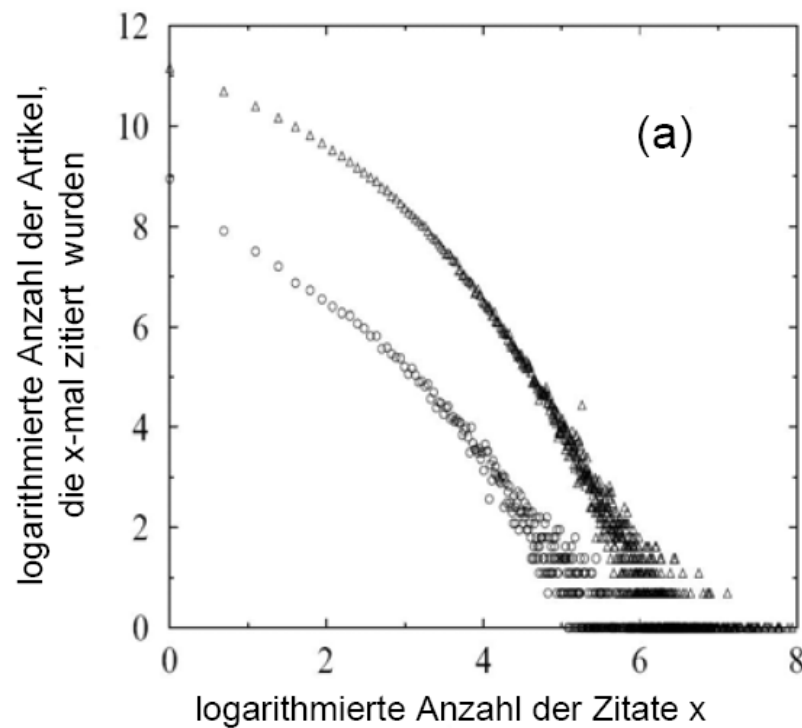
Row 2 plots (Parameters: z=0.432, M=0.432, k0=0.432):

- $N(k)$: $(0,0,432,0)$ to $(11,0,432,0)$
- $\ln(N(k))$: $(0,0,6,066)$ to $(11,0,6,066)$
- $\ln(N(\ln(k)))$: $(0,0,6,066)$ to $(2,398,0,0)$

Taskbar: Applet Netzwerk3 started, new vis, Java, Lyon_20.11.2009, Nobelpreis für Wirts..., Mozilla Firefox, DE

Vergleich des simulierten Artikelnetzwerks mit empirischen Daten

Das auf der Artikelebene simulierte Zitationsnetzwerk (Abbildung b) stimmt gut mit der in Realität beobachteten Netzwerkstruktur (Abbildung a) überein. In Abbildung a sind die Zitationsnetzwerke der Zeitschrift *Physical Review D* und der Datenbank *ISI (Institute of scientific Information)* aufgetragen.



Das Barabasi-Albert Model der skalenfreien Netzwerke (Section 5)

<http://networksciencebook.com/chapter/5>

Im BA-Model werden die folgenden Prinzipien bei der Konstruktion des skalenfreien Netzwerkes benutzt:

- a) Zeitliches Anwachsen der Knoten und Kanten
- b) Preferential Attachement (Section 5.2, Image 5.2)

Section 5.1:

Konstruktion eines skalenfreien Netzwerkes mit dem Barabasi-Albert Model

Section 5.6:

Vergleich: Exponentielle Netzwerke \leftrightarrow skalenfreie Netzwerke

Box 5.4:

Zusammenfassung der mathematischen Eigenschaften von skalenfreie Netzwerken

Ausfall von einzelnen Knoten

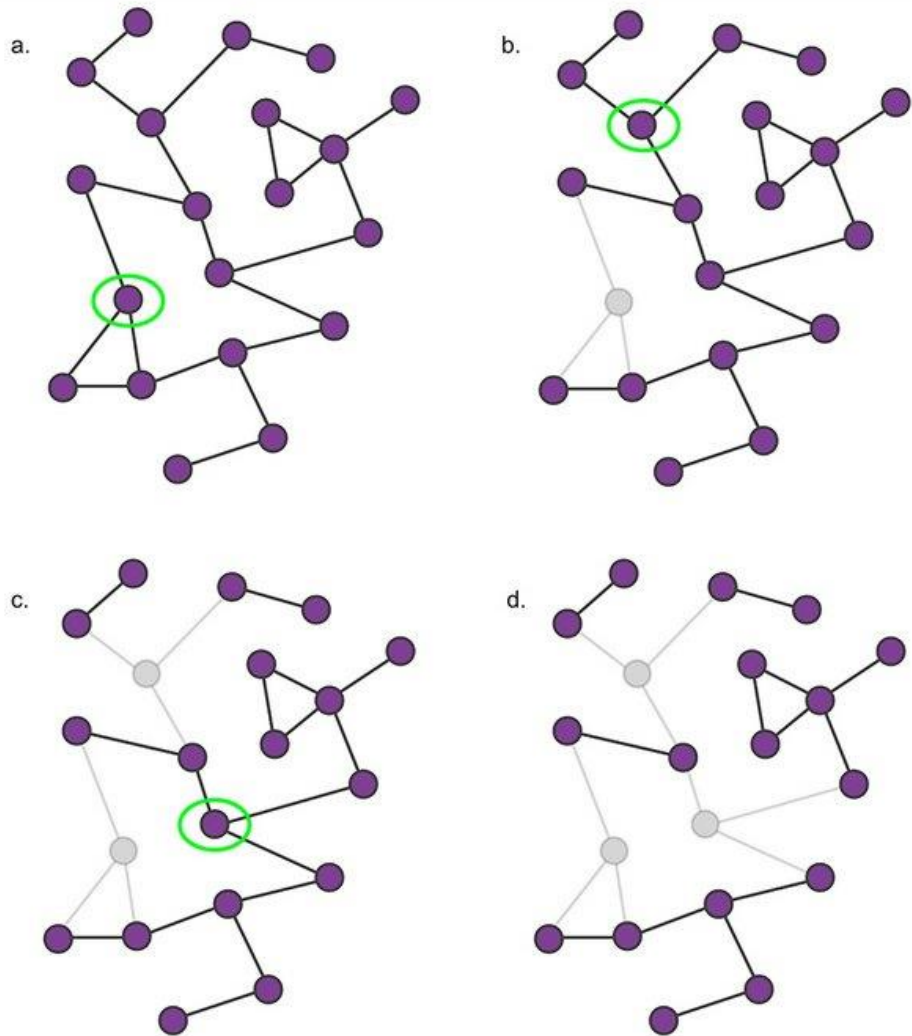


Image 8.3

The Impact of Node Removal

The gradual fragmentation of a small network following the breakdown of its nodes. In each panel we remove a different node (highlighted with a green circle), together with its links. While the removal of the first node has only limited impact on the network's integrity, the removal of the second node isolates two small clusters from the rest of the network. Finally, the removal of the third node fragments the network, breaking it into five non-communicating clusters of sizes $s = 2, 2, 2, 5, 6$.



<http://networksciencebook.com/chapter/8>

Formation von „Communities“

<http://networksciencebook.com/chapter/9>

Defining Communities

Our sense of communities rests on a second hypothesis (Image 9.4):

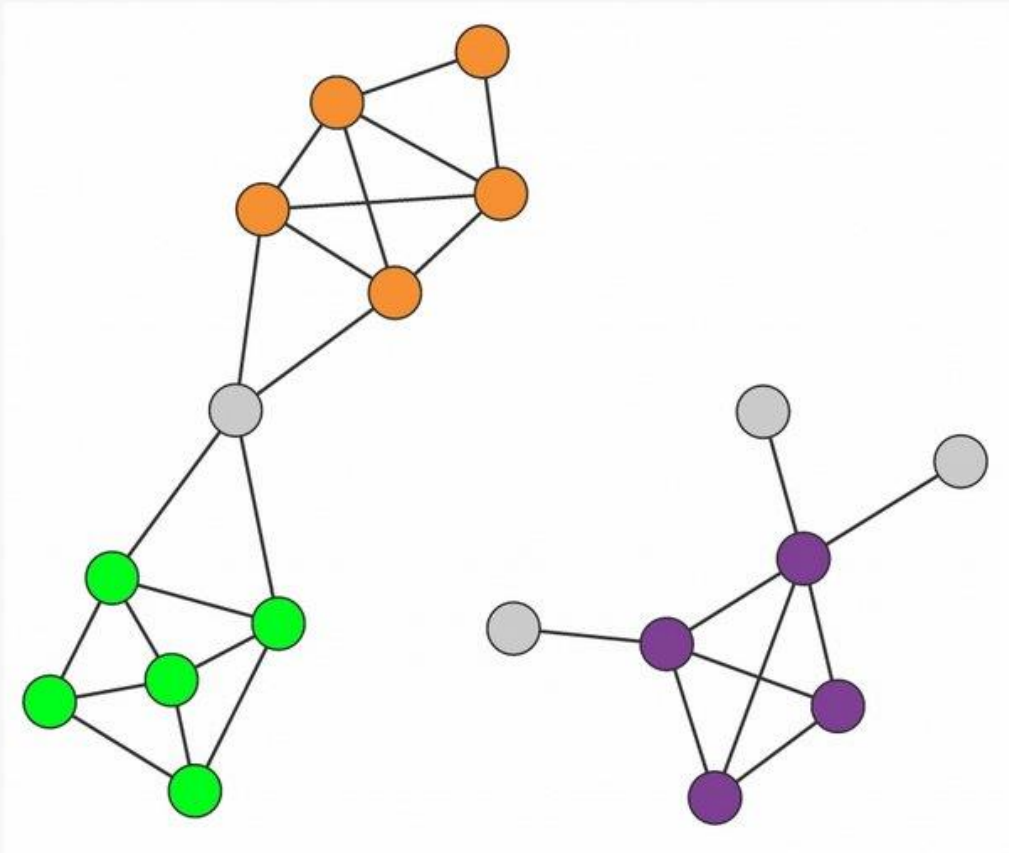


Image 9.4

Connectedness and Density Hypothesis

Communities are locally dense connected subgraphs in a network. This expectation relies on two distinct hypotheses:

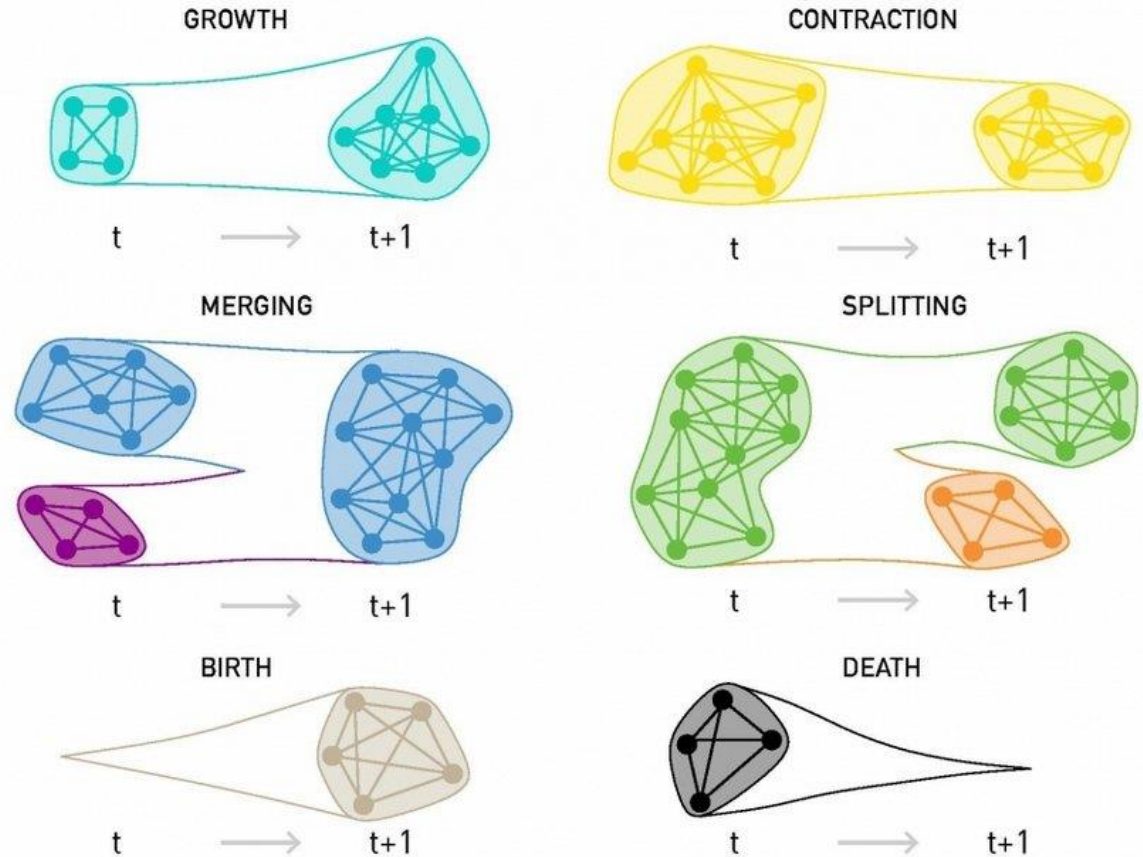


Image 9.31

Evolving Communities

When networks evolve in time, so does the underlying community structure. All changes in community structure are the result of six elementary events in the life of a community, illustrated in the figure: a community can grow or contract; communities can merge or may split; new communities are born while others may disappear. After [50].

Netzwerke in der Biologie

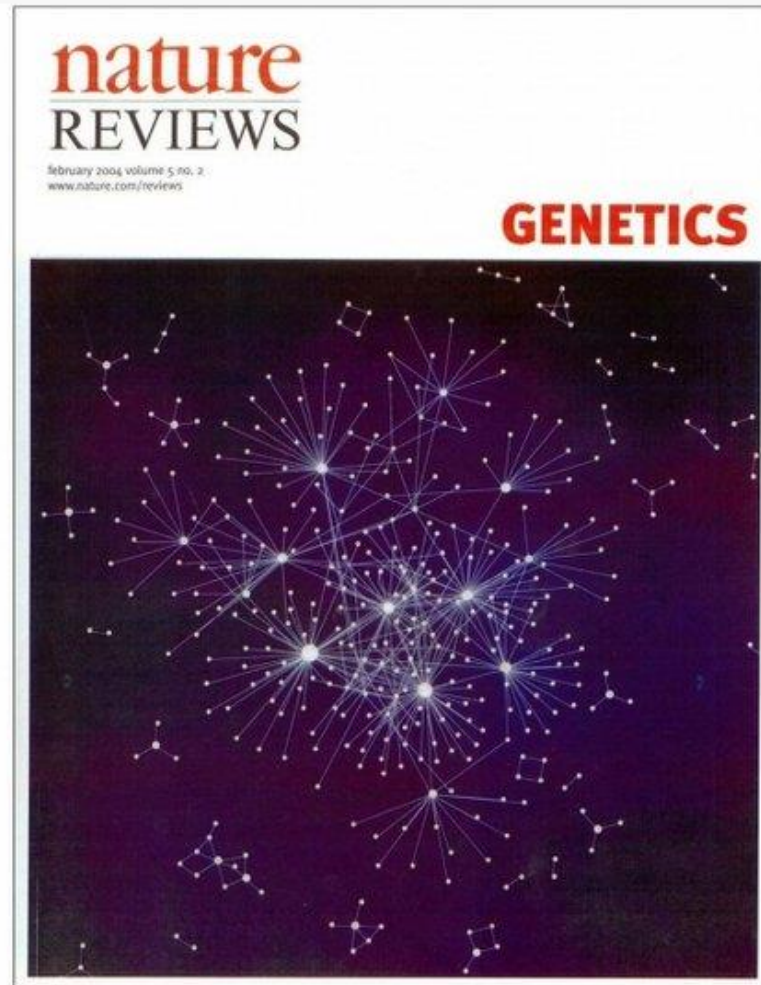
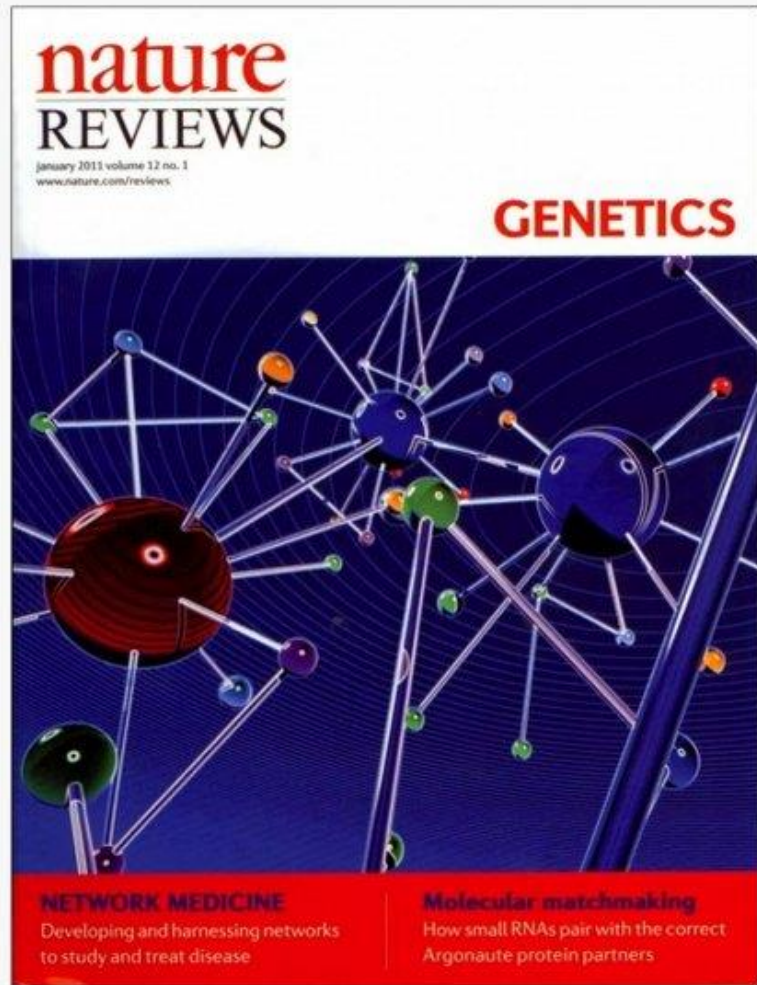
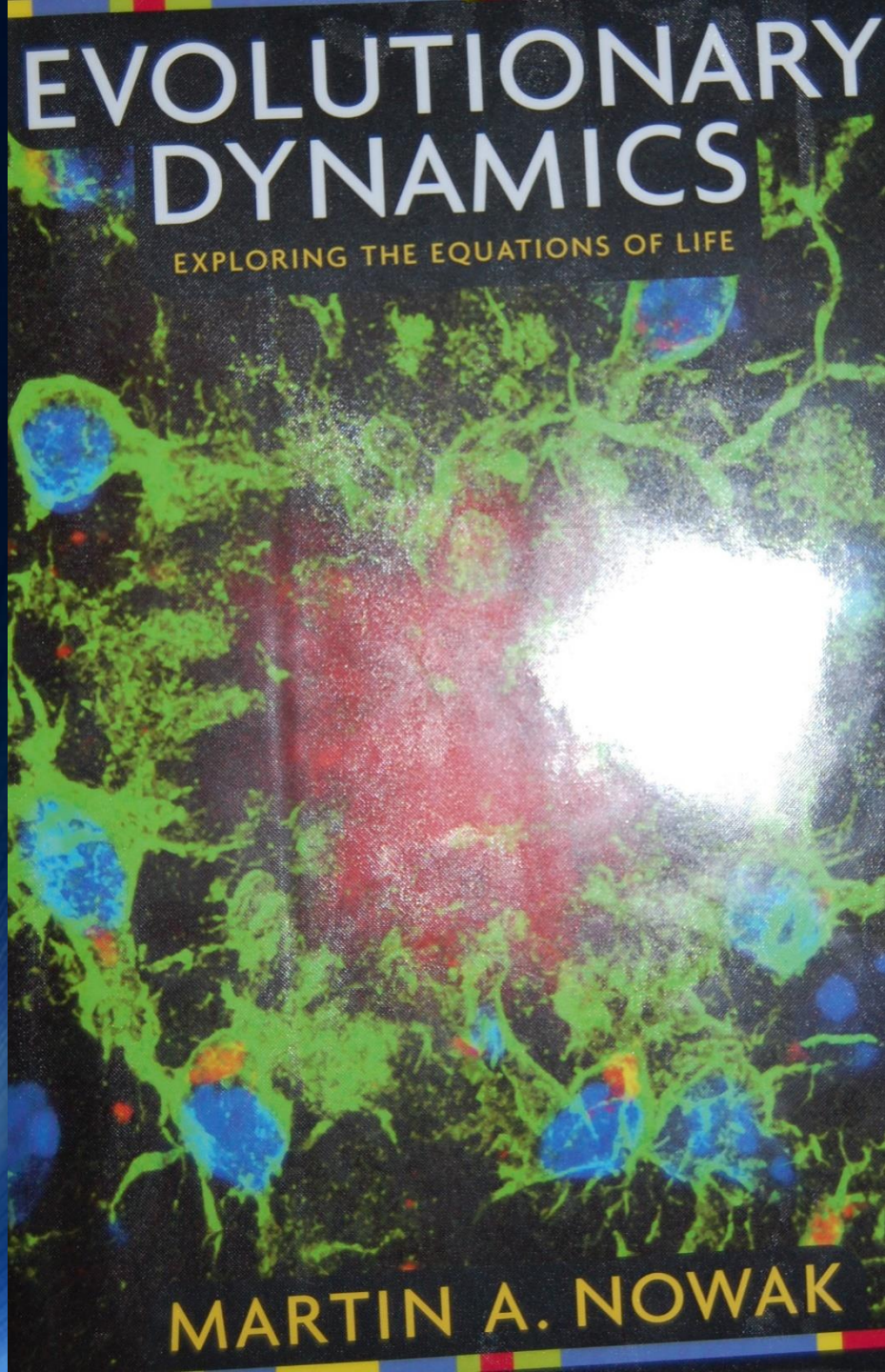


Image 1.5

Network Biology and Medicine

The cover of two issues of *Nature Reviews Genetics*, the leading review journal in genetics. The journal has devoted exceptional attention to the impact of networks: the 2004 cover focuses on *network biology* [8] (top), the 2011 cover discusses *network medicine* [9] (bottom).



Einführung in Teil III

Evolutionäre Spieltheorie
auf komplexen Netzwerken

A **quasispecies** is a population of reproducing RNA or DNA molecules

ATCAGGACTCA	0000110011000110
ATC G GGACTCA	0000110011 1 00110
ATCAGGA A TCA	1 000110011000 0 10
...	...

4-nucleotide alphabet Binary alphabet

Figure 3.3 The ensemble of genomes of a natural population form a quasispecies: the genomes of different individuals are similar but not identical. Biology has chosen a four-letter alphabet consisting of the nucleotides A, T, C, and G for its genes. Most in silico evolution uses a binary alphabet for convenience. Sequence differences (mutations) are shown in red.

Evolution is **adaptation** of the **quasispecies** on the fitness landscape



Figure 3.5 Quasispecies love to climb mountains in high-dimensional spaces. The higher they get, the fitter they are. Adaptation means to go up.

The **quasispecies equation**

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n x_j f_j Q_{ji} - \phi(\vec{x}) x_i$$

Frequency of j Mutation from j to i
 Time derivative of frequency of i Fitness of j Average fitness
 $\phi(\vec{x}) = \sum_i f_i x_i$

Figure 3.4 The quasispecies equation, formulated by Manfred Eigen and Peter Schuster, is one of the most important equations in theoretical biology. It describes the mutation and selection of an infinitely large population on a constant fitness landscape.

Das Konzept der Quasi-Spezien (Ensemble von ähnlichen Genomen Sequenzen (Erbgut eines Lebewesens) welches durch einen Prozess der Mutation und Selektion entstanden ist) wurde von Manfred Eigen und Peter Schuster entwickelt. Die Struktur der Quasi-Spezien Differentialgleichung ist den Gleichungen der evolutionären Spieltheorie sehr ähnlich.

Viele der in diesem Unterkapitel behandelten Systeme sind dem Buch Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life, 2006 entnommen, welches eine sehr gute und allgemein verständliche Einführung in das Themengebiet der evolutionären Dynamik darstellt. Obwohl der Fokus dieses Buches im Bereich der Evolution von biologischen Systemen liegt (siehe Kapitel 10: HIV Infection, Kapitel 11: Evolution of Virulence, Kapitel 12: Evolutionary Dynamics of Cancer, und Kapitel 13: Language Evolution), sind die Kapitel 1-9 weitgehend allgemein formuliert. Die evolutionäre Dynamik unterschiedlicher Spezies einer Tierart und der Mechanismus wie Tierarten ineinander übergehen wurde von Charles Darwin bereits im Jahre 1840 beschrieben. Im Jahre 1973 stellte John Maynard Smith eine Verbindung zwischen den Populationsgleichungen der Biologie und der evolutionären Spieltheorie her. Das Konzept der *Quasi-Spezies* (Ensemble von ähnlichen Genomen Sequenzen (Erbgut eines Lebewesens) welches durch einen Prozess der Mutation und Selektion entstanden ist) wurde von Manfred Eigen und Peter Schuster entwickelt (siehe Kapitel 3.3: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Die Struktur der Quasi-Spezies Differentialgleichung ist den Gleichungen der evolutionären Spieltheorie sehr ähnlich (siehe Bild 3.4 und 4.5: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Die evolutionäre Vorteilhaftigkeit einer Genom Sequenz wird hierbei als die *Fitness* der Quasi-Spezies bezeichnet. *Quasi-Spezies* entsprechen den Strategien der Spieltheorie und die Fitness kann als der Auszahlungswert einer Strategie aufgefasst werden. Die zeitliche Entwicklung der *Quasi-Spezies* am Beispiel des Paarungsverhalten von Eidechsen wird z.B. in siehe Sinervo, Barry, and Curt M. Lively. 'The rock-paper-scissors game and the evolution of alternative male strategies.' Nature 380.6571 (1996): 240. analysiert (siehe auch Vorlesung 6). Die evolutionäre Dynamik hängt von der unterliegenden Netzwerkstruktur der beteiligten Akteure ab und skalenfreie Netzwerkstrukturen agieren hier als Verstärker der evolutionären Selektion (siehe Kapitel 8, Evolutionary Graph Theory: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life). Im folgenden Unterpunkt werden sie sogenannten *Spatial Games* behandelt (eine ausführliche Einführung findet sich im Kapitel 9: Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life).

Frequency-dependent selection dynamics between two strategies, A and B

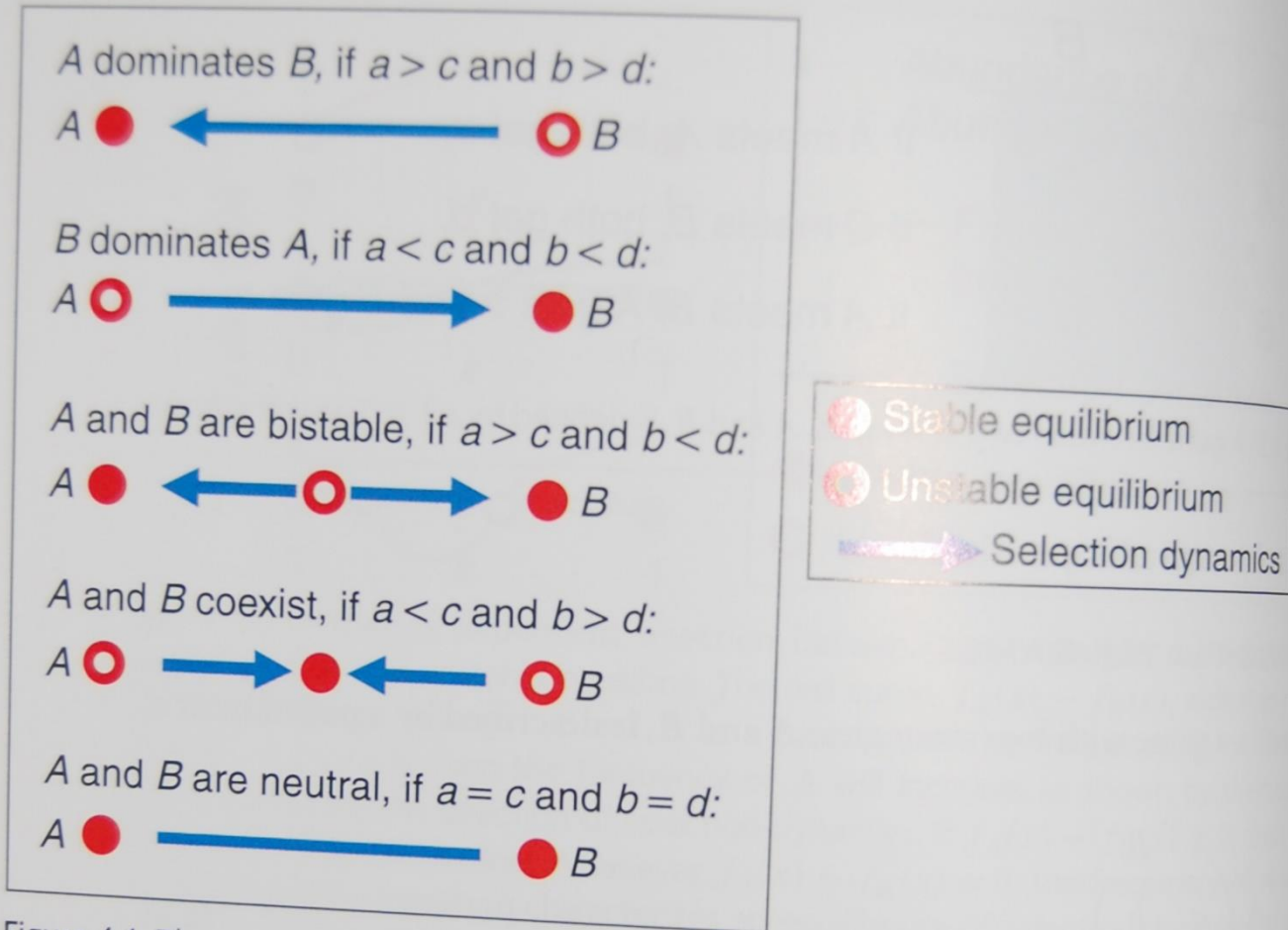


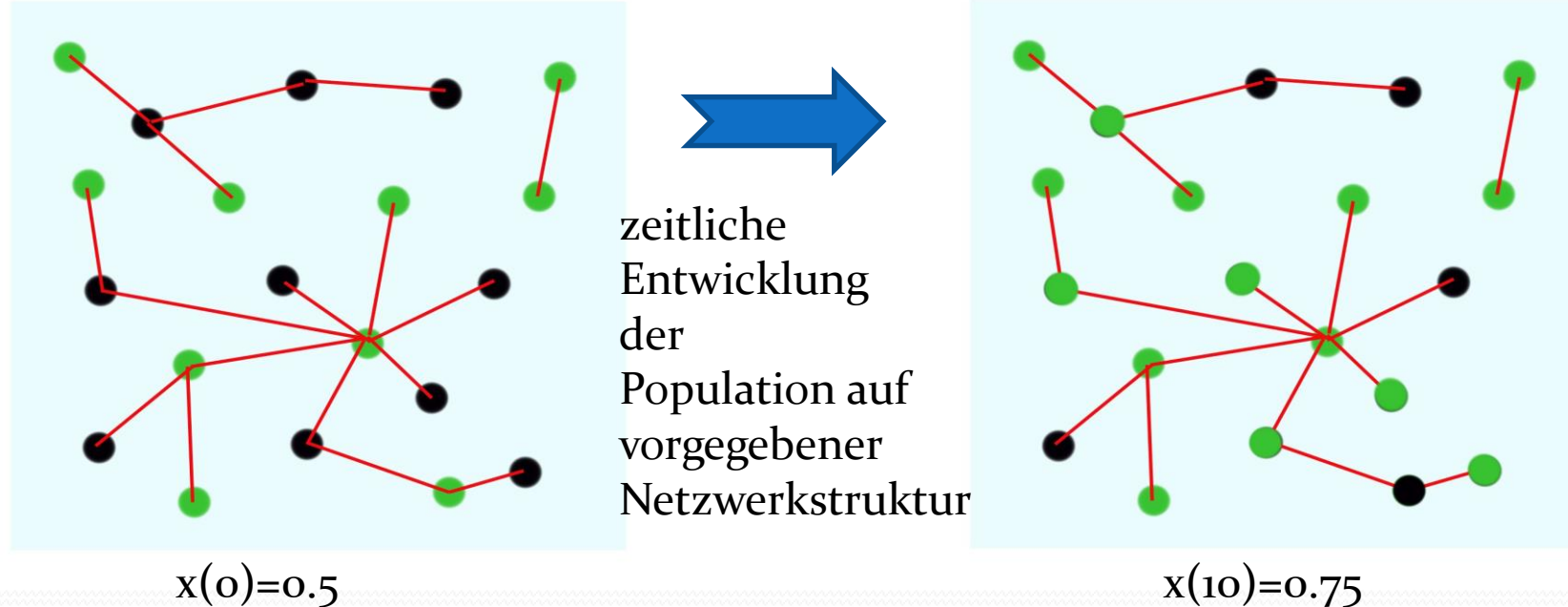
Figure 4.4 There are five possibilities for the selection dynamics between two strategies: (i) A dominates B, (ii) B dominates A, (iii) A and B are bistable, (iv) A and B coexist in a stable equilibrium, and (v) A and B are neutral variants of each other.

Das Kapitel 4 (Evolutionary Games) in dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ befasst sich mit Spieltheorie (siehe Teil I der Vorlesung)

- **Dominante Spiele**
 (2. Strategie dominiert 1. Strategie)
 Es existiert ein Nash - Gleichgewicht, welches die anderen Strategien dominiert. ESS bei $x=0$.
- **Koordinationsspiele**
 Es existieren drei Nash – Gleichgewichte und zwei reine ESS, die abhängig von der Anfangsbedingung realisiert werden.
- **Anti – Koordinationsspiele**
 Es existieren drei Nash – Gleichgewichte aber nur eine gemischte ESS, die unabhängig von der Anfangsbedingung realisiert wird.

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

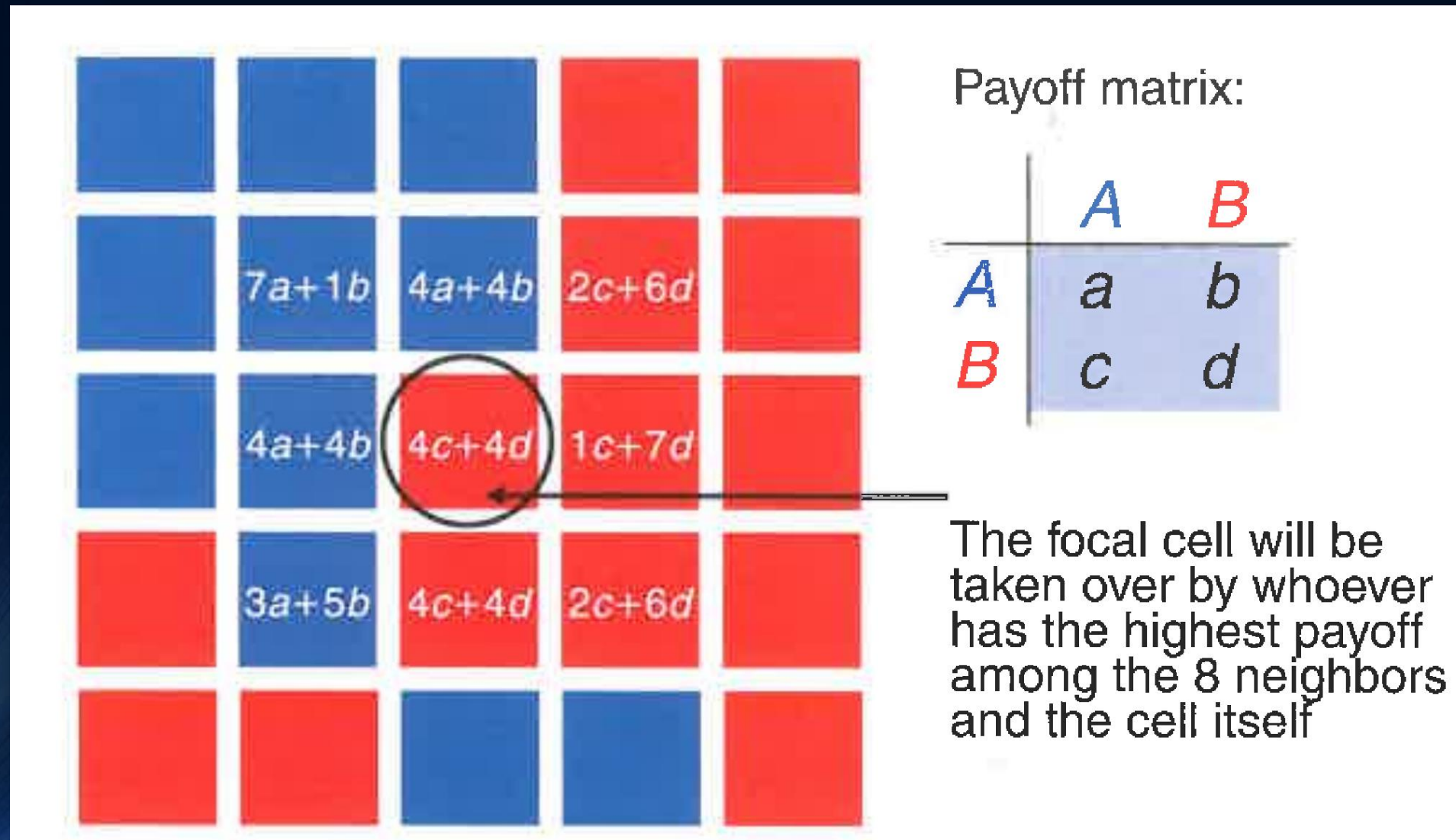
Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

Spatial Games

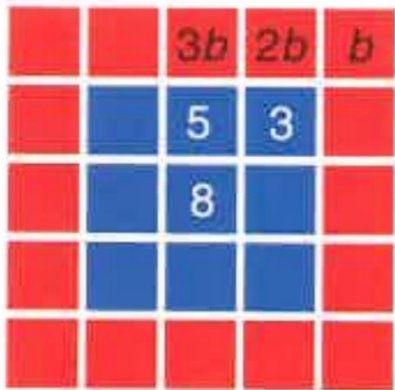
Das Kapitel 9 in dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ handelt über Spatial Games



Die folgenden Abbildungen sind dem Buch M.A. Nowak „Evolutionary Dynamics“ entnommen.

Spatial Games

Cooperators invading Defectors



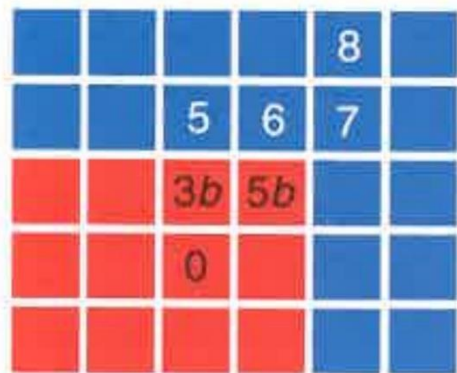
If $b < 3/2$, this cluster will expand uniformly

If $3/2 < b < 5/3$, this cluster will expand along lines but not along diagonals

If $5/3 < b < 8/3$, this cluster is stable

If $8/3 < b$, this cluster will disappear

The corner-and-line condition

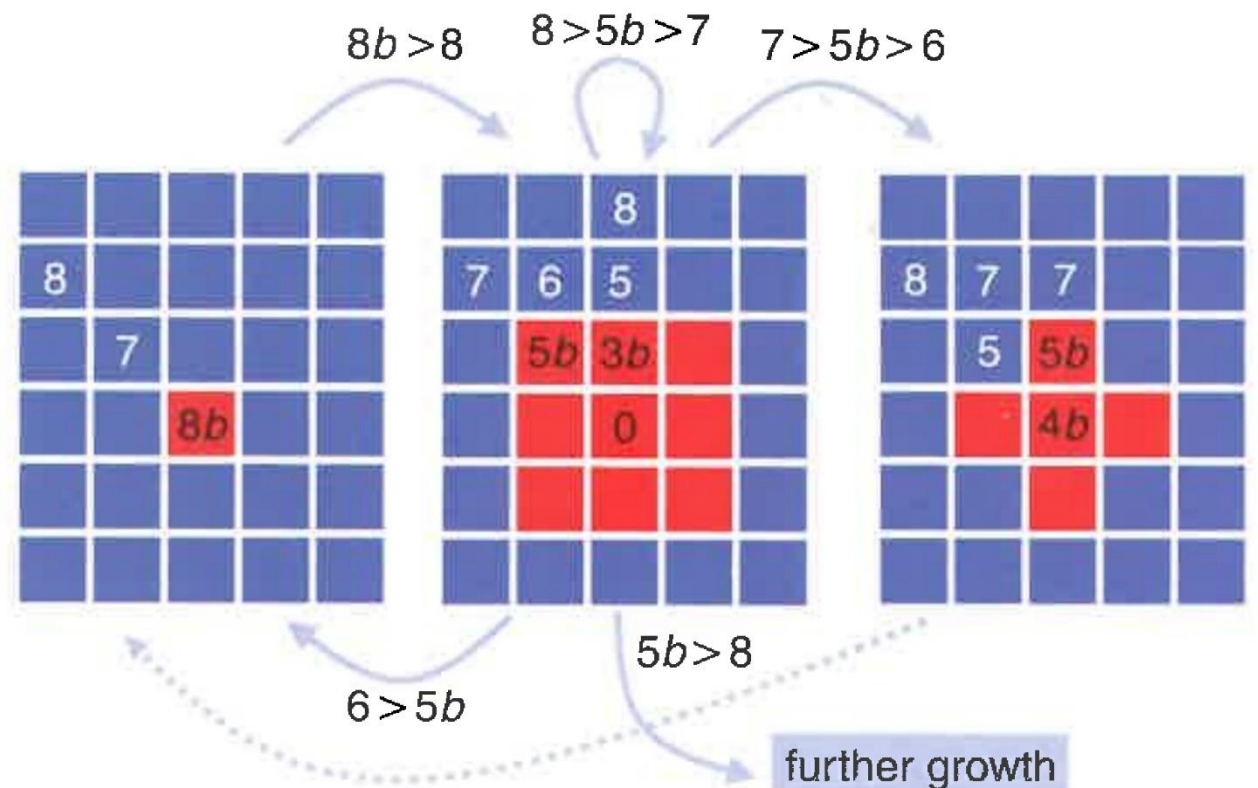


If $5b > 8$, then defectors win at corners

If $3b < 5$, then cooperators win along lines

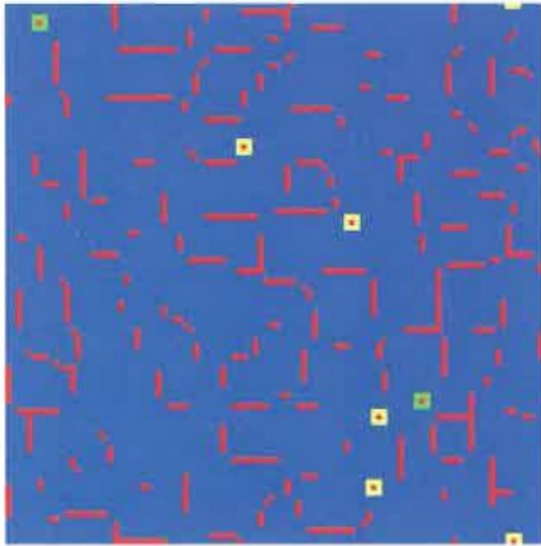
$5/3 > b > 8/5$ is a clash of titans

Defectors invading Cooperators

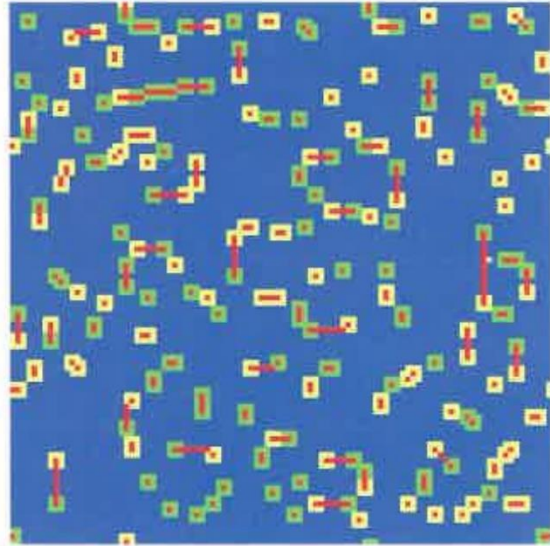


Spatial Games

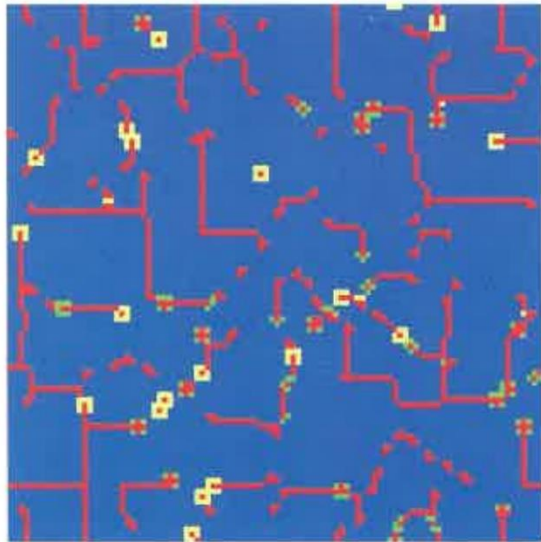
$b=1.10$



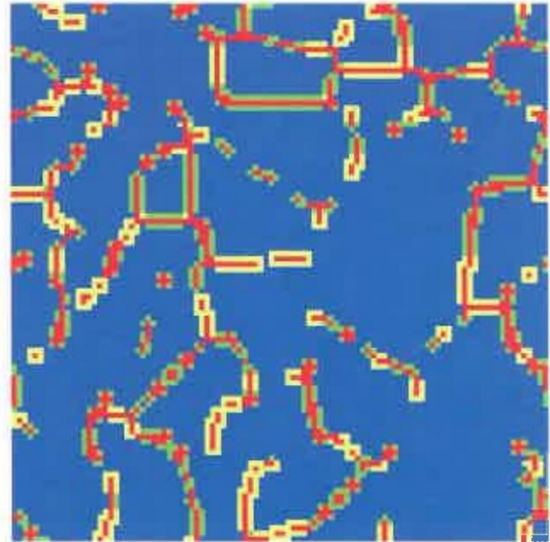
$b=1.15$



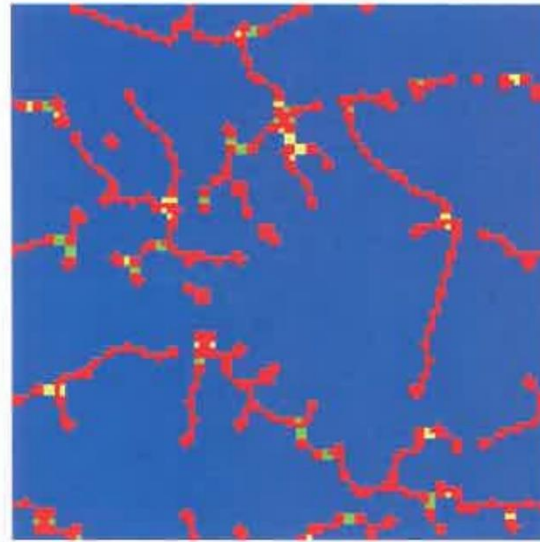
$b=1.24$



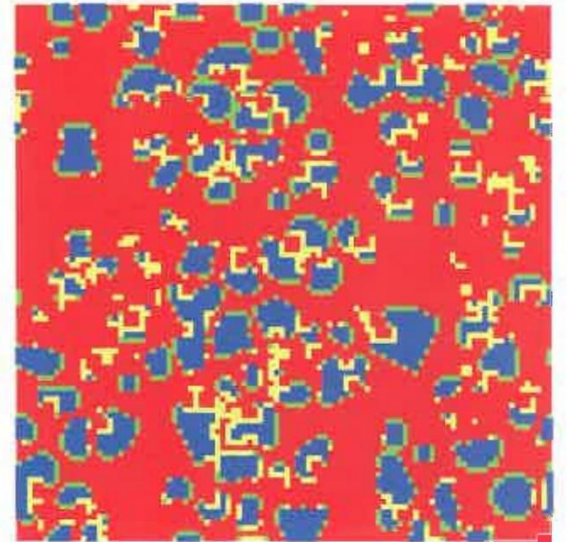
$b=1.35$



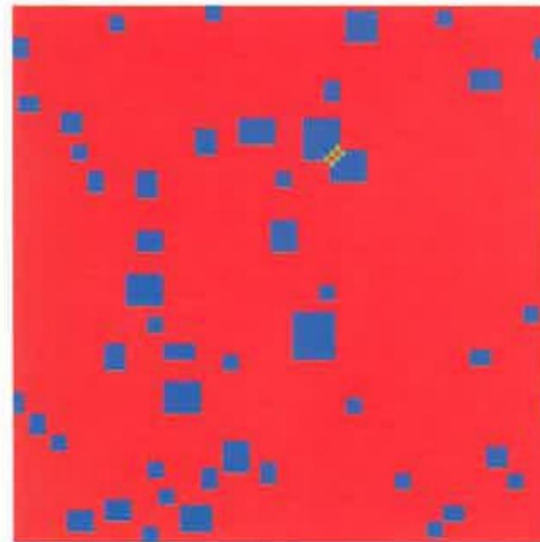
$b=1.55$



$b=1.65$



$b=1.70$



$$\begin{matrix} C & D \\ C & \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ b & \epsilon \end{pmatrix} \\ D & \end{matrix}$$

