H. van Hees **Wintersemester 2019/2020**

Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 7

Aufgabe 1: Matrizen im $\mathbb{R}^3$
Gegeben sind die beiden Matrizen

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

(a) Berechnen Sie $\hat{A}\hat{B}$ und $\hat{B}\hat{A}$.

(b) Berechnen Sie $\det \hat{A}$, $\det \hat{B}$ und $\det(\hat{A}\hat{B})$.

(c) (**Knobelaufgabe:**) Zeigen Sie mit Hilfe der allgemeinen Formel $\det \hat{M} = \epsilon_{abc} M_{a1} M_{a2} M_{a3}$, dass für beliebige Matrizen $\hat{A}$ und $\hat{B}$ immer $\det(\hat{A}\hat{B}) = \det \hat{A} \det \hat{B}$ gilt.

Aufgabe 2: Drehmatrix in beliebiger Drehrichtung
Die Differentialgleichung

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\varphi} \vec{V}(\varphi) = \vec{V}'(\varphi) = \vec{n} \times \vec{V}(\varphi) \tag{2}$$

mit einem beliebigen Einheitsvektor $\vec{n}$ beschreibt Drehungen des Vektors $\vec{V}_0 = \vec{V}(0)$ um die Richtung $\vec{n}$ gemäß der Rechte-Hand-Regel. Lösen Sie diese Differentialgleichung.
Gehen Sie dazu von dem Ansatz

$$\vec{V}(\varphi) = f(\varphi)\vec{n} + g(\varphi)\vec{n} \times \vec{V}_0 + h(\varphi)\vec{n} \times (\vec{n} \times \vec{V}_0) \tag{3}$$

aus.
Setzen Sie diesen Ansatz in (2) ein und bestimmen Sie entsprechende Differentialgleichungen für f, g und h und lösen Sie diese mit den geeigneten Anfangsbedingungen für diese Funktionen.
