

Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 2

Aufgabe 1 (10 Punkte): Gravitationspotential

Wir betrachten die Gravitationskraft, die ein sehr schwerer Körper der Masse M , den wir als Punktmasse idealisieren, auf eine andere Punktmasse mit der Masse $m \ll M$. Wir können dann annehmen, dass der schwere Körper im Koordinatenursprung ruht und auf die Punktmasse m (Ortsvektor \vec{x}) die Kraft

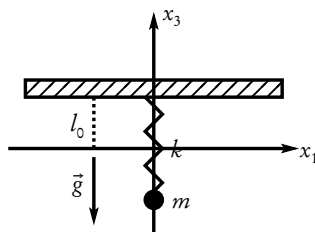
$$F(\vec{x}) = -\frac{\gamma m M}{r^3} \vec{x} \quad \text{mit} \quad r = |\vec{x}| \quad (1)$$

wirkt. Dabei ist $\gamma = 6,67430 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 / (\text{kg s}^2)$ die **Newtonsche Gravitationskonstante**. Es handelt sich also um eine Zentralkraft mit dem Ursprung des Koordinatensystems als Zentrum.

- (4 Punkte) Es sei ein Potential V gegeben, das nur vom Abstand vom Koordinatenursprung abhängt, also $V(\vec{x}) = V(r)$ mit $r = |\vec{x}|$. Zeigen Sie, dass die dazugehörige Kraft $\vec{F} = -\vec{\nabla}V$ eine Zentralkraft ist.
- (3 Punkte) Stellen Sie nun die entsprechende Differentialgleichung für $V(r)$ für die oben angegebene Gravitationskraft auf.
- (3 Punkte) Lösen Sie diese Differentialgleichung.
- (d) **Zusatzaufgabe:** (2 Extrapunkte) Ist das Potential durch die Kraft eindeutig bestimmt? Diskutieren Sie, inwiefern diese Frage für die Bewegungsgleichung eines Körpers im Gravitationsfeld eines anderen (sehr schweren) Körpers relevant ist.

Aufgabe 2 (10 Punkte): Feder

Eine Feder sei an der Decke befestigt und besitze unbelastet die Länge l_0 . Im folgenden sei die x_3 -Achse nach oben (also entgegen der Richtung der Schwerkraft) gerichtet. Das Ende der unbelasteten Feder sei dann bei $x_3 = 0$. Wirkt am Ende der Feder die Kraft \vec{F} , dann gilt (für nicht zu große Auslenkungen) $\vec{F} = -k x_3 \vec{e}_3$ (Hookesches Gesetz). Nun wird am Ende der Feder eine Masse m befestigt.



- (4 Punkte) Die Feder und die angehängte Masse sei danach wieder in Ruhe. Um wieviel dehnt sich die Feder aus, d.h. welchen Wert hat die x_3 -Koordinate x_{30} des ruhenden Massepunktes?
- (2 Punkte) Der Massepunkt werde nun zur Anfangszeit $t = 0$ um Δx_{30} ausgelenkt und dann losgelassen. Wie lautet die Bewegungsgleichung?
- (4 Punkte) Lösen Sie die Bewegungsgleichung unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen.

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<https://th.physik.uni-frankfurt.de/~hees/theo1-13-WS2324/index.html>