H. van Hees **Sommersemester 2020**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 4

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Visualisierung von elektrostatischen Feldern und Potentialen

Erklären Sie anhand der beiden Maxwell-Gleichungen für die Elektrostatik

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0, \tag{1}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{2}$$

die grundlegenden Eigenschaften elektrostatischer Felder. Sie dürfen die Inhalte im Skript verwenden, d.h. dass aus (1) folgt, dass (in jedem einfach wegzusammenhängenden Gebiet) ein elektrostatisches skalares Potential Φ existiert, so dass

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi \tag{3}$$

ist.

Betrachten Sie nun die sog. **Äquipotentialflächen**, also die Flächen, die implizit durch

$$\Phi(\vec{x}) = C = \text{const} \tag{4}$$

definiert sind. Nehmen Sie dazu an, dass eine solche Äquipotentialfläche mit zwei Parametern q_1, q_2 parametrisiert sei, d.h.

$$\Phi[\vec{x}(q_1, q_2)] = C = \text{const} \tag{5}$$

für alle $(q_1, q_2) \in D$, wobei D ein Definitionsbereich für die Parameter der Fläche ist. Bilden Sie nun die Ableitungen nach q_1 und q_2, erhalten Sie (*warum?*)

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial q_j} \cdot \vec{E}[\vec{x}(q_1, q_2)] = 0, \quad j \in \{1, 2\}. \tag{6}$$

Das bedeutet, dass $\vec{E}$ entlang der Äquipotentialäche senkrecht auf dieser Fläche steht (*warum?*).

Man definiert nun Feldlinien als Linien, deren Tangenten an jedem Punkt in die Richtung des elektrischen Feldes zeigen. Nach der obigen Überlegung sind die Feldlinien dadurch bestimmt, dass sie die Äquipotentialflächen senkrecht schneiden. Zeichnen Sie die Äquipotentialflächen und Feldlinien für das Coulomb-Feld einer Punktladung im Ursprung und verifizieren Sie obigen Betrachtungen zu den Feldlinien und Äquipotentialflächen. Was passiert bei der Singularität im Ursprung?

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Dipolfeld in kartesischen und Kugelkoordinaten

In Abschnitt 1.5.9 im Mankuskript haben wir das elekstrostatische Potential eines Dipols im Ursprung des Koordinatensystems hergeleitet:

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \tag{7}$$

Es sei ein kartesisches Koordinatensystem so gewählt, dass $\vec{p} = p\vec{e}_3$.

(a) **[3 Punkte]** Berechnen Sie das elektrische Feld in kartesischen Koordinaten.

(b) **[2 Punkte]** Rechnen Sie das Potential in die Standardkugelkoordinaten (r, ϑ, φ) und Zylinderkoordinaten (R, φ, z) um.

(c) **[5 Punkte]** Berechnen Sie nochmals das elektrische Feld in Kugelkoordinaten sowie Zylinderkoordinaten und zeigen Sie, dass die Resultate tatsächlich mit dem Ergebnis der Rechnung in kartesischen Koordinaten übereinstimmen.

Tipp: Die Formeln in Anhang A des Manuskripts dürfen ohne Beweis verwendet werden.
