

Übungen zur Theoretischen Physik 3 für das Lehramt L3 – Blatt 6

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Rotationszustände eines Hantel-Moleküls

Wir betrachten ein aus zwei Atomen gebundenes Molekül näherungsweise als einen starren Körper. Sei I das Trägheitsmoment um den Schwerpunkt. Dann lautet der Hamilton-Operator für die Rotation des Moleküls im Schwerpunktsystem

$$\hat{H} = \frac{1}{2I} \hat{L}^2 = \frac{\hbar^2}{2I} \hat{l}^2. \quad (1)$$

Wir suchen die Energie-Eigenzustände.

- (a) (2 Punkte) Für welche weitere Observable können Sie simultane Eigenzustände finden?

Tip: Welche verträglichen Observablen haben wir für die Eigenfunktionen des Drehimpulses verwendet?

- (b) (3 Punkte) Wie lauten die gemeinsamen Eigenfunktionen und Eigenwerte für \hat{H} und die in (a) ermittelte Observable? Wieviele verschiedene Eigenfunktionen gibt es zu jedem Energieeigenwert („Entartungsgrad der Energieeigenwerte“)?

- (c) Zu einer bestimmten Zeit sei der Zustand des Moleküls durch die Wellenfunktion

$$\psi(\vartheta, \varphi) = N(\sin \vartheta \cos \varphi + \sin \vartheta \sin \varphi + \cos \vartheta) \quad (2)$$

gegeben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit finden Sie bei Messung der verträglichen Observablen \hat{L}^2 und \hat{L}_z die möglichen simultanen Eigenwerte $(2\hbar^2, -\hbar)$, $(2\hbar^2, 0)$ und $(2\hbar^2, \hbar)$.

Tip: Entwickeln Sie ψ nach Kugelflächenfunktionen $Y_{\ell m}$. Überlegen Sie dazu anhand der auftretenden Potenzen der Winkelfunktionen von ϑ zunächst, welche Werte ℓ dabei überhaupt auftreten können.

Sie dürfen die im Skript in den Gln. (3.8.38-3.8.43) angegebenen Kugelflächenfunktionen verwenden.