

Theoretikum zur Vorlesung
Theoretische Physik I für Lehramtskandidaten

Blatt 1

Rekapitulation Vektorrechnung

Besprechen Sie miteinander und mit Ihrem Tutor die Grundbegriffe der Vektorrechnung.
Stichworte:

Rechenregeln der Vektoralgebra, Lineare Abhängigkeit von Vektoren, Norm, Orthogonalsysteme, Dreiecksungleichung, Skalarprodukt, Kreuzprodukt, Entwicklungssatz für das doppelte Kreuzprodukt, Spatprodukt, Differentiation vektorwertiger Funktionen.

Soweit noch Zeit bleibt lösen Sie folgende Aufgaben zur Vektorrechnung:

1. Beweisen Sie: $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$
2. Gegeben seien zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} . Zeigen Sie, dass sich der Vektor \vec{b} in einen zu \vec{a} parallelen Anteil \vec{b}_{\parallel} und einen dazu senkrechten Anteil \vec{b}_{\perp} zerlegen lässt, $\vec{b} = \vec{b}_{\parallel} + \vec{b}_{\perp}$, für die gilt

$$\begin{aligned}\vec{b}_{\parallel} &= \frac{1}{a^2} (\vec{a} \cdot \vec{b}) \vec{a}, \\ \vec{b}_{\perp} &= \frac{1}{a^2} \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{a}).\end{aligned}$$

3. Ein Massepunkt bewegt sich auf der Trajektorie $\vec{r}(t) = (x, y, z) = (a \cos \omega t, a \sin \omega t, bt^2)$. Berechnen sie die Vektoren der Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt}$ und der Beschleunigung $\vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ und die Beträge $v(t)$ und $a(t)$. Beschreiben Sie den Verlauf der Trajektorie geometrisch.

4. Das Kreuzprodukt zweier Vektoren $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ kann komponentenweise durch die Beziehung $c_i = \sum_{j,k=1}^3 \varepsilon_{ijk} a_j b_k$ ausgedrückt werden. Wie lauten die Komponenten des „vollständig antisymmetrischen Einheitstensors“ ε_{ijk} ?