Theoretikum zur Vorlesung
Theoretische Physik I für Lehramtskandidaten

Lösungen zu Blatt 1

Aufgabe 1.
Geometrischer Lösungsweg:

$$\left.\begin{array}{rcl} |\vec{a}\times\vec{b}\,| &=& ab\sin\phi_{ab} \\ \vec{a}\cdot\vec{b} &=& ab\cos\phi_{ab} \end{array}\right\} \quad \text{also} \quad (\vec{a}\times\vec{b}\,)^2+(\vec{a}\cdot\vec{b}\,)^2 = a^2b^2(\sin^2\phi+\cos^2\phi) = a^2b^2$$

Algebraischer Lösungsweg:

$$\begin{aligned} (\vec{a}\times\vec{b})^2 &= (\vec{a}\times\vec{b})\cdot(\vec{a}\times\vec{b}) = \vec{a}\cdot(\vec{b}\times(\vec{a}\times\vec{b})) \\ &= \vec{a}\cdot\big(\vec{a}(\vec{b}\cdot\vec{b})-\vec{b}(\vec{b}\cdot\vec{a})\big) = a^2b^2-(\vec{a}\cdot\vec{b})^2 \end{aligned}$$

Aufgabe 2.
Der Entwicklungssatz liefert

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a}\,) = \vec{b}\,(\vec{a}\cdot\vec{a}\,)-\vec{a}\,(\vec{a}\cdot\vec{b}\,)$$

was sich nach $\vec{b}$ auflösen lässt:

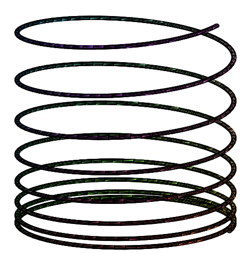
$$\vec{b} = \frac{1}{a^2}\Big[\vec{a}\,(\vec{a}\cdot\vec{b}\,)+\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{a}\,)\Big] = \vec{b}_{\parallel}+\vec{b}_{\perp}$$

Aufgabe 3.

$$\begin{aligned} \vec{v}(t) &= (-a\omega\sin\omega t, a\omega\cos\omega t, 2bt) \\ \vec{a}(t) &= (-a\omega^2\cos\omega t, -a\omega^2\sin\omega t, 2b) \end{aligned}$$

Betrag der Geschwindigkeit: $v = |\vec{v}| = \sqrt{a^2\omega^2+4b^2t^2}$, Betrag der Beschleunigung: $a = \sqrt{a^2\omega^4+4b^2}$. Während die Beschleunigung konstant ist wächst die Geschwindigkeit unbegrenzt an.

Geometrisch handelt es sich um eine *Spiralbewegung* um die z-Achse mit einer Ganghöhe, die quadratisch mit der Zeit anwächst.



Aufgabe 4.
Aus

$$\begin{aligned}
c_1 &= a_2 b_3 - a_3 b_2 \\
c_2 &= a_3 b_1 - a_1 b_3 \\
c_3 &= a_1 b_2 - a_2 b_1
\end{aligned}$$

liest man ab:

$$\epsilon_{ijk} = \begin{cases} +1 & (ijk) = (1,2,3)\,,\ (2,3,1)\,,\ (3,1,2) \\ -1 & (ijk) = (1,3,2)\,,\ (3,2,1)\,,\ (2,1,3) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$