

**Vorkurs Mathematik für Physiker und Materialwissenschaftler  
Blatt 5 (01.10.2010)**

1. Beweisen Sie unter Verwendung der Substitutionsmethode:

(a)  $\int_0^\pi dx \sin(x) \cos^2(x) = \frac{2}{3}$

(b) für  $b > \sqrt{2}$ :  $\int_{\sqrt{2}}^b dx \frac{3x}{\sqrt{x^2-2}} = 3\sqrt{b^2-2}$

2. Berechnen Sie die folgenden Integrale unter Verwendung der Substitutionsmethode ( $a, b \in \mathbb{R}$ ):

(a) für  $0 < b < 1$ :  $\int_0^b dx \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = ?$

(b)  $\int_{-\pi/2}^0 dx \frac{\cos(x)}{2-\sin(x)} = ?$

(c) für  $0 < ab^5 < 1$ :  $\int_0^b dx \frac{x^4}{1-ax^5} = ?$

(d) für  $-\pi/2 < b < \pi/2$ :  $\int_0^b dx \frac{\sin(x) \cos(x)}{1+\cos^2(x)} = ?$

(e)  $\int_0^{\pi/(2a)} dx a \sin(ax) \cos^n(ax) = ?$

(f) für  $b > 0$ :  $\int_0^b dx x^2 e^{-x^3} = ?$

(g)  $\int_0^{(1+\pi/4)^{1/3}} dx \frac{x^2}{\cos^2(x^3-1)} = ?$