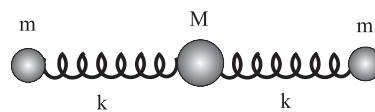


Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 10

Aufgabe 1 (10 Punkte): Eigenmoden eines dreiatomigen Moleküls

Diskutieren Sie die Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls. Im Gleichgewichtszustand des Moleküls haben die beiden Atome der Masse m den gleichen Abstand zum Atom der Masse M . Der Einfachheit halber betrachte man nur Schwingungen längs der Molekülachse, die die drei Atome verbindet, wobei das wirklich komplizierte zwischenatomare Potential durch zwei Federn (Federkonstante k) angenähert wird.

Gehen Sie dazu wie folgt vor:



- (a) (4 Punkte) Stellen Sie die Lagrangefunktion auf und bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen. Verwenden Sie als generalisierten Koordinaten die Auslenkungen $\vec{u} = (x_1, x_2, x_3)^T$ der Moleküle aus ihrer Ruhelage entlang der Molekülachse.

Bringen Sie die Bewegungsgleichungen in die Form

$$\ddot{\vec{u}} = \hat{M} \vec{u} \quad (1)$$

mit einer 3×3 -Matrix \hat{M} .

- (b) (4 Punkte) Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und diskutieren Sie die Eigenschwingungen des Systems, indem Sie den Exponentialansatz $(x_1, x_2, x_3) = \vec{n}_\omega \exp(i\omega t)$ in die Bewegungsgleichungen einsetzen und das entstehende Eigenwertproblem lösen, d.h. die Eigenfrequenzen ω und die dazugehörigen Eigenvektoren \vec{n}_ω bestimmen.
- (c) (2 Punkte) Interpretieren Sie die durch die \vec{n}_ω definierten Eigenmoden physikalisch, d.h. diskutieren Sie, wie sich die drei Massenpunkte bewegen, wenn die Anfangsbedingungen so gewählt sind, dass sich diese speziellen Lösungen ergeben.

Hinweis: Die Rechnung ist sehr ähnlich wie die im Manuskript behandelte Lösung für das Doppelpendel in Abschnitt 4.1.