

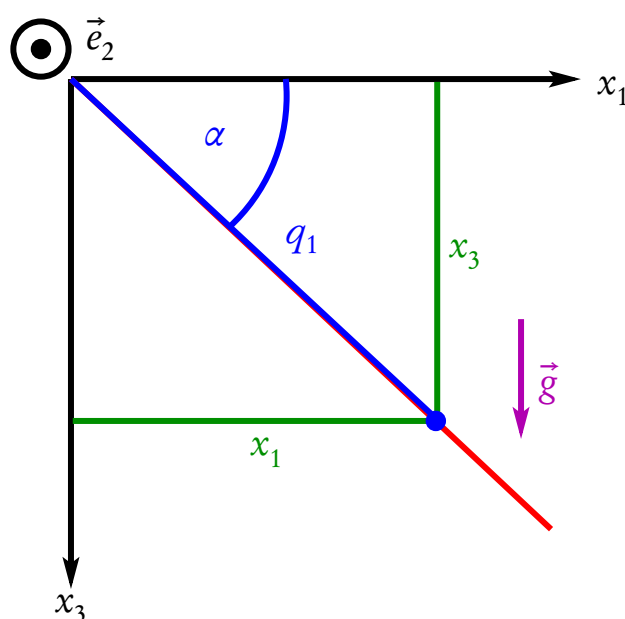
## Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 8

### Aufgabe 1 (10 Punkte): Schiefe Ebene

Wir betrachten ein Partikelchen der Masse  $m$ , das sich auf der Ebene (s. Skizze)

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} q_1 \cos \alpha \\ q_2 \\ q_1 \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad q_1, q_2 \in \mathbb{R} \quad (1)$$

bewegt. Die konstant angenommene Schwerkraft beschleunigung weist in positive  $x_3$ -Richtung:  $\underline{g} = (0, 0, g)^T$ .



Stellen Sie mit Hilfe der Lagrangefunktion die Bewegungsgleichungen für die generalisierten Koordinaten  $(q_1, q_2)$  auf und lösen sie diese. Gehen Sie dazu wie folgt vor:

- (2 Punkte) Berechnen Sie die kinetische Energie  $T = m\dot{\underline{x}}^2/2$  als Funktion von  $(q_1, q_2)$  und  $(\dot{q}_1, \dot{q}_2)$ .
- (2 Punkte) Berechnen Sie das Potential  $V$  der Kraft  $\underline{F} = m\underline{g}$  als Funktion der  $(q_1, q_2)$ .
- (3 Punkte) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen mit Hilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k} = \frac{\partial L}{\partial q_k} \quad (2)$$

mit  $L = T - V$  auf.

- (3 Punkte) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für eine beliebige Anfangsbedingung  $q_k(0) = q_{0k}$ ,  $\dot{q}_k(0) = \dot{q}_{0k}$ .

bitte wenden!

## Aufgabe 2 (10 Punkte): Kugelpendel

Wir verwenden das kartesische Koordinatensystem der vorigen Aufgabe weiter. Ein Partikelchen der Masse  $m$  sei an einem im Ursprung befestigten masselosen Faden der Länge  $R$  befestigt. Es ist klar, dass sich das Teilchen dadurch nur auf einer Kugelschale mit Radius  $R$  bewegen kann, sodass sich Kugelkoordinaten zur Parametrisierung des Ortsvektors am besten eignen:

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} R \sin \vartheta \cos \varphi \\ R \sin \vartheta \sin \varphi \\ R \cos \vartheta \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Gesucht sind die Bewegungsgleichungen für die generalisierten Koordinaten  $(\vartheta, \varphi)$ . Gehen Sie dazu wieder wie folgt vor

- (a) (3 Punkte) Berechnen Sie die kinetische Energie  $T = m\dot{\underline{x}}^2/2$  als Funktion von  $(\vartheta, \varphi)$  und  $(\dot{\vartheta}, \dot{\varphi})$ .
- (b) (3 Punkte) Berechnen Sie das Potential der Schwerkraft  $\underline{F} = m\underline{g}$  als Funktion von  $(\vartheta, \varphi)$ .

**Hinweis:** Sie können teilweise das entsprechende Resultat der vorigen Aufgabe wiederverwenden.

- (c) (3 Punkte) Stellen Sie durch Auswertung der Euler-Lagrange-Gleichungen (2) (mit  $q_1 = \vartheta$  und  $q_2 = \varphi$ ) die Bewegungsgleichungen für  $\vartheta$  und  $\varphi$  auf.
- (d) (1 Punkt) Was fällt Ihnen im Zusammenhang mit der Variablen  $\varphi$  auf?