H. van Hees **Sommersemester 2018**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 4

Aufgabe 1: Feldenergie von Ladungsverteilungen

Auf Blatt 2 haben wir in Aufgabe 2 c) und d) das elektrische Feld für eine homogen geladene Kugel mit Radius a und Ladungsdichte ρ_0 bzw. eine homogen geladene Kugelschale mit Radius a mit der Flächenladungsdichte Σ_0 bestimmt. Die Gesamtladung ist jeweils $Q = 4\pi a^3 \rho_0/3$ bzw. $Q = 4\pi a^2 \Sigma_0$. Die jeweiligen elektrischen Felder sind

$$\vec{E}_1(\vec{r}) = \begin{cases} Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 a^3) & \text{für} \quad r < a, \\ Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3) & \text{für} \quad r > a, \end{cases} \tag{1}$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}) = \begin{cases} \vec{0} & \text{für} \quad r < a, \\ Q\vec{r}/(4\pi\epsilon_0 r^3) & \text{für} \quad r > a. \end{cases} \tag{2}$$

(a) Berechnen Sie für die beiden elektrostatischen Felder jeweils das Potential.

(b) Berechnen Sie mit Hilfe der Energiedichte des elektrischen Feldes

$$w = \frac{\epsilon_0}{2}\vec{E}^2 \tag{3}$$

die gesamte in den jeweiligen Feldern enthaltene Energie.

(c) Berechnen Sie die Feldenergie für die homogen geladene Kugel nochmals mit Hilfe der alternativen Formel

$$W = \int_{\mathbb{R}^3} \mathrm{d}^3 r \, \frac{1}{2}\rho(\vec{r})\Phi(\vec{r}). \tag{4}$$

(d) Wie lautet die entsprechende Formel für die homogen geladene Kugelschale? Berechnen Sie auch in diesem Fall die gesamte Feldenergie nochmals mit dieser alternativen Formel.

Aufgabe 2: Abgeschirmte Ladung

Das Potential für das elektrische Feld einer abgeschirmten Punktladung kann durch das Yukawa-Potential

$$\Phi(\vec{r}) = V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\exp(-k r) \tag{5}$$

beschrieben werden. Dabei ist $k > 0$ eine Konstante.

(a) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E} = -\operatorname{grad}\Phi$.

(b) Berechnen Sie $\operatorname{div}\vec{E}$ für $\vec{r} \neq \vec{0}$.

(c) Berechnen Sie den Fluss des elektrischen Feldes durch eine Kugelschale mit Radius a um den Ursprung, also

$$\frac{1}{\epsilon_0}Q_a = \int_{\partial K_a} \mathrm{d}^2\vec{f} \cdot \vec{E}. \tag{6}$$

(d) (zum Knobeln:) Was kann man aus dem Limes $a \to 0$ für $\operatorname{div}\vec{E}$ am Ursprung $\vec{r} = \vec{0}$ schließen?

Homepage zu Vorlesung und Übungen:
`https://th.physik.uni-frankfurt.de/~hees/theo2-l3-SS18/index.html`