Prof. C. Greiner, Dr. H. van Hees **Wintersemester 2013/2014**

Übungen zur Theoretischen Physik 1 – Blatt 1 (28.10.-01.11.2012)

Präsenzübungen

(P1) Skalarprodukt

Welche Relationszeichen gehören statt des Fragezeichens in die folgenden Ausdrücke? Begründen Sie Ihre Wahl mathematisch.

(a) $\vec{a} \cdot \vec{b} \quad ? \quad \vec{b} \cdot \vec{a}$

(b) $k(\vec{a} \cdot \vec{b}) \quad ? \quad (k\vec{a}) \cdot \vec{b}$

(c) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \cdot \vec{c}) \quad ? \quad (\vec{a} \cdot \vec{b}) \cdot \vec{c}$

(d) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) \quad ? \quad \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$

(P2) Vektoralgebra in der Ebene

Gegeben seien die drei Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ in der x-y-Ebene bzgl. einer kartesischen Basis: $\vec{a} = (1,2)^t$, $\vec{b} = (3,0)^t$, $\vec{c} = (-1,1)^t$.

(a) Zeichnen Sie die drei Vektoren in ein Koordinatensystem.

(b) Bestimmen Sie den Betrag der drei Vektoren.

(c) Berechnen und zeichnen Sie die Vektoren $(-\vec{a})$, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ und $2\vec{a} - \vec{b}$.

(d) Wie lautet der Einheitsvektor $\vec{e}_c$ in Richtung des Vektors $\vec{c}$?

(e) Bestimmen Sie jeweils die Projektion der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{a} + \vec{b}$ auf den Einheitsvektor $\vec{e}_c$.

(f) Bestimmen Sie die reellen Zahlen α und β derart, daß $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$.

(P3) Winkel im Skalarprodukt

(a) Was bedeutet $2(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ für den Winkel zwischen den beiden Vektoren?

(b) Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts den Cosinus-Satz der ebenen Geometrie, nach dem in einem Dreieck mit den Seitenlängen a, b und c gilt: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$, wobei γ den Gegenwinkel der Seite c bezeichnet.

(c) Warum gilt für den Betrag des Skalarprodukts die Schwarzsche Ungleichung: $|(\vec{a} \cdot \vec{b})| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

---

bitte wenden!

(P4) Drehungen in der Ebene

Im folgenden bilden $\vec{e}_1$ und $\vec{e}_2$ das übliche kartesisches Koordinatensystem in der Ebene.

(a) Zeichnen Sie einen beliebigen Vektor $\vec{x} = x_1\vec{e}_1 + x_2\vec{e}_2$ und den um den Winkel α entgegen dem Uhrzeigersinn gedrehten Vektor $\vec{x}\,' = x_1'\vec{e}_1 + x_2'\vec{e}_2$ ein.

(b) Stellen Sie $\vec{x}$ und $\vec{x}\,'$ in Polarkoordinaten dar.

(c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme für Cosinus und Sinus die kartesischen Koordinaten von $\vec{x}\,'$ als Funktion der kartesischen Koordinaten von $\vec{x}$

(d) Wie lautet die Matrix dieser Rotationsabbildung: $\vec{x}\,' = \hat{D}(\alpha)\vec{x}$?

(e) Berechnen Sie die Matrix für die Hintereinanderausführung zweier Drehungen $\hat{D}(\beta)\hat{D}(\alpha)$ und zeigen Sie, daß es sich wieder um eine Drehung handelt (um welchen Winkel?).

(f) Bestimmen Sie die Umkehrmatrix $\hat{D}^{-1}(\alpha)$.

Hausübungen (Abgabe: 08.11.2012)

(H1) Vektorkomponenten in kartesischen Basen (4 Punkte)

Seien $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ orthogonale normierte Einheitsvektoren in x, y, z-Richtung (also eine kartesische Basis).

(a) Zeigen Sie, daß für die Komponenten des allgemeinen Vektors $\vec{x}$ bzgl. dieser kartesischen Basis gilt

$$x_i = \vec{e}_i \cdot \vec{x} \;\Rightarrow\; \vec{x} = \sum_{i=1}^{3} x_i\vec{e}_i = \sum_{i=1}^{3} \vec{e}_i(\vec{e}_i \cdot \vec{x}) \tag{1}$$

(b) Interpretieren Sie Gl. (1) anhand einer Skizze geometrisch.

(H2) Orthogonalisierung (6 Punkte)

Seien $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$ und $\vec{e}_3$ orthogonale normierte Einheitsvektoren in x, y, z-Richtung.

(a) Bestimmen Sie a und b so, daß die neuen Einheitsvektoren

$$\vec{e}\,'_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3) \quad \text{und} \quad \vec{e}\,'_2 = a\vec{e}_1 + a\vec{e}_2 + b\vec{e}_3$$

orthogonal zueinander sind.

(b) Bestimmen Sie den dritten Einheitsvektor $\vec{e}_3\,'$ so, daß $\vec{e}\,'_1$, $\vec{e}\,'_2$ und $\vec{e}\,'_3$ orthogonal zueinander sind.

(c) Wie lautet die Matrix $\hat{M}$ für den Basiswechsel, für die definitionsgemäß

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = \hat{M} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

gilt?
