

# THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

## Aufgabenblatt 1

**Datum: 20/04/2012. Abgabe: 27/04/2012**

Aufgabe 1: Grenzwerte und Ableitungen (10 Punkte = 1 + 1 + 2 + 2 + 4)

1. Beweisen Sie, dass die Ableitung von  $f(x) = x^n$  lautet:  $f'(x) = nx^{n-1}$ .

2. Beweisen Sie, dass

$$\frac{d}{dx}(f(x)g(x)) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) . \quad (1)$$

3. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{\ln(1 + ax^2)}{x} . \quad (2)$$

Bestimmen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ .

4. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion  $f(x) = \ln\left(1 + e^{-\sqrt{x^2+a^2}}\right)$ , wobei  $a$  eine reelle Zahl ist.

5. Berechnen Sie die Ableitung der Funktion  $f(x) = e^{-1/x^2}$  und bestimmen Sie den Limes  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x)$ .

Aufgabe 2: Funktion (8 Punkte = 4 + 2 + 2 + 2)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = xe^{-x^2} .$$

1. Führen Sie eine Kurvendiskussion dieser Funktion durch. (Definitionsbereich, Randuntersuchung, lokale Extrema, Graph skizzieren).

2. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung dieser Funktion um den Punkt  $x_0 = 0$  bis einschließlich Ordnung  $x^7$ .

3. Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung dieser Funktion um den Punkt  $x_0 = 1$  bis einschließlich Ordnung  $(x - 1)^2$ .

4. Berechnen Sie das unbestimmte Integral  $\int dx xe^{-x^2}$  sowie die Integrale  $\int_{-1}^1 dx xe^{-x^2}$  und  $\int_0^1 dx xe^{-x^2}$ .

Zur Erinnerung: (i) Unbestimmtes Integral:  $\int dx f(x) = F(x) + const$ , wobei  $\frac{dF(x)}{dx} = F'(x) = f(x)$ ; (ii) Bestimmtes Integral:  $\int_a^b dx f(x) = F(b) - F(a)$ .