

THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

Aufgabenblatt 3

Datum: 4/05/2012. Abgabe: 11/05/2012

Aufgabe 1: δ -Integrale (10 Punkte = 2 + 2 + 3 + 2 + 1)

1. Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \delta(x), \int_{-\infty}^{\infty} dx x^2 \delta(2x+1), \int_{-1}^5 dx f(x+1) \delta(x). \quad (1)$$

2. Beweisen Sie, dass

$$\int_0^{\infty} dx \delta(x) = \frac{1}{2}. \quad (2)$$

3. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx (x^7 + x^6) \delta(x^2 + x). \quad (3)$$

4. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \theta(x) \delta(x^2 - 1). \quad (4)$$

5. Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \delta(x^2 + 1). \quad (5)$$

Aufgabe 2: θ und δ (10 Punkte = 5 + 5)

1. Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = 3\theta(x)\theta(L-x) \quad (6)$$

wobei L eine reelle Zahl ist. Zeichnen Sie $f(x)$ und berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx f(x) \text{ und } \frac{df(x)}{dx} \quad (7)$$

für (i) $L > 0$, (ii) $L < 0$ und (iii) $L = 0$.

2. Gegeben sei die Funktion

$$g(x) = 3\theta(3x^2 - 27). \quad (8)$$

Zeichnen Sie $g(x)$ und berechnen Sie

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx g(x) \text{ und } \frac{dg(x)}{dx}. \quad (9)$$