

THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

Aufgabenblatt 4

Datum: 11/05/2012. Abgabe: 18/05/2012

Aufgabe 1 Differentialgleichungen erster Ordnung: (9 Punkte = 2 + 3 + 4)

1. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$xy'(x) - 1 = 0 . \tag{1}$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung $y(1) = 1$.

2. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - x^2y(x) = 0 . \tag{2}$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung $y(1) = 1$.

3. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - \frac{4}{x}y(x) = -x^3 . \tag{3}$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung $y(e) = 0$.

Aufgabe 2: Differentialgleichungen mit Ordnung ≥ 2 (11 Punkte = 2+ 3 + 3 + 3)

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) + a^2y(x) = 0 \tag{4}$$

wobei $a > 0$. Bestimmen Sie die Lösung, welche die Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ und $y'(0) = 4$ erfüllt.

2. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) - a^2y(x) = b \tag{5}$$

wobei $a > 0$ und $b \neq 0$. Bestimmen Sie die allgemeinste Lösung dieser Gleichung. Bestimmen Sie auch die Lösung, welche die Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ und $y'(0) = 0$ erfüllt.

3. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) - \lambda y'(x) = 0 \tag{6}$$

wobei λ eine reelle Zahl ist. Lösen Sie die Differentialgleichung für die Anfangsbedingungen $y(0) = 0$ und $y'(0) = 1$. (Hinweis: machen Sie die Substitution $y'(x) = u(x)$.)

4. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'''(x) = 0. \tag{7}$$

Bestimmen Sie (i) die allgemeinste Lösung und (ii) die eindeutige Lösung für die Bedingungen $y(0) = 0$, $y(1) = 0$, $y(2) = 1$.