

THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

**Aufgabenblatt 4**

**Datum: 11/05/2012. Abgabe: 18/05/2012**

Aufgabe 1 Differentialgleichungen erster Ordnung: (9 Punkte = 2 + 3 + 4)

1. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$xy'(x) - 1 = 0 . \quad (1)$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung  $y(1) = 1$ .

2. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - x^2y(x) = 0 . \quad (2)$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung  $y(1) = 1$ .

3. Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichung

$$y'(x) - \frac{4}{x}y(x) = -x^3 . \quad (3)$$

Bestimmen Sie auch die eindeutige Lösung für die Anfangsbedingung  $y(e) = 0$ .

Aufgabe 2: Differentialgleichungen mit Ordnung  $\geq 2$  (11 Punkte = 2+ 3 + 3 + 3)

1. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) + a^2y(x) = 0 \quad (4)$$

wobei  $a > 0$ . Bestimmen Sie die Lösung, welche die Anfangsbedingungen  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 4$  erfüllt.

2. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) - a^2y(x) = b \quad (5)$$

wobei  $a > 0$  und  $b \neq 0$ . Bestimmen Sie die allgemeinste Lösung dieser Gleichung. Bestimmen Sie auch die Lösung, welche die Anfangsbedingungen  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 0$  erfüllt.

3. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y''(x) - \lambda y'(x) = 0 \quad (6)$$

wobei  $\lambda$  eine reelle Zahl ist. Lösen Sie die Differentialgleichung für die Anfangsbedingungen  $y(0) = 0$  und  $y'(0) = 1$ . (Hinweis: machen Sie die Substitution  $y'(x) = u(x)$ .)

4. Gegeben sei die Differentialgleichung

$$y'''(x) = 0. \quad (7)$$

Bestimmen Sie (i) die allgemeinste Lösung und (ii) die eindeutige Lösung für die Bedingungen  $y(0) = 0$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y(2) = 1$ .