

THEORETIKUM ZUR MATHEMATIK FÜR BIOPHYSIKER SS 2012

Aufgabenblatt 7

Datum: 8/06/2012. Abgabe: 15/06/2012

Aufgabe 1: Repetita juvant (9 Punkte = 3 + 3 + 3)

1. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = \sin(x + y) + y^2 \quad (1)$$

Bestimmen Sie die Taylor-Entwicklung bis zur zweiten Ordnung um den Punkt $(0, 0)$.

2. Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3 . \quad (2)$$

Bestimmen Sie die Punkte (x, y) , die die Gleichung $\vec{\nabla} f = (0, 0)$ erfüllen. Bestimmen Sie auch, ob es sich um Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt.

3. Bestimmen Sie das 2D-Integral

$$\int_D dx dy f(x, y) \quad (3)$$

wobei $f(x, y)$ in Gl. (2) definiert wurde und D ist gegeben durch

$$D = \{(x, y) \text{ so dass } 0 < y < x \text{ und } 0 < x < 3\}. \quad (4)$$

Aufgabe 2: Transformationen (9 Punkte = 2 + 4 + 3)

1. Berechnen Sie das Integral

$$\int_D dx dy \sqrt{R^2 - (x^2 + y^2)} , \quad (5)$$

wobei $D = \{(x, y) \text{ so dass } x^2 + y^2 \leq R^2\}$. Hinweis: benutzen Sie Polarkoordinaten.

2. Berechnen Sie das Integral

$$\int_D dx dy e^{y-2x} . \quad (6)$$

wobei $D = \{(x, y), y - 2x < 0, 0 < 3x - y < 1\}$. Machen Sie dabei die Koordinatentransformation $x = u + v$ und $y = 2v + 3u$.

3. Berechnen Sie das 3D-Integral

$$\int_D dx dy dz , \quad (7)$$

wobei $D = \{(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 < 9\}$. Machen Sie die Koordinatentransformation $x = r \cos \varphi \sin \theta$, $y = r \sin \varphi \sin \theta$, $z = r \cos \theta$. (Die explizite Rechnung des Jakobians ist gefragt.)

Aufgabe 3: Eine einfache Differentialgleichung (2 Punkte)

Lösen sie die Differentialgleichung

$$\partial_x f(x, y) = x^2 \quad (8)$$

mit Anfangsbedingung

$$f(1, y) = \sin y + 3 . \quad (9)$$