

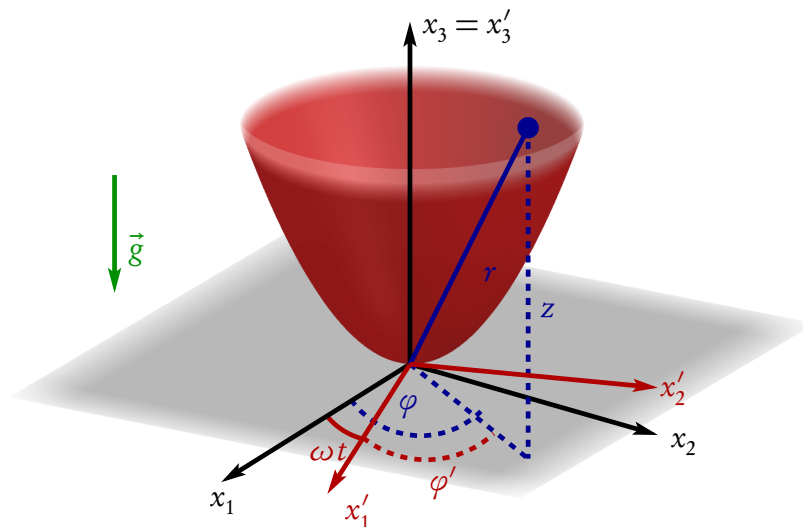
## Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 12

### Aufgabe 1: Rotierendes Rotationsparaboloid

Ein Rotationsparaboloid, das in Zylinderkoordinaten durch

$$z = Ar^2 \quad (1)$$

beschrieben wird, rotiere mit konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  um die  $x_3 = z$ -Achse.



- (a) Im Folgenden seien  $(r', \varphi', z')$  die Zylinderkoordinaten eines Massenpunktes (Masse  $m$ ), der reibungsfrei auf dem Rotationsparaboloiden gleiten kann, bzgl. eines mit dem Paraboloiden mitrotierenden Bezugssystems. Zeigen Sie, dass die kartesischen Koordinaten des Massenpunktes bzgl. des Inertialsystems durch

$$\underline{x} = \begin{pmatrix} r' \cos(\varphi' + \omega t) \\ r' \sin(\varphi' + \omega t) \\ Ar'^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

- (b) Berechnen Sie die kinetische Energie  $T$  und das Potential  $V(\vec{x}) = mgx_3$  als Funktionen der generalisierten Koordinaten  $q_1 = r'$ ,  $q_2 = \varphi'$  und der dazugehörigen generalisierten Geschwindigkeiten  $\dot{q}_1 = \dot{r}'$  und  $\dot{q}_2 = \dot{\varphi}'$ , um die Lagrange-Funktion aufzustellen.
- (c) Welche Koordinaten sind zyklisch und ggf. warum?
- (d) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.
- (e) Zeigen Sie, dass man den Parameter  $A$  in (1) so wählen kann, dass ein einmal in Ruhe relativ zu dem mitrotierenden Beobachter an irgendeine Stelle auf dem Rotationsparaboloid gesetzter Massepunkt auch in Ruhe bleibt.