

Physik des Geonium-Atoms (Präzisionsmessung des gyromagnetischen Faktors des Elektrons)

Marc Wagner

mcwagner@theorie3.physik.uni-erlangen.de

<http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/~mcwagner>

2. Dezember 2005

Einführung

- Wechselwirkung zwischen Elektronenspin und Magnetfeld (g : g -Faktor beziehungsweise gyromagnetischer Faktor des Elektrons):

$$H = -\vec{\mu}\mathbf{B} = -g\frac{q\hbar}{2mc}\frac{\vec{\sigma}}{2}\mathbf{B}$$

- Quantenelektrodynamik (QED): $g/2 = 1.001\,159\,652\,459(135)$
- Ziel: Präzise experimentelle Bestimmung von g (Test der QED)

Geonium-Atom
(ein Atom, das
an die Erde
gebunden ist)

Elektron (verschiedene
oszillierende Bewegungs-
formen; $\omega_z, \omega_+, \omega_-, \omega_s$)

Penning-Falle (ein Apparat, der elektrische
und magnetische Felder erzeugt, die ein
Elektron gefangen halten)

$\omega_z = \dots$

Messgerät (misst die Frequenzen der
Elektronenbewegung; aus den Ergebnissen
kann der g -Faktor bestimmt werden)

Gliederung

- Penning-Falle
- Bewegung eines Elektrons in einer Penning-Falle
 - Klassische Bewegung
 - Quantenmechanische Bewegung
 - Spin-Bewegung
- Bestimmung des gyromagnetischen Faktors aus den verschiedenen Bewegungsfrequenzen
- Langfristiges zeitliches Verhalten eines Elektrons in einer Penning-Falle
 - Thermodynamik eines Elektrons in einer Penning-Falle
 - Motional-Sideband-Cooling
- Messung der verschiedenen Bewegungsfrequenzen
- Schlussbemerkungen

Penning-Falle (1)

- Penning-Falle: Ein Apparat der elektromagnetische Felder erzeugt, die Elektronen einsperren (F. M. Penning: 1936 Vorarbeiten; H. G. Dehmelt: 1959 Entwicklung, 1973 Einsperren einzelner Elektronen, 1989 Nobelpreis)
- Magnetisches Feld (homogen): **“Kreisbahn in der x - y -Ebene”**

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}$$

- Elektrisches Feld (harmonisch): **Schwingung entlang der z -Achse**

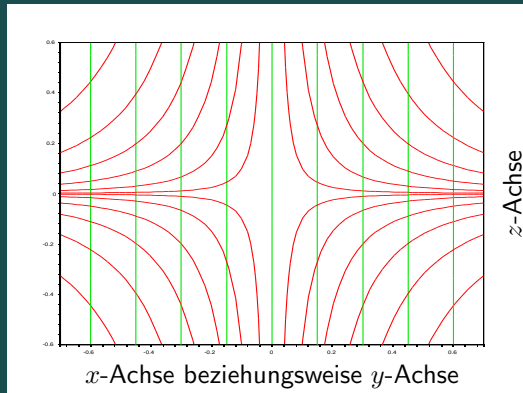
$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}\phi = -\vec{\nabla} \left(\frac{\phi_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) \right) = \frac{\phi_0}{2d^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}$$

(die x -Terme und die y -Terme in ϕ sind notwendig damit die Maxwell-Gleichung $\operatorname{div}(\mathbf{E}) = -\Delta\phi = 0$ erfüllt ist; Quadrupolfeld)

Penning-Falle (2)

- Feldlinienverlauf in der Penning-Falle (rotationssymmetrisch um z -Achse)

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \dots = \frac{\phi_0}{2d^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}$$



- Experimentelle Realisierung des homogenen Magnetfelds: Solenoid (eine “lange” stromdurchflossene Spule, die das Geonium-Atom umgibt)

Penning-Falle (3)

- Experimentelle Realisierung des elektrischen Quadrupolfelds: Platten die wie Isoflächen von ϕ geformt sind

$$\mathbf{E} = -\vec{\nabla}\phi = -\vec{\nabla} \left(\frac{\phi_0}{2d^2} \left(z^2 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} \right) \right) = \dots$$

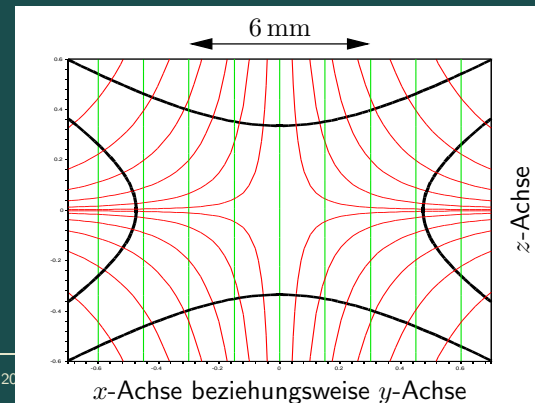
- Deckel (z_0 : Abstand Ursprung-Deckel; Hyperboloid):

$$z^2 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = z_0^2$$

- Umgebender Ring (ρ_0 : Abstand Ursprung-Ring; Rotationsfläche einer hyperbolischen Kurve):

$$z^2 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = -\frac{\rho_0^2}{2}$$

- Wähle d so, dass $\phi_{\text{Deckel}} - \phi_{\text{Ring}} = \phi_0$



Klassische Bewegung eines e^- (1)

- Bewegungsgleichung:

$$m\ddot{\mathbf{r}} = q(\mathbf{E} + \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c} \times \mathbf{B}) = q \left(\frac{\phi_0}{2d^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix} + \frac{\dot{\mathbf{r}}}{c} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} \right)$$

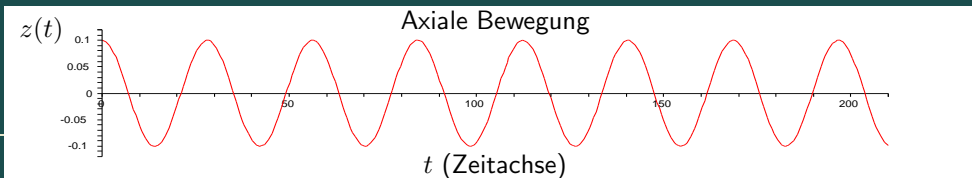
- z -Komponente der Bewegung:

- z -Komponente der Bewegungsgleichung (harmonischer Oszillator):

$$m\ddot{z} = -\frac{q\phi_0}{d^2}z$$

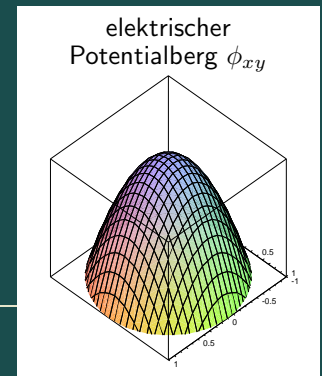
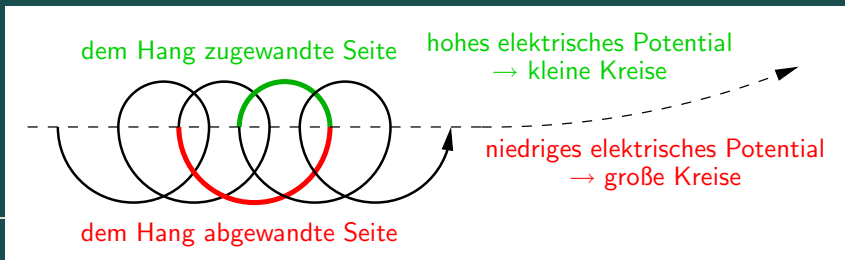
- Lösung ($q\phi_0 > 0$): **“Axiale Bewegung”**

$$z = a_z \cos(\omega_z t + \varphi_z) \quad , \quad \omega_z = \left(\frac{q\phi_0}{md^2} \right)^{1/2}$$



Klassische Bewegung eines e^- (2)

- x -Komponente und y -Komponente der Bewegung (qualitativ):
 - Homogenes Magnetfeld in z -Richtung \rightarrow Elektron bewegt sich auf einer Kreisbahn (Frequenz ist geschwindigkeitsunabhängig)
 - Schwache Korrektur durch quadratisches elektrisches Potential:
$$\phi_{xy} = -\frac{\phi_0}{4d^2} (x^2 + y^2)$$
 - \rightarrow Elektron ist schneller auf der dem Hang abgewandten Seite
 - \rightarrow Kreisbahn hat größeren Radius auf der dem Hang abgewandten Seite
 - \rightarrow Elektron ist langsamer auf der dem Hang zugewandten Seite
 - \rightarrow Kreisbahn hat kleineren Radius auf der dem Hang zugewandten Seite
 - Insgesamt: Spiralbahn um den Potentialberg herum



Klassische Bewegung eines e^- (3)

- x -Komponente und y -Komponente der Bewegung (quantitativ):
 - x -Komponente und y -Komponente der Bewegungsgleichung:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = q \left(\frac{\phi_0}{2d^2} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \frac{B}{c} \begin{pmatrix} \dot{y} \\ -\dot{x} \end{pmatrix} \right)$$

- Lösung für starke magnetische und schwache elektrische Felder ($(qB/2mc)^2 > q\phi_0/2md^2$): Summe zweier Kreisbewegungen

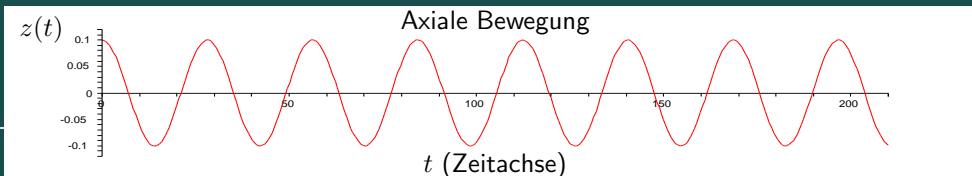
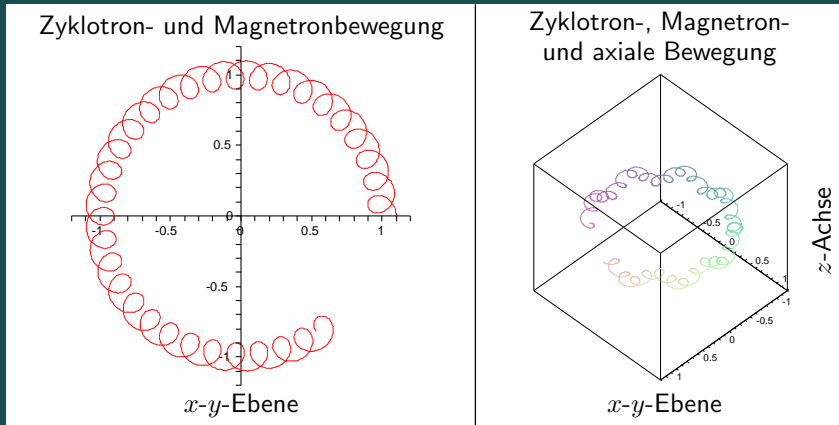
$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = r_+ \begin{pmatrix} \cos(\omega_+ t + \varphi_+) \\ \sin(\omega_+ t + \varphi_+) \end{pmatrix} + r_- \begin{pmatrix} \cos(\omega_- t + \varphi_-) \\ \sin(\omega_- t + \varphi_-) \end{pmatrix}$$

$$\omega_{\pm} = -\frac{qB}{2mc} \pm \left(\left(\frac{qB}{2mc} \right)^2 - \frac{q\phi_0}{2md^2} \right)^{1/2}$$

- ω_+ : **“Zyklotronbewegung”** (schnell, kleiner Radius)
- ω_- : **“Magnetronbewegung”** (langsam, großer Radius)

Klassische Bewegung eines e^- (4)

- Im Experiment: $(\omega_+) : (\omega_z) : (\omega_-) \approx (10^7) : (2 \times 10^3) : (1)$
- ω_+ : **Zyklotronbewegung** (schnell, kleiner Radius)
- ω_z : **Axiale Bewegung** (mittelschnell)
- ω_- : **Magnetronbewegung** (langsam, großer Radius)



Quantenmechanik eines e^- (1)

- Hamilton-Operator eines geladenen Teilchens im elektromagnetischen Feld:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{q}{c} \mathbf{A} \right)^2 + q\phi$$

- Geonium-Atom: Hamilton-Operator ist eine Summe eines ausschließlich von x und y abhängigen Anteils und eines ausschließlich von z abhängigen Anteils:

$$H = H_{xy} + H_z$$

$$H_{xy} = \frac{1}{2m} \left(\begin{pmatrix} p_x \\ p_y \end{pmatrix} - \frac{qB}{2c} \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix} \right)^2 - \frac{q\phi_0}{4d^2} (x^2 + y^2)$$

$$H_z = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{q\phi_0}{2d^2} z^2$$

→ x - y -Problem und z -Problem können unabhängig voneinander gelöst werden

Quantenmechanik eines e^- (2)

- z -Richtung: Harmonischer Oszillator

$$H_z = \frac{p_z^2}{2m} + \frac{q\phi_0}{2d^2}z^2$$

- Lösung mit Hilfe von Auf- und Absteigeoperatoren:

$$a_z = \sqrt{\frac{m\omega_z}{2\hbar}}z + i\sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega_z}}p_z, \quad a_z^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega_z}{2\hbar}}z - i\sqrt{\frac{1}{2m\hbar\omega_z}}p_z$$

$$H_z = \hbar\omega_z \left(a_z^\dagger a_z + \frac{1}{2} \right)$$

- ω_z wie im klassischen Fall (axiale Bewegung)
- Eigenwerte von H_z :

$$E_{z,n_z} = \hbar\omega_z \left(n_z + \frac{1}{2} \right), \quad n_z \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

Quantenmechanik eines e^- (3)

- x -Richtung und y -Richtung: Hamilton-Operator kann in eine Summe zweier harmonischer Oszillatoren umgeschrieben werden (längere Rechnung)

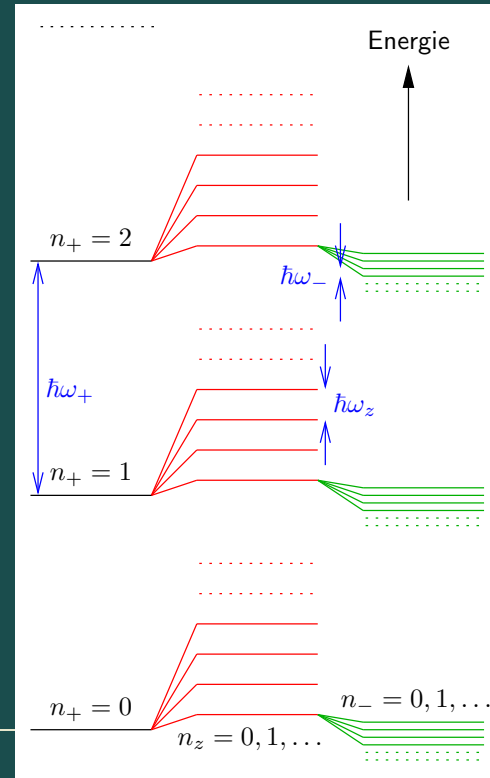
$$H_{xy} = \hbar\omega_+ \left(a_+^\dagger a_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(a_-^\dagger a_- + \frac{1}{2} \right)$$

- ω_+ wie im klassischen Fall (Zyklotronbewegung)
- ω_- wie im klassischen Fall (Magnetronbewegung)
- Eigenwerte von H_{xy} :

$$E_{xy, n_+, n_-} = \hbar\omega_+ \left(n_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(n_- + \frac{1}{2} \right)$$

$$n_+, n_- \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

- **Minuszeichen bei der Magnetronbewegung aufgrund des elektrischen Potentialbergs**



Spin eines e^-

- Spinoperator:

$$\mathbf{s} = \hbar \frac{\vec{\sigma}}{2}$$

- Magnetisches Moment:

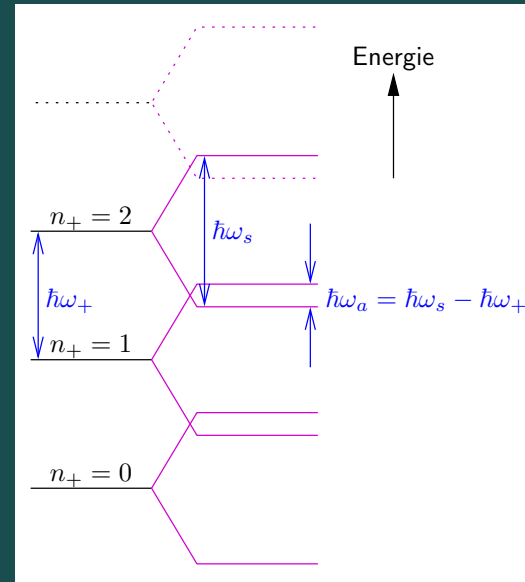
$$\vec{\mu} = g \frac{q\hbar}{2mc} \frac{\vec{\sigma}}{2}$$

- Wechselwirkung mit dem magnetischen Feld:

$$H_s = -\vec{\mu}\mathbf{B} = \hbar\omega_s \frac{\sigma_z}{2}, \quad \omega_s = -g \frac{qB}{2mc}$$

- Eigenwerte von H_s :

$$E_s = \hbar\omega_s n_s, \quad n_s \in \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$



Bestimmung von g aus ω_+ , ω_z , ω_a (1)

- Bereits bekannt:

$$\omega_z = \left(\frac{q\phi_0}{md^2} \right)^{1/2}, \quad \omega_{\pm} = -\frac{qB}{2mc} \pm \left(\left(\frac{qB}{2mc} \right)^2 - \frac{q\phi_0}{2md^2} \right)^{1/2}$$

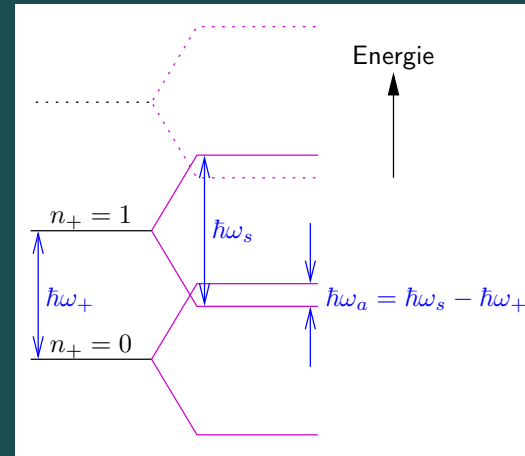
$$\omega_s = -g \frac{qB}{2mc}$$

- Es folgt:

$$\omega_s = \frac{g}{2}(\omega_+ + \omega_-), \quad \omega_+\omega_- = \frac{\omega_z^2}{2}$$

- Man misst die Anomalie ("Abweichung des g -Faktors von 2"):

$$a = \frac{g}{2} - 1 = \frac{\omega_s}{\omega_+ + \omega_-} - 1 = \frac{\overbrace{\omega_s - \omega_+ - \omega_-}^{=\omega_a}}{\omega_+ + \omega_-} = \frac{\omega_a - \omega_z^2/2\omega_+}{\omega_+ + \omega_z^2/2\omega_+}$$



Bestimmung von g aus ω_+ , ω_z , ω_a (2)

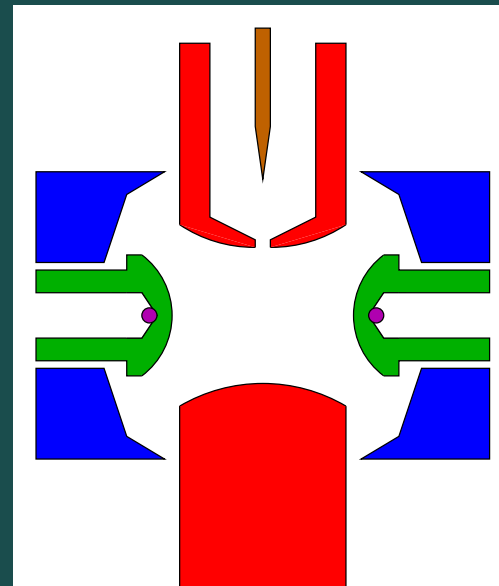
- Anomalie (“Abweichung des g -Faktors von 2”):

$$a = \frac{g}{2} - 1 = \frac{\omega_s}{\omega_+ + \omega_-} - 1 = \frac{\overbrace{\omega_s - \omega_+ - \omega_-}^{=\omega_a}}{\omega_+ + \omega_-} = \frac{\omega_a - \omega_z^2/2\omega_+}{\omega_+ + \omega_z^2/2\omega_+}$$

- Vorteile der Anomalie-Messung:
 - ω_+ , ω_z und ω_a können experimentell hinreichend genau bestimmt werden
 - Anomalie hängt ausschließlich von ω_+ , ω_z und ω_a ab (Ungenauigkeiten in m , q , B , ϕ_0 , ... gehen nicht ins Experiment ein)
 - Anomalie ist ein stabil zu messender Ausdruck (keine etwa gleich großen Zahlen werden voneinander abgezogen, ...)

Typische experimentelle Parameter

- Typische experimentelle Parameter eines Geonium-Atoms:
 - Ausdehnung der Geonium-Apparatur: $d = z_0 = \rho_0/\sqrt{2} \approx 0.3 \text{ cm}$
 - Potentialdifferenz: $\phi_0 \approx 10 \text{ V}$
 - Magnetfeld: $B/c \approx 6 \text{ T}$
- Daraus folgende Energiedifferenzen:
 - Zyklotronbewegung: $\hbar\omega_+ \approx 6.9 \times 10^{-4} \text{ eV}$
 - Axiale Bewegung: $\hbar\omega_z \approx 2.9 \times 10^{-7} \text{ eV}$
 - Magnetronbewegung: $\hbar\omega_- \approx 6.1 \times 10^{-11} \text{ eV}$
 - Anomaliedifferenz: $\hbar\omega_a \approx 8.1 \times 10^{-7} \text{ eV}$



Deckelektroden
Ringelektrode
Hilfselektroden
Feldemissionselektrode
Nickelring (magnetische Flasche)

Thermodynamik eines e^- (1)

- **Wie sieht das langfristige zeitliche Verhalten eines Elektrons in einer Penning-Falle aus?**
 - Welchen Einfluss hat die Temperatur auf das Experiment?
 - Wie stabil ist ein durch n_+ , n_z , n_- und n_s gegebener Quantenzustand?
 - Welche Quantenzustände werden bei welchen Temperaturen bevorzugt?
 - Was die mittlere Auslenkung der Elektronenbewegung bei gegebener Temperatur? Ist die Penning-Falle groß genug?
 - Mit welchen Verfahren können bestimmte Quantenzustände erzwungen werden (“Kühlung”)?

Thermodynamik eines e^- (2)

- Zwei mögliche Prozesse zum Energieaustausch:
 - Kopplung an die Schwarzkörperstrahlung der Geonium-Apparatur (Wärmebad, $T = 4.2\text{ K}$): Alle vier Bewegungsformen (ω_+ , ω_z , ω_- , ω_s)
 - Kopplung an das “Messgerät” (Wärmebad, $T = 4.2\text{ K}$): Nur die axiale Bewegung (ω_z), da ausschließlich diese Bewegungsform gemessen wird
- Zwei Klassen von interessanten Größen:
 - Mittlere Besetzungszahlen $\langle n_+ \rangle_T$ und $\langle n_z \rangle_T$ bei gegebener Temperatur T im thermodynamischen Gleichgewicht

$$\langle E_{\dots} \rangle_T = \hbar\omega_{\dots} \left(\langle n_{\dots} \rangle_T + \frac{1}{2} \right)_T = -\frac{\partial}{\partial(1/kT)} \ln(Z_{\dots})$$

- Übergangsraten γ_+ , γ_z , γ_- und γ_s (Wie lange dauert es, bis das System im thermodynamischen Gleichgewicht ist?)

$$\left\langle n_{\dots}(t) \right\rangle_T = \left\langle n_{\dots}(0) \right\rangle_T e^{-\gamma_{\dots} t} \quad (\text{zeitabhängige Störungstheorie})$$

Thermodynamik eines e^- (3)

- Typische experimentelle Parameter (Kühlung mit flüssigem Helium, 4.2 K):
 - Zyklotronbewegung:
 - $\langle n_+ \rangle_{4.2\text{K}} \approx 0.5 \rightarrow$ quantenmechanische Behandlung
 - $\gamma_+ \approx 12.5/\text{s} \rightarrow$ thermodynamisches Gleichgewicht wird schnell erreicht
 - $\langle "n_+ = 0.5" | r_+^2 | "n_+ = 0.5" \rangle^{1/2} \approx 1.5 \times 10^{-8} \text{ m}$
 - Axiale Bewegung:
 - $\langle n_z \rangle_{4.2\text{K}} \approx 1250 \rightarrow$ klassische Behandlung
 - $\gamma_z \approx 6.25/\text{s}$ (dominiert von der Kopplung an das "Messgerät") \rightarrow thermodynamisches Gleichgewicht wird schnell erreicht
 - $\langle n_z = 1250 | a_z^2 | n_z = 1250 \rangle^{1/2} \approx 1.8 \times 10^{-5} \text{ m}$
 - Magnetronbewegung:
 - $\langle n_- \rangle_{\text{Motional-Sideband-Cooling}} \approx 1250 \rightarrow$ klassische Behandlung
 - $\gamma_- \approx 0 \rightarrow$ Bewegung stabil
 - $\langle n_- = 1250 | r_-^2 | n_- = 1250 \rangle^{1/2} \approx 5.2 \times 10^{-7} \text{ m}$
 - Spin:
 - $\gamma_s \approx 0 \rightarrow$ Spin stabil

Motional-Sideband-Cooling (1)

- Zur präzisen experimentellen Bestimmung der Frequenzen ω_z , ω_+ und ω_a sind kleine Magnetronradien erforderlich (im Experiment führen schwache Abweichungen von einer idealen Penning-Falle bei großen Magnetronradien zu starken “Verschmierungen” der Messkurven)
- Kühlung der Magnetronbewegung notwendig (**wegen des negativen Vorzeichens im Hamiltonoperator: Kühlung = Zuführen von Energie**)

$$H_{xy} = \hbar\omega_+ \left(a_+^\dagger a_+ + \frac{1}{2} \right) - \hbar\omega_- \left(a_-^\dagger a_- + \frac{1}{2} \right)$$

- Einstrahlen von Photonen der Energie $\hbar\omega_-$ scheidet aus, da dies den Magnetronradius vergrößert (die Magnetronbesetzungszahl nimmt ihren thermodynamischen Erwartungswert an: $\langle n_- \rangle_T = \infty$)

Motional-Sideband-Cooling (2)

- Motional-Sideband-Cooling:

- Kombinierte Aufheizung beziehungsweise Abkühlung der axialen Bewegung und der Magnetronbewegung

- Einstrahlen von Photonen der Energie $\hbar(\omega_z + \omega_-)$:

$(n_z, n_-) \rightarrow (n_z + 1, n_- - 1)$ (Abkühlen der Magnetronbewegung)

$(n_z, n_-) \rightarrow (n_z - 1, n_- + 1)$ (Aufheizen der Magnetronbewegung)

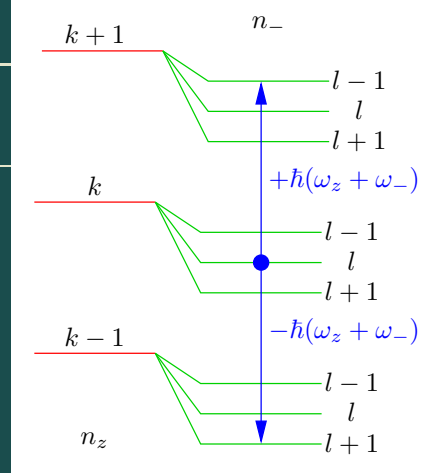
- Wahrscheinlichkeiten dieser Übergänge enthalten den Faktor $(n_z + 1)n_-$ beziehungsweise $n_z(n_- - 1)$ (grundlegende Eigenschaft von Bosonen)

- $n_- > n_z \rightarrow$ Abkühlung der Magnetronbewegung dominiert

- $n_- < n_z \rightarrow$ Aufheizung der Magnetronbewegung dominiert

- n_z wird nur temporär verändert (axiale Bewegung ist stark an das “Messgerät” und die Schwarzkörperstrahlung gekoppelt)

- Maximal erreichbare Abkühlung: $n_- \approx n_z \approx \langle n_z \rangle_{4.2\text{K}} \approx 1250$

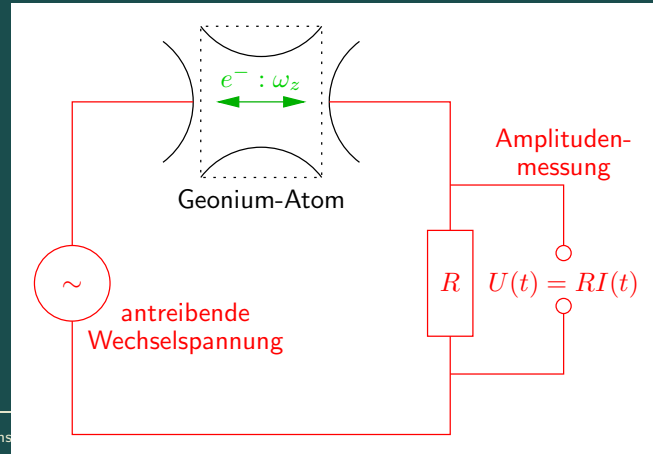


Messung von ω_z

- ω_z tritt in der Anomalie auf:

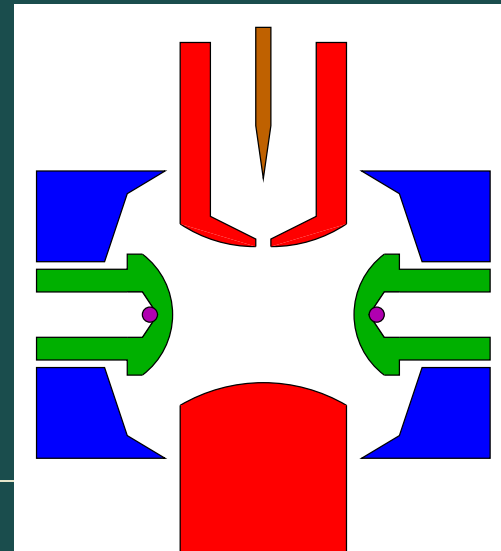
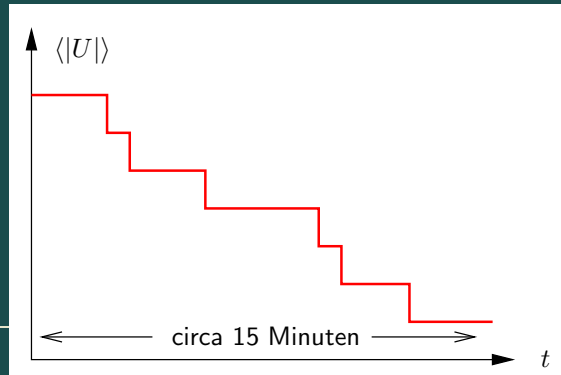
$$a = \frac{g}{2} - 1 = \frac{\omega_a - \omega_z^2/2\omega_+}{\omega_+ + \omega_z^2/2\omega_+}$$

- Axial schwingendes Elektron induziert eine Wechselspannung $U(t) = RI(t)$ der Frequenz ω_z
- Messen dieser Wechselspannung ist sehr schwierig, da Signal äußerst schwach
- Antreiben der Schwingung durch eine Wechselspannungsquelle und Messung der Resonanzfrequenz ermöglicht die Bestimmung von ω_z



Einsperren eines einzelnen Elektrons

- Anlegen einer hohen Spannung an der Feldemissionselektrode injiziert hochenergetische Elektronen in die Penning-Falle
- Einige der Elektronen stoßen mit Restgas-Atomen zusammen und werden dabei so stark abgebremst, dass sie von den Feldern der Penning-Falle gefangen werden
- Starkes Antreiben der axialen Bewegung treibt die Elektronen gegen die Wände der Penning-Falle
- Die Stufenstruktur in $\langle |U| \rangle$ zeigt an, wann genau ein Elektron in der Penning-Falle verblieben ist



Messung von ω_+ und ω_a (1)

- ω_+ und ω_a treten in der Anomalie auf:

$$a = \frac{g}{2} - 1 = \frac{\omega_a - \omega_z^2/2\omega_+}{\omega_+ + \omega_z^2/2\omega_+}$$

- Verwendung einer magnetischen Flasche $\Delta\mathbf{B}$ (schwache Korrektur des homogenen magnetischen Felds \mathbf{B} ; x -Terme und y -Terme sind notwendig, damit die Maxwell-Gleichungen $\text{div}(\Delta\mathbf{B}) = 0$ und $\text{rot}(\Delta\mathbf{B}) = 0$ erfüllt sind):

$$\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{B} + \Delta\mathbf{B}, \quad \Delta\mathbf{B} = b \begin{pmatrix} -xz \\ -yz \\ z^2 - (x^2 + y^2)/2 \end{pmatrix}$$

- Magnetisches Moment $\vec{\mu}$ in z -Richtung: Veränderung der axialen Frequenz ω_z durch magnetische Flasche

$$H_{\Delta\mathbf{B}} = -\vec{\mu}\Delta\mathbf{B} = -\vec{\mu}_z b z^2 + \text{“Korrektur der } x\text{-}y\text{-Bewegung”}$$

Messung von ω_+ und ω_a (2)

- Mit den Frequenzen ω_+ (Kreisstrom) und ω_a (Kreisstrom und Spin) beziehungsweise deren Besetzungszahlen ist das magnetische Moment $\vec{\mu}$ verknüpft
- Einstrahlen von Photonen der Energie $\hbar\omega_+$ beziehungsweise $\hbar\omega_a$ verändert das magnetische Moment $\vec{\mu}$ und führt damit zu einer quantitativ messbaren Veränderung $\delta\omega_z$ der axialen Frequenz ω_z
- Aus $\delta\omega_z$ folgt ω_+ beziehungsweise ω_a

Schlussbemerkungen (1)

- Ausgezeichnete Übereinstimmung von Theorie und Experiment (erfolgreicher Test der QED):
 - Messungen am Geonium-Atom:
 $g/2 = 1.001\,159\,652\,193(4)$ (Van Dyck et al. 1984)
 - Quantenelektrodynamik (QED):
 $g/2 = 1.001\,159\,652\,459(135)$ (Kinoshita et al. 1984)

Schlussbemerkungen (2)

- Weitere Anwendungen:
 - Fehler im QED-Wert von g aufgrund von Unsicherheiten in der experimentellen Bestimmung der Feinstrukturkonstante $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$
→ Indirektes Messen von α über eine Messung von g
 - Messen der gyromagnetischen Faktoren anderer geladener Teilchen (e^+ , p , ...)
 - Präzises experimentelles Bestimmen von Massenverhältnissen verschiedener Teilchensorten ($m_p/m_{e^-} = 1\,836.152\,470(76)$, ...)
 - Test der CPT-Symmetrie (“Teilchen wird zu Antiteilchen”) durch Vergleich der gyromagnetischen Faktoren von Elektron und Positron
- Literatur:

Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap,
L. S. Brown und G. Gabrielse, Reviews of Modern Physics, Vol. 58, No. 1,
233 – 311, 1986