Umkehrung der Kurvendiskussion

- Bestimmen von Funktionsgleichungen, Kurvenscharen, Ortskurven -

88b - Qualifikationssphase I
21.11.2013

1. Bestimme die ganzrationale Funktion zweiten Grades, welche durch die Punkte[1]
   (a) A (2/1), B (3/2) und C (4/5)
   (b) A (-2/2), B (3/-3) und C (1/-7)
   (c) A (-4/-1), B (-2/-4) und C (2/8)

   verläuft.
2. Eine Funktion dritten Grades hat im Punkt D (0/1) die Steigung $m = -1$, ihr Wendepunkt ist W (-1/4). Wie lautet die Funktionsgleichung?
3. Bestimme die Koeffizienten a und b so, dass der Graph der Funktion $f(x) = ax^4 + bx^2$ einen Wendepunkt bei W $(1/-\frac{5}{2})$ hat.
4. Bestimme die Funktionsgleichung einer quadratischen Funktion, welche folgende Bedingungen erfüllt:
   $f(0) = -4$ $\quad f'(1) = 5$ $\quad f''(x) = 2$
5. Das Schaubild der ganzrationalen Funktion dritten Grades ist punktsymmetrisch zum Ursprung. Im weiteren verläuft er durch den Punkt P (1/-1). An der Stelle $x = 2$ liegt ein Extremwert vor. Wie lautet die Funktionsgleichung?
6. Der Graph der Funktion vierten Grades ist symmetrisch zur Ordinatenachse[2]. Er hat im Punkt Q $(-1/f(-1))$ einen Punkt extremaler Steigung und in P (2/0) die Steigung zwei. Wie lautet die dazu gehörige Funktionsgleichung?

[1] Sprich z.B.: Zwei Stab Eins :-)
[2] Ordinate $\hat{=}$ y-Achse und Abszisse $\hat{=}$ x-Achse

7. Die Funktion $t(x)$ hat Nullstellen bei $x = -3$, $x = 0$ und $x = 2$. Weiterhin verläuft sie durch den Punkt R (-2/16). Wie lautet die Gleichung?

8. Eine Funktion dritter Ordnung verläuft durch den Ursprung und hat in W (-2/4) einen Wendepunkt. Die Wendetangente schneidet die x-Achse bei G (4/0). Wie lautet die Gleichung der Funktion?

9. Eine Funktion dritten Grades berührt im Ursprung die Abszisse. Die Tangente in T (-3/0) ist parallel zur Geraden $g(x) = 6x$. Wie lautet die Gleichung der Funktion?

10. Für welche ganzrationale Funktion f vom Grade drei mit der Eigenschaft $f(0) = -6$ ist die Nullstelle bei $x = 3$ gleichzeitig Wendestelle mit dem Wert der ersten Ableiung $f'(x) = 5$?

11. Eine zur Ordinate symmetrische Funktion vierter Ordnung hat in P (2/0) eine Wendetangente mit der Steigung $m = -4$. Wie lautet die Funktionsgleichung?

12. Eine Parabel dritter Ordnung hat dieselben Nullstellen wie $f(x) = 2x - \frac{1}{2}x^3$. Beide Funktionen stehen im Ursprung senkrecht aufeinander?

13. Zeige, dass sich die Schaubilder der Funktionen $f(x) = \frac{1}{5}x^3 - 2x^2 + 5x + 3$ und der Funktion $g(x) = 5x + 3 - x^2$ im Punkt B (0/-3) berühren.

14. Bei einer Kurvenschar haben die Extrempunkte die Koordinaten $\left(\frac{2t}{3}/\frac{2}{9}t^3\right)$. Bestimme die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Extrema liegen.

15. Bei einer Kurvenschar haben die Maxima die Koordinaten H_a $\left(\sqrt{\frac{a}{3}}/-\frac{2}{3}a\sqrt{\frac{a}{3}}\right)$, wobei $a \geq 0$. Bestimme die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Maxima liegen.

16. Gegeben sind die Funktionen $f(x) = 2x^2$ und $g_t(x) = -tx^2 + 4$, $t \in \mathbb{R}$. Für welchen Wert von t stehen die beiden Schaubilder in ihrem Schnittpunkt senkrecht aufeinander?

17. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$. Gesucht ist die Gleichung der Tangente, welche parallel zur Geraden durch A (-4/7) und B (0/3) ist.